

**BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE****SESSION 2017**

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| Épreuve : <b>MATHÉMATIQUES</b>       | Série : <b>Sciences et Technologies de la Santé et du Social (ST2S)</b> |
| Durée de l'épreuve : <b>2 heures</b> | Coefficient : <b>3</b>  |

**ÉPREUVE DU VENDREDI 16 JUIN 2017**

*L'usage d'une calculatrice est autorisé.*

**Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.**

**Ce sujet comporte deux annexes situées page 6/6 à remettre avec la copie.**

*Le candidat doit s'assurer que le sujet distribué est complet.*

Il est rappelé que la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Cependant, le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse, qu'il aura développée.

**EXERCICE 1 : (8 points)**

La corpulence est mesurée à partir de l'indice de masse corporelle (IMC) qui est égal au rapport entre la masse (en kilogramme) et le carré de la taille (en mètre). Les individus dont l'IMC est supérieur à 30 sont considérés comme obèses.

On a réalisé en 2006 une étude à l'aide de questionnaires sur une population d'individus âgés de 21 à 59 ans.

*Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.*

**Partie A**

Dans cette partie, on choisit un questionnaire au hasard parmi ceux des femmes interrogées.

On note  $E$  l'événement : « le questionnaire choisi correspond à une personne ayant un emploi ».

On note  $O$  l'événement : « le questionnaire choisi correspond à une personne considérée comme obèse ».

Selon les données de 2006, on sait que :

- ✓ l'effectif total des femmes interrogées est de 2685, dont 1920 ont un emploi ;
- ✓ 10,6% des femmes interrogées sont considérées comme obèses ;
- ✓ parmi les femmes considérées comme non obèses, 72,7% ont un emploi.

1. *On arrondira les résultats à l'entier le plus proche.*
  - a. Justifier que le nombre total de femmes considérées comme obèses est égal à 285 et que les femmes considérées comme non obèses et ayant un emploi sont au nombre de 1745.
  - b. Compléter le tableau donné en **ANNEXE 1, à rendre avec la copie.**
2. *Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis au millième.*
  - a. Calculer la probabilité de l'événement  $E$ .
  - b. Calculer la probabilité de l'événement  $O$ .
  - c. Décrire par une phrase l'événement  $E \cap O$  et calculer la probabilité de cet événement.
  - d. Justifier que les événements  $E$  et  $O$  ne sont pas indépendants.
3. *Étude de l'influence de la corpulence sur le taux d'emploi des femmes en 2006 (les probabilités seront arrondies au millième).*
  - a. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi corresponde à une femme ayant un emploi sachant qu'elle est considérée comme obèse.
  - b. Déterminer la probabilité  $P_{\bar{O}}(E)$ .
  - c. En considérant les résultats précédents, que peut-on dire de l'influence de la corpulence sur le taux d'emploi des femmes en 2006 ?

**Partie B**

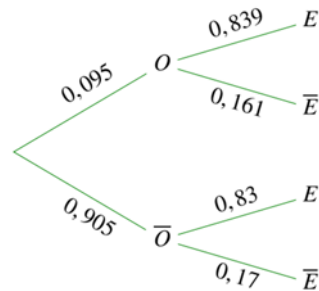
Dans cette partie, on choisit un questionnaire au hasard parmi ceux des hommes interrogés.

On reprend les mêmes notations pour les événements que dans la **partie A**, c'est-à-dire :

$E$  désigne l'événement : « le questionnaire choisi correspond à une personne ayant un emploi ».

$O$  désigne l'événement : « le questionnaire choisi correspond à une personne considérée comme obèse ».

On admet que les probabilités associées à cette expérience aléatoire sont représentées à l'aide de l'arbre de probabilité suivant :



1. Par lecture de l'arbre, donner la probabilité qu'un homme ait un emploi sachant qu'il est considéré comme non obèse.
2. Le rapport d'étude conclut qu'il n'y a pas d'influence de la corpulence sur le taux d'emploi des hommes en 2006. Comment peut-on le justifier à l'aide de l'arbre précédent ?

**EXERCICE 2 : (7 points)**

Une municipalité a ouvert au public, en novembre 2016, un parc composé d'un étang, d'un arboretum et d'une maison de la nature permettant d'accueillir des expositions de sensibilisation à la protection de l'environnement.

Pour des raisons de sécurité, la mairie devra affecter à ce parc un agent supplémentaire si le nombre de visiteurs dépasse 2500 personnes par mois.

**Partie A : ajustement affine**

Afin d'anticiper le recrutement de l'agent supplémentaire, la municipalité a étudié la fréquentation du parc depuis son ouverture. Ces données sont regroupées dans le tableau suivant :

| Mois                                      | Novembre<br>2016 | Décembre<br>2016 | Janvier<br>2017 | Février<br>2017 | Mars<br>2017 | Avril<br>2017 | Mai<br>2017 |
|---|------------------|------------------|-----------------|-----------------|--------------|---------------|-------------|
| Rang du mois ( $x_i$ )                    | 0                | 1                | 2               | 3               | 4            | 5             | 6           |
| Nombre de visiteurs<br>par mois ( $y_i$ ) | 1200             | 1233             | 1316            | 1360            | 1448         | 1457          | 1520        |

**Le nuage de points correspondant est donné en ANNEXE 2, à rendre avec la copie.**

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage (on arrondira, si nécessaire, les résultats à l'unité). Placer ce point dans le repère de l'ANNEXE 2.

2. On fait l'hypothèse que le nombre de visiteurs par mois de ce parc est correctement modélisé à l'aide de la droite d'ajustement  $D$  d'équation :  $y = 54x + 1200$  ,  $x$  représentant le rang du mois depuis l'ouverture.
- Tracer la droite  $D$  dans le repère de l'ANNEXE 2. Préciser les points utilisés pour la construction.
  - En supposant cet ajustement fiable jusqu'en 2020, déterminer la date (mois, année) à partir de laquelle la municipalité devra affecter un agent supplémentaire à ce parc.

### Partie B : étude de l'impact d'une campagne de communication à l'aide d'une suite

La municipalité met en place une campagne de communication et prévoit que le nombre de visiteurs du parc augmentera de 5% chaque mois à partir de mai 2017.

On modélise dans cette partie le nombre mensuel de visiteurs du parc à l'aide d'une suite  $(u_n)$ . Ainsi  $u_0$  représente le nombre de visiteurs en mai 2017 ( $u_0 = 1520$ ),  $u_1$  représente le nombre de visiteurs en juin 2017, etc.

Afin d'étudier l'évolution de la fréquentation du parc, la municipalité utilise la feuille de calcul automatisé suivante :

|   | A  | B           | C            | D               | E            | F                 | G               | H                |
|---|--|-------------|--------------|-----------------|--------------|-------------------|-----------------|------------------|
| 1 | Mois   | Mai<br>2017 | Juin<br>2017 | Juillet<br>2017 | Août<br>2017 | Septembre<br>2017 | Octobre<br>2017 | Novembre<br>2017 |
| 2 | Estimation du<br>nombre de<br>visiteurs par mois,<br>$u_n$ | 1520        |              |                 |              |                   |                 |                  |

- Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C2 de sorte que, recopiée vers la droite sur la plage C2:H2, elle permette d'afficher les estimations du nombre de visiteurs par mois ?
- Utilisation de la suite  $(u_n)$ 
  - Déterminer une estimation du nombre de visiteurs en juin 2017.
  - Indiquer, sans justification, la nature de la suite  $(u_n)$ . Donner la valeur de sa raison.
  - Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ , pour tout entier naturel  $n$ .
  - Déterminer une estimation du nombre de visiteurs dans ce parc en octobre 2017.
- Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'inéquation :  $1520 \times 1,05^x \geq 2500$ .
- Déterminer la date (mois, année) de recrutement d'un agent supplémentaire pour ce parc, suite à la campagne de communication.

**EXERCICE 3 : (5 points)****Partie A : Étude d'une fonction**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0; 8]$  par :

$$f(x) = 0,5x^3 - 12x^2 + 65,625x + 20.$$

- On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .  
Déterminer  $f'(x)$  pour tout réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 8]$ .
- On admet que :  $f'(x) = (x - 3,5)(1,5x - 18,75)$  pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 8]$ .  
Compléter le tableau de signes suivant, **après l'avoir recopié sur la copie**, afin d'étudier le signe de  $f'(x)$  pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 8]$ .

|                                   |   |   |
|-----------------------------------|---|---|
| $x$                               | 0 | 8 |
| $x - 3,5$                         |   |   |
| $1,5x - 18,75$                    |   |   |
| $f'(x) = (x - 3,5)(1,5x - 18,75)$ |   |   |

- En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 8]$ .  
*On fera apparaître les valeurs de la fonction  $f$  aux bornes de l'intervalle ainsi qu'aux éventuels changements de variation.*

**Partie B : Application**

L'OMS a fixé à 50 milligrammes par litre (mg/L) la concentration limite de nitrates dans l'eau destinée à la consommation, considérant qu'au-delà il y a des risques pour la santé.

Suite à un incident industriel, une importante quantité de nitrates a été déversée dans un cours d'eau sur lequel se situe un point de captage pour l'alimentation d'une ville.

Un expert indépendant est alors consulté afin de prévoir l'évolution du taux de nitrates dans ce cours d'eau au niveau du point de captage pendant les 8 jours suivant l'incident.

L'expert décide de modéliser le taux de nitrates,  $x$  jours après le début de l'incident, à l'aide de la fonction  $f$  étudiée en **partie A**.

- D'après ce modèle, quel sera le taux maximal de nitrates atteint pendant la phase de surveillance de 8 jours ?
- En cas d'incident, un décret impose de fermer le point de captage pendant 8 jours.  
D'après le modèle choisi par l'expert, sera-t-on au terme des 8 jours dans les conditions fixées par l'OMS ?

**ANNEXES à rendre avec la copie****ANNEXE 1 : corpulence et taux d'emploi des femmes en 2006**

|                       | Obèse | Non obèse | Total |
|-----------------------|-------|-----------|-------|
| Ayant un emploi       |       | 1745      | 1920  |
| N'ayant pas un emploi |       |           |       |
| Total                 | 285   |           | 2685  |

*Données : enquêtes Santé et itinéraire professionnel 2006 , Drees-Dares.*

**ANNEXE 2**