

En fin de collège, environ 56 % des élèves ont acquis des bases mathématiques dans l'ensemble des domaines de la discipline. Les compétences des 44 % restants demeurent fragiles : ils sont encore en cours d'apprentissage sur tout ou partie des fondamentaux de la discipline. Aux extrêmes, près de 28 % des collégiens témoignent de compétences solidement acquises dans l'ensemble des domaines mathématiques, alors que 15 % semblent ne pas avoir tiré bénéfice des enseignements du collège en mathématiques. Parmi ces derniers, environ 3 % sont en très grande difficulté : ils ne maîtrisent guère les compétences attendues et ne savent répondre qu'à quelques questions ponctuelles.

Les compétences en mathématiques des élèves en fin de collège

L'évaluation-bilan réalisée en mai 2008 a pour objectif de rendre compte des acquis en mathématiques de l'ensemble des élèves en fin de collège. Elle clôt un premier cycle de six ans d'évaluations-bilans, couvrant plusieurs domaines. Un balayage exhaustif étant impossible, elle a été conçue à partir des finalités majeures des programmes pour répondre à des questions essentielles.

– Comment se caractérisent les aptitudes à résoudre des problèmes à caractère mathématique dans la perspective d'une situation de vie quotidienne, professionnelle non spécialisée ou citoyenne ?

– Comment sont connues les définitions et les propriétés des principaux concepts mathématiques ? Comment sont maîtrisés les systèmes de représentations sémiotiques de ces mêmes concepts ?

– Comment sont atteints les objectifs de développement de l'aptitude à raisonner, que ce soit pour mener des raisonnements déductifs non formalisés à l'écrit, rédiger une démonstration, conduire un calcul, développer un contre-exemple ou contrôler un résultat ?

Évaluer les mathématiques au collège : une évaluation en contexte

Les acquis en mathématiques sont observés non seulement à partir de cahiers d'items

(exercices), évaluant des aspects cognitifs, mais aussi au travers de questionnaires « de contexte ». Ces questionnaires ont été proposés à un échantillon d'élèves, d'enseignants de mathématiques et de principaux de collèges. Les questionnaires de contexte des élèves permettent de cerner l'environnement familial et scolaire des élèves ainsi que leurs perceptions de la discipline et de leur établissement. Ils apportent un riche éclairage sur les performances des élèves.

Quatre domaines d'évaluation

Les items ont été choisis dans quatre domaines principaux.

Géométrie : dans le plan, dans l'espace, construction de figure, usage d'instruments (règle, équerre, compas, rapporteur), symétries, repérage...

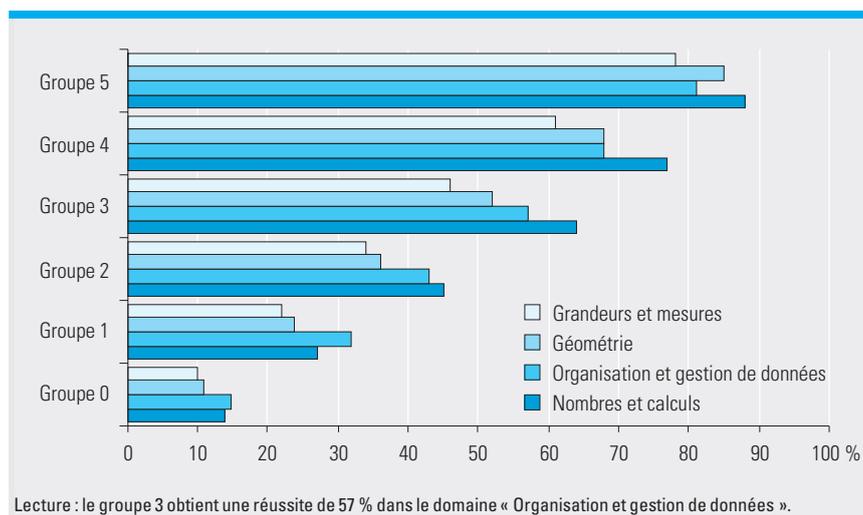
Nombres et calculs : arithmétique, algèbre, calcul mental, calcul posé, calcul instrumenté, calcul exact, calcul approché, entiers, décimaux, fractions, radicaux, comparaison de nombres...

Organisation et gestion de données – Fonctions : proportionnalité, indicateurs statistiques, représentation de données, tableur, grandeur quotient, fonctions affines et linéaires...

Grandeurs et mesures : durée, longueur, aire, volume, unités, conversions, formules usuelles...

constitution d'une échelle décrivant différents niveaux de compétences. Six groupes d'élèves, numérotés de 0 à 5, sont ainsi différenciés selon leurs performances à l'évaluation, un niveau de compétence étant associé à chaque groupe. Cette représentation met en évidence la gradation dans les acquis, les élèves d'un groupe donné maîtrisant les compétences acquises par ceux des groupes situés en dessous dans l'échelle. Elle permet également de souligner un accroissement quantitatif et qualitatif de ces acquis. Le graphique 1 montre, pour chaque groupe d'élèves, les taux moyens de réussite aux items pour chacun des quatre domaines.

GRAPHIQUE 1 – Groupes et taux de réussite à chacun des quatre champs



Source : MEN-DEPP

Les niveaux de connaissances et de compétences

Les élèves du groupe 0 (2,8 % de la population) ne maîtrisent aucune des connaissances et compétences attendues en fin de collège, en mathématiques. Les résultats obtenus dans les précédentes évaluations-bilans renforcent l'hypothèse que nombre de ces élèves sont aussi confrontés à d'importantes difficultés en compréhension de l'écrit.

Les élèves du groupe 1 (12,2 % de la population) ne semblent pas avoir tiré bénéfice des enseignements mathématiques du collège. Ils sont en situation de réussite sur des QCM qui ne requièrent, le plus souvent, que des tâches de reconnaissance/identification. Les informations à prélever sont généralement très explicites sur des supports simples. Pour résoudre des problèmes calculatoires, ces élèves tendent à privilégier une approche arithmétique. Les calculs mis en jeu portent sur des nombres entiers, tout en étant isolés.

Pour beaucoup de ces élèves, une propriété d'une figure géométrique est vraie parce qu'elle se voit ou qu'elle peut être attestée par un instrument (règle, équerre, compas ou rapporteur). Ils ne perçoivent pas la nécessité de valider une assertion par un raisonnement. Les figures géométriques sont essentiellement perçues dans leur globalité.

Les élèves du groupe 2 (29,3 % de la population) ne sont pas capables de mettre en œuvre des calculs algébriques. Pourtant, ils peuvent appliquer un programme de

calcul. À l'aide d'une calculatrice, ils déterminent une fraction d'une grandeur. Mentalement, ils multiplient ou additionnent des nombres décimaux relatifs simples, comparent des nombres décimaux positifs, calculent les carrés de nombres entiers et extraient des racines carrées entières.

Dans un QCM, ils reconnaissent une situation de proportionnalité à partir d'un tableau ou d'un graphique, parmi plusieurs propositions. Caractéristique remarquable des groupes 0, 1 et 2 : aucun des items du domaine des grandeurs et mesures contenu dans l'évaluation n'était accessible pour ce groupe à leur niveau.

Les élèves du groupe 3 (27,7 % de la population) conduisent des raisonnements à une étape déductive. En géométrie, beaucoup des items caractérisant ce groupe ont un rapport avec le concept d'angle : calculs d'angles d'une figure, calculs trigonométriques simples, etc. Ils ont des notions d'algèbre. Leur maîtrise des règles de priorités leur permet d'évaluer une formule dont les variables sont connues. Ils arrivent à développer et réduire une expression algébrique. Ils peuvent simplifier, additionner, soustraire ou multiplier des nombres en écriture fractionnaire.

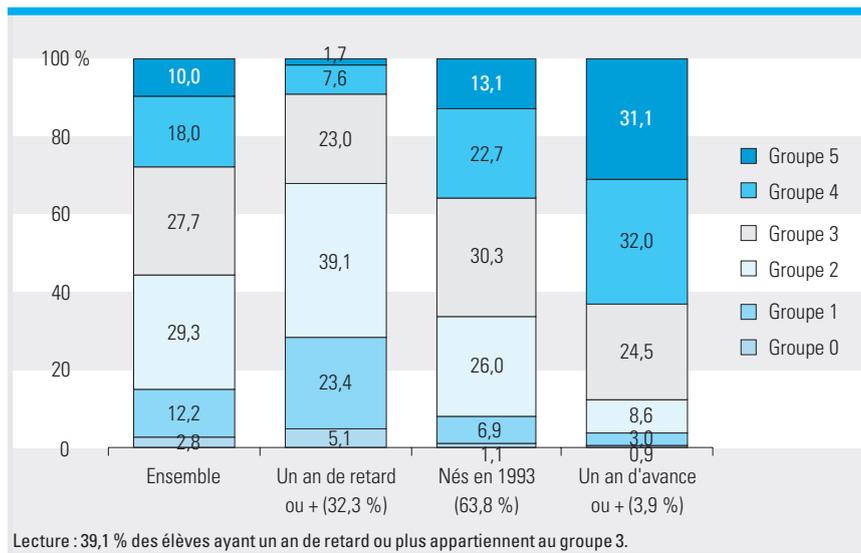
Ils savent transformer un nombre de la forme \sqrt{c} pour le mettre sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b entier le plus petit possible. Ils reconnaissent l'égalité entre l'écriture décimale et l'écriture scientifique d'un nombre. Mentalement, ils arrivent à soustraire deux décimaux relatifs simples. Ils utilisent la proportionnalité comme un outil, afin de

résoudre un problème. Pour cela, ils peuvent procéder au calcul d'une quatrième proportionnelle. Ils parviennent à faire des calculs de vitesse et de pourcentages, dans des situations de rapport d'une partie à un tout. Ils convertissent des longueurs d'une unité à l'autre, identifient des figures de même périmètre, peuvent utiliser un coefficient d'agrandissement/réduction d'aires et connaissent quelques formules d'aire et de volume.

Les élèves du groupe 4 (18,0 % de la population) peuvent conduire des raisonnements à deux étapes déductives, sur des exercices qui laissent le choix parmi plusieurs stratégies.

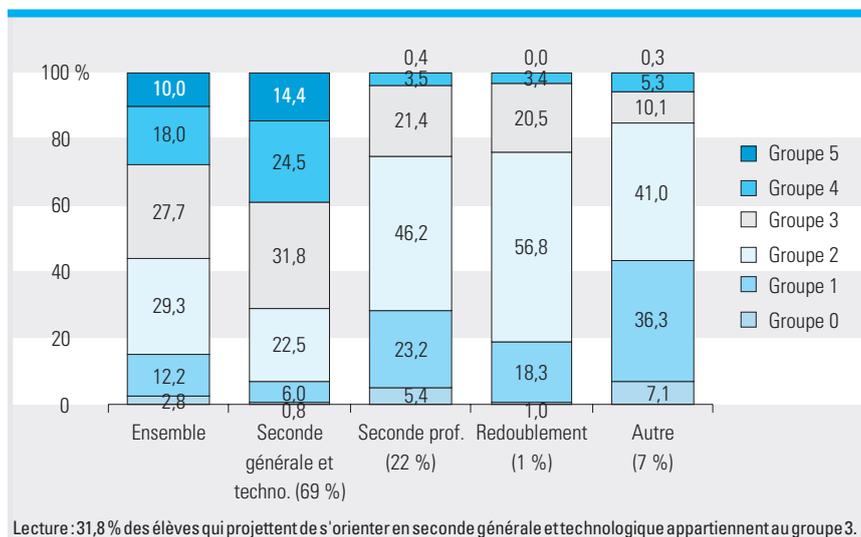
Confrontés à une figure de géométrie complexe, ils identifient une sous-figure pertinente relativement aux conditions suffisantes d'un théorème. Lorsqu'un objet de l'espace est représenté en perspective cavalière, ils ne confondent pas l'une de ses parties avec leur représentation plane. Ils connaissent et utilisent à bon escient les théorèmes de Pythagore et de Thalès. Ils disposent de compétences élargies en algèbre. Capables d'associer une expression algébrique à une situation, ils maîtrisent les identités remarquables et peuvent résoudre des équations ou des inéquations du premier degré. Leur connaissance des nombres et des opérations leur permet de comparer des décimaux relatifs, de reconnaître mentalement des multiples ou diviseurs de nombres entiers courants, de réduire des expressions contenant des radicaux, de manipuler des puissances de 10 ou d'utiliser un

GRAPHIQUE 2 – Répartition de la population sur l'échelle de performance selon l'année de naissance



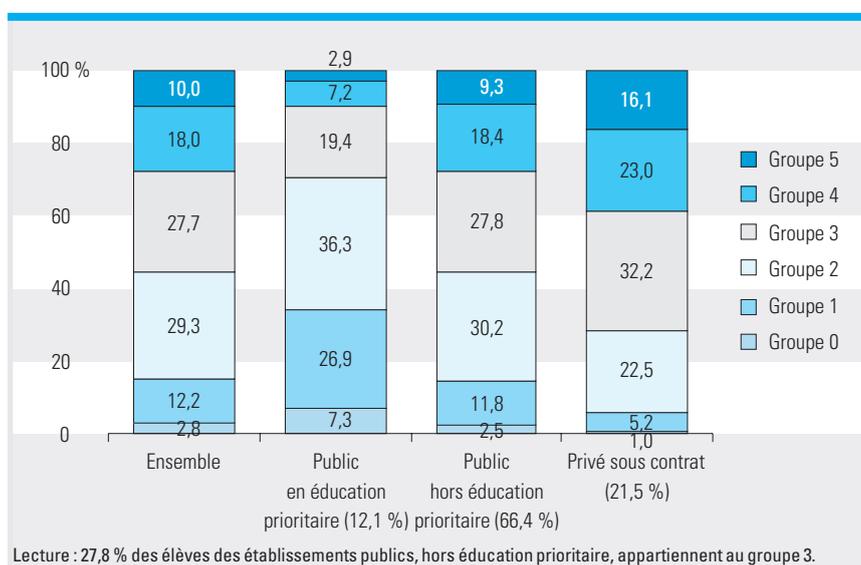
Source : MEN-DEPP

GRAPHIQUE 3 – Répartition de la population sur l'échelle de performance selon l'orientation souhaitée



Source : MEN-DEPP

GRAPHIQUE 4 – Répartition de la population sur l'échelle de performance selon le type d'établissement fréquenté



Source : MEN-DEPP

pourcentage d'augmentation pour calculer la nouvelle valeur prise par une grandeur. Ils ont acquis des connaissances sur les fonctions linéaires : ils les représentent graphiquement et comprennent le formalisme $f(a) = b$. Ils peuvent utiliser des unités d'aires non standard/exotiques. Ils découpent des figures pour raisonner sur les aires. Ils distinguent aire et périmètre.

Les élèves du groupe 5 (10,0 % de la population) mènent des raisonnements comportant de nombreuses étapes, sur des items qui témoignent de la maîtrise de compétences heuristiques. Dans tous les domaines, ils peuvent citer un contre-exemple pour invalider un énoncé trop général. Lorsque c'est possible, ils conçoivent les objets mathématiques comme des cas particuliers les uns des autres (un carré est un rectangle ; une fonction linéaire est une fonction affine).

Ils rédigent des démonstrations en les formalisant correctement, construisent des figures en les codant convenablement, connaissent le large éventail des définitions et propriétés du collège, nomment les solides usuels et interprètent, sans erreur, la position de points relativement à une sphère représentée en perspective centrale. Ils algébrisent un problème pour le résoudre, résolvent les équations produits ainsi que les systèmes, comparent ou divisent des fractions et calculent le pourcentage d'augmentation associé à une situation d'évolution.

Relativement aux élèves du groupe 4, leur connaissance des fonctions est élargie à l'ensemble des fonctions affines. Ils établissent des liens entre définition algébrique, représentation graphique et tableau de valeurs, tous associés à une même fonction affine. Ils convertissent des aires et des volumes d'une unité à l'autre, peuvent utiliser un coefficient d'agrandissement/réduction de volumes et connaissent la formule de calcul du volume d'une pyramide.

Des compétences attendues qui ne semblent pas maîtrisées

Une partie des items (28) apparaît comme étant « hors-échelle » : même dans le groupe le plus performant de l'échelle (groupe 5), certains élèves, lorsqu'ils sont

confrontés à ces items, voient leur probabilité d'échouer plus forte que celle de réussir. Les tâches mises en jeu dans ces items sont relatives à l'utilisation d'une construction géométrique pour résoudre un problème, à la détermination de l'ordre de grandeur d'un résultat, à l'utilisation des identités remarquables pour faire du calcul mental ou pour conduire des calculs sur des expressions avec des radicaux, à la division par une fraction sans calculatrice, à l'utilisation d'un tableur, à l'échelle d'une carte, au calcul de l'aire d'un disque, au calcul du volume d'un cylindre, ou encore au fait de savoir qu'un réservoir cubique ayant des arêtes de 1 mètre contient 1 000 litres d'eau. Une partie des types de tâches posant des difficultés à l'ensemble de la population ne laisse pas de surprendre : par bien des aspects, les compétences en jeu relèvent des fondamentaux de la culture scientifique qui doit être partagée par tous.

Une forte hétérogénéité des résultats...

L'évaluation-bilan fait ressortir une forte hétérogénéité de la population des élèves en fin de collège en mathématiques, non seulement en termes de connaissances, mais aussi dans les capacités à raisonner. Les questionnaires de contexte des élèves éclairent cette hétérogénéité, en renforçant l'image de sélectivité de la discipline.

... entre les élèves d'âges différents...

32,3 % des élèves de l'échantillon ont au moins une année de retard. Parmi eux, 67,6 % appartiennent aux groupes les plus faibles (0 à 2), alors que ces groupes ne représentent que 44,3 % de l'ensemble des élèves. À l'opposé, les 3,9 % d'élèves ayant une année d'avance sont répartis, pour 63,1 % d'entre eux, dans les groupes 4 et 5 (*graphique 2*), alors que ces groupes ne représentent que 28 % de l'ensemble des élèves.

... dans les vœux d'orientation...

Parmi les 22 % d'élèves souhaitant s'orienter en lycée professionnel, 74,8 % appartiennent aux groupes les plus faibles (0 à 2), alors que ceux qui envisagent une orientation en lycée d'enseignement général (69 % des élèves) sont 70,7 % à appartenir aux groupes les plus performants (3 à 5) (*graphique 3*).

... suivant le type d'établissement fréquenté

Au relatif équilibre dans la répartition des élèves dans les groupes de performances dans les établissements publics hors éducation prioritaire s'oppose un réel déséquilibre quant à la répartition de ces groupes dans les autres types d'établissements. Ainsi, 70,5 % des élèves des établissements de l'éducation prioritaire appartiennent aux groupes les moins performants (0 à 2) alors qu'une proportion comparable (71,3 %) des élèves des établissements privés sous contrat se trouvent dans les groupes les plus performants (3 à 5) (*graphique 4*).

Des questionnaires de contexte éclairants

Une première analyse des questionnaires de contexte apporte des éclairages complémentaires aux résultats strictement cognitifs. On en trouvera ci-dessous un aperçu relevé tant dans les déclarations des élèves que dans celles des enseignants.

Rapport aux mathématiques

En concordance avec les résultats observés aux évaluations internationales PISA, les élèves français expriment une anxiété relativement importante vis-à-vis des mathématiques. Elle se traduit dans une inquiétude face aux résultats, qui apparaît comme moins élevée pour les groupes extrêmes. Ainsi, plus de 50 % des élèves des groupes 0 et 5 déclarent être inquiets à l'idée d'avoir des mauvaises notes en mathématiques. Ce taux dépasse les 70 % pour les groupes 1 à 4.

Quel que soit leur niveau de performance, les élèves tendent à juger la discipline importante pour leur carrière future. Ainsi, on compte déjà 57 % des élèves du groupe 0 déclarant être « d'accord » ou « tout à fait d'accord » avec l'idée qu'un effort dans l'apprentissage des mathématiques peut améliorer leur perspective de carrière. Ce taux augmente progressivement d'un groupe à l'autre pour atteindre 85 % avec les groupes 4 et 5.

Un travail personnel important

Dans tous les groupes, les élèves estiment consacrer en moyenne chaque semaine de une heure trente à deux heures à la maison pour le travail donné par leur

professeur. Par ailleurs, 20 % des élèves du groupe 0, 27 % des élèves du groupe 1, 30 % des élèves du groupe 2, 24 % des élèves du groupe 3 et 18 % des élèves du groupe 4 déclarent se faire aider de une à trois heures pour leur travail en mathématiques en dehors du collège.

Calcul mental et calculatrice

Tous domaines confondus, plus de la moitié des items de l'évaluation-bilan nécessitent qu'un calcul soit effectué. Cette proportion reflète l'importance d'une maîtrise du calcul pour une bonne réussite en mathématiques. Les enseignants déclarent pratiquer de moins en moins le calcul mental au fil des années du collège. Ainsi, ils sont 53 % à en faire « environ une fois par semaine » ou « à chaque séance », en sixième, alors qu'ils ne sont plus que 14 % à en pratiquer autant, en troisième. Parallèlement, ils déclarent laisser leurs élèves de plus en plus libres d'utiliser leur calculatrice. Ainsi, alors qu'en sixième, ils sont 26 % à ne jamais faire utiliser les calculatrices en classe et 71 % à décider du moment où celles-ci peuvent être sorties des cartables, en troisième, ils sont 54 % à laisser les élèves utiliser leurs machines quand ceux-ci le souhaitent. Aucun des enseignants interrogés n'a déclaré ne jamais utiliser la calculatrice en classe au cours d'une année de troisième.

Technologie d'information et de la communication pour l'enseignement

Enseignants et élèves s'accordent pour déclarer une faible utilisation des TICE. Les deux tiers des élèves déclarent n'avoir jamais (ou presque) utilisé un tableur dans leurs cours de mathématiques. En ce qui les concerne, très peu d'enseignants déclarent faire travailler leurs élèves en salle informatique au moins une fois par mois ou bien pour plusieurs séances de suite sur un thème donné. Lorsqu'on leur demande s'ils utilisent un vidéoprojecteur, 15 % déclarent le faire « très souvent » ou « souvent », 17 % « quelquefois » et plus de 64 % « rarement » ou « jamais ». Les enseignants utilisateurs de salle informatique déclarent y conduire leurs élèves plus pour les logiciels de géométrie dynamique ou les tableurs que pour l'exploitation de ressources sur Internet ou les « exercices ».

Que nous apprennent ces résultats par rapport aux attentes du collège ?

Le socle commun

Le socle commun de connaissances et de compétences « *détermine ce que nul n'est censé ignorer en fin de scolarité obligatoire sous peine de se trouver marginalisé. [...] Maîtriser le socle commun c'est être capable de mobiliser ses acquis dans des tâches et des situations complexes, à l'école puis dans sa vie ; c'est posséder un outil indispensable pour continuer à se former tout au long de la vie afin de prendre part aux évolutions de la société* » (décret n° 2006-830 du 11 juillet 2006). Les résultats de l'évaluation permettent de constater que les items qui relèvent du socle commun de connaissances et de compétences ne sont pas réussis massivement par les élèves des groupes 1 et 2. Par ailleurs, si une majorité des items caractérisant les groupes les

plus performants (3 à 5) relèveraient du socle commun, on constate également que certains ensembles d'items qui dépassent les exigences du socle sont réussis, quant à eux, dès le groupe 3.

Vers une évolution de l'enseignement des mathématiques au collège ?

Il est remarqué en fin de collège que l'hétérogénéité des niveaux des élèves en mathématiques, constatée en fin d'école primaire, n'est pas résorbée. En fin de troisième, environ 28 % des élèves (groupes 4 et 5) présentent de réelles compétences mathématiques et environ 28 % (groupe 3) disposent de bases qui leur permettront d'évoluer dans une vie quotidienne. Mais environ 44 % des collégiens (groupes 0 à 2) ne sont pas entrés pleinement dans l'ensemble des problématiques mathématiques des quatre premières années du secondaire. Les groupes 0 et 1 représentent 15 % des élèves, soit environ 110 000 élèves. En mai 2008, la mise en œuvre du socle

commun dans les établissements n'en était qu'à ses débuts. Les résultats de l'évaluation-bilan soulignent la nécessité de la prise en compte de ces élèves en difficulté qui sortent du collège avec peu d'acquis et l'ambition forte sous-tendue par la définition du socle commun des connaissances et des compétences.

**Agnès Brun et
Thomas Huguet, DEPP B2**

Pour en savoir plus

« Lire, écrire, compter : les performances des élèves de CM2 à vingt ans d'intervalle 1987-2007 », *Note d'Information* 08.38, MEN-DEPP, décembre 2008.

« L'évolution des acquis des élèves de 15 ans en culture mathématique et en compréhension de l'écrit – Premiers résultats de l'évaluation internationale PISA 2006 », *Note d'Information* 08.08, MEN-DEPP, janvier 2008.

www.education.gouv.fr
depp.documentation@education.gouv.fr

Méthodologie

Le CEDRE

Le cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon (CEDRE) établit des bilans nationaux des acquis des élèves en fin d'école et en fin de collège. Il couvre les compétences des élèves dans la plupart des domaines disciplinaires en référence aux programmes. La présentation des résultats permet de situer les performances des élèves sur des échelles de niveau allant de la maîtrise pratiquement complète de ces compétences à une maîtrise bien moins assurée, voire très faible, de celles-ci. Renouvelées tous les six ans, ces évaluations permettront de répondre à la question de l'évolution du « niveau des élèves » au fil du temps.

Le calendrier des évaluations-bilans

2003 : compréhension écrite et orale (publiée)

2004 : langues étrangères (publiée)

2005 : attitudes à l'égard de la vie en société (publiée)

2006 : histoire-géographie (publiée)

2007 : sciences (en cours de publication)

2008 : mathématiques (en cours de publication)

2009 : reprise du cycle compréhension écrite et orale

L'échantillon

Un échantillon représentatif des collèges et des élèves inscrits en troisième générale (4 381 élèves répartis dans 163 collèges) a été constitué au niveau national (établissements publics ou privés sous contrat de France métropolitaine). Cet échantillon a été tiré dans la base centrale des établissements de 2007-2008.

Au sein de chaque établissement, l'échantillon est constitué d'une trentaine d'élèves choisis aléatoirement. Le tirage a été stratifié selon la taille des collèges et le type d'établissement fréquenté.

Format des questions

En raison de contraintes techniques fortes, la majorité des questions posées sont du format « questions à choix multiples » (QCM) et seule une petite proportion (près de 10 %) est d'un format ouvert. Les QCM ont été saisies de manière automatisée et les questions ouvertes ont été

corrigées par des experts via une interface Internet. L'ensemble de ces questions a été élaboré à partir des réponses que les élèves ont fournies lors d'une expérimentation réalisée en mai 2007.

Les cahiers tournants

Si chaque élève avait dû passer l'ensemble des situations proposées, huit heures d'évaluation par élève auraient été nécessaires. Pour limiter la passation à deux heures pour chaque élève, les situations d'évaluation des compétences ont été réparties en neuf « blocs » agencés ensuite dans douze cahiers différents. Ce dispositif permet d'estimer la probabilité de réussite de chaque élève à chaque item sans que chaque élève ait passé l'ensemble des items.

La construction de l'échelle de performances

L'échelle de performances a été élaborée en utilisant des modèles statistiques particuliers (modèles de réponse à l'item). Le score moyen correspondant à la performance moyenne des élèves de l'échantillon a été fixé, par construction, à 250 et l'écart-type à 50. L'échelle n'a aucune valeur normative, la moyenne de 250 ne constitue en rien un seuil qui correspondrait à des compétences minimales à atteindre. Par analogie avec ce qui a déjà été fait pour d'autres évaluations-bilans, la partie la plus basse de l'échelle est constituée des scores obtenus par les 15 % d'élèves ayant les résultats les plus faibles. À l'opposé, la partie supérieure, constituée des scores les plus élevés, rassemble 10 % des élèves. Entre ces deux niveaux, l'échelle a été scindée en trois parties d'amplitude de scores égale correspondant à trois groupes intermédiaires.

Dans la théorie du modèle de réponse à l'item, les scores des élèves et la difficulté des items sont mesurés sur une même échelle, ce qui permet d'établir une correspondance entre les groupes d'élèves et les items répartis en ensembles de difficulté croissante.

On soulignera que les compétences évaluées en fin d'école et en fin de collège sont différentes, aucun élément commun ne permet de rapprocher les deux évaluations, il n'est donc pas légitime de comparer cette échelle avec celle de l'école.