

## **Concours du second degré – Rapport de jury**

**Session 2009**

### **Concours d'accès au corps des professeurs de lycée professionnel**

**Concours interne et C.A.E.R.**

**Mathématiques - Sciences physiques**

**Rapport de jury présenté par Rémy JOST,**  
inspecteur général de l'éducation nationale, Président du Jury

**Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury**

Nom du document : Maquette page de garde 2009.doc  
Répertoire : C:\Documents and Settings\Ordinateur Personnel\Bureau\Rapports de jury  
2009\Rapports de jury CM  
Modèle : C:\Documents and Settings\CCabassu\Application  
Data\Microsoft\Modèles\MIPIL2.dot  
Titre : Objectifs du projet  
Sujet :  
Auteur : Christine CABASSU  
Mots clés :  
Commentaires :  
Date de création : 09/07/2009 2:55  
N° de révision : 3  
Dernier enregistr. le : 21/07/2009 12:18  
Dernier enregistrement par : C. Moissin  
Temps total d'édition : 11 Minutes  
Dernière impression sur : 24/09/2009 12:11  
Tel qu'à la dernière impression  
Nombre de pages : 1  
Nombre de mots : 48 (approx.)  
Nombre de caractères : 267 (approx.)

**MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE**

**Direction des Personnels enseignants**

**CONCOURS D'ACCÈS AU CORPS**

**DES PROFESSEURS DE LYCÉE PROFESSIONNEL**

**MATHÉMATIQUES - SCIENCES PHYSIQUES**

**CONCOURS INTERNE ET CAER**

**2009**

## TEXTES ET ÉLÉMENTS DE RÉFÉRENCE

### BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Le Bulletin Officiel de l'Éducation nationale (BOEN) est une publication hebdomadaire (sauf pendant le mois d'août) du Ministère de l'Éducation Nationale, qui répertorie tous les textes officiels qui régissent le fonctionnement de l'Éducation nationale. Il est organisé en différentes rubriques, dont la rubrique "Personnels", dans laquelle figurent les textes concernant les concours de recrutements. En outre, des numéros spéciaux du BOEN sont édités, réservés chacun à un thème particulier. Certains de ces numéros sont consacrés aux concours de recrutement.

### RÉFÉRENCES DES TEXTES OFFICIELS

<b>Programme des épreuves écrites et orales</b>	<u>BOEN n°25 du 30 juin 2005</u> Programmes permanents section mathématiques – sciences physiques
<b>Liste des sujets proposés lors des épreuves orales</b>	<u>BOEN spécial n°4 du 29 mai 2008</u> programmes annuels section mathématiques – sciences physiques
<b>Nature des épreuves</b>	<u>Arrêté du 26 juillet 2005</u> (JO 185 du 10 août 2005)

### SITE INTERNET DU MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Sur ce site, dont l'adresse d'accès est « [www.education.gouv.fr](http://www.education.gouv.fr) », figure une abondante documentation, notamment l'ensemble des BOEN des dernières années.

## SOMMAIRE

partie

<b>1- Présentation</b> 1-1 Commentaire initial 1-2 Composition du jury 1-3 Résultats d'ensemble	<b>1</b>
<b>2- Informations générales</b> 2-1 Descriptif succinct des épreuves 2-2 Programmes des épreuves 2-3 Statistiques et données sur les épreuves	<b>2</b>
<b>3- Épreuves d'admissibilité (écrites)</b> 3-1 à 3-3 Sujet, corrigé et commentaires de mathématiques 3-4 à 3-6 Sujet, corrigé et commentaires de physique chimie	<b>3</b> <b>4</b>
<b>4- Épreuves d'admission (orales)</b> 4-1 Déroulement pratique 4-2 Liste des sujets 4-3 Commentaires sur les épreuves d'admission	<b>5</b>

# ***1- PRÉSENTATION***

## **1-1 COMMENTAIRE INITIAL**

Ce rapport, outre les informations qu'il donne sur la manière dont les épreuves se sont déroulées cette année, vise à apporter une aide aux futurs candidats dans leur préparation, quant aux exigences que de tels concours imposent.

Les remarques et commentaires qu'il comporte sont issus de l'observation du déroulement des concours de la session 2009 et des sessions antérieures ; ils doivent permettre aux futurs candidats de mieux appréhender ce qui les attend.

Le jury souligne la qualité de certaines prestations réalisées lors des épreuves écrites ou orales, au contenu scientifique rigoureux et bien présenté. Cette qualité s'obtient très sûrement grâce à une préparation organisée, assidue et spécifique, qui peut s'effectuer soit individuellement, soit avec un Institut universitaire de formation des maîtres (IUFM) ou le Centre national d'enseignement à distance (CNED).

Les sujets des épreuves d'admission sont publiés préalablement à celles-ci ; pour la future session, les sujets prévisionnels sont donnés dans le présent rapport, ce qui doit guider et faciliter la préparation. Cependant ces indications sont indicatives : les candidats doivent se reporter aux textes officiels dont la publication peut d'ailleurs être plus tardive que celle du présent rapport du Jury.

Pour toutes les épreuves, outre les exigences inhérentes à la connaissance scientifique dominée suffisamment, sont fondamentales les qualités de clarté et de sûreté dans l'expression et l'exposition des idées, soutenues par une bonne maîtrise de la langue.

En particulier, à l'écrit, dans l'appréciation des copies, il est tenu compte de la rédaction et de la présentation ; à l'oral, il importe aussi, outre de montrer son savoir et ses qualités de raisonnement, de faire preuve de capacité de conviction et de son aptitude à communiquer.

Le jury est parfaitement conscient de l'effort ainsi demandé aux candidats qui, à la fois en mathématiques, en physique et en chimie, doivent démontrer qu'ils sont en mesure de dispenser avec maîtrise un enseignement bivalent de qualité, notamment en section de baccalauréat professionnel.

## **1-2 COMPOSITION DU JURY**

Rémy	JOST	INSPECTEUR GENERAL DE L'EDUCAT.NATIONALE, président
Daniel	ASSOULINE	INSPECTEUR GENERAL DE L'EDUCAT.NATIONALE, vice-président
Anne-Sophie	AGBO SONAN	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Christophe	ARMAND	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Serge	AUBRY	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE
Marie-Josée	BALIVIERA	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Christine	BANASZYK	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE
Isabelle	BAUDET	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Gilles	BERBEZ	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Jean-Marie	BEUVIN	PROFESSEUR AGREGÉ
Hervé	BOUDIN	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Laurent	BREITBACH	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE
Annie	CARRE	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE
Dominique	COLLIN	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE
Régine	COSTE	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Paul	COUTURE	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE

Philippe	DESLANDRES	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE
Marc	DURIEUX	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Maria	GONLCAVES	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Stéphanie	GRAUX	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Sylvain	HEUMEZ	PROFESSEUR AGREGE
Charles	KAOUA	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Jean	LABBOUZ	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE
Virginie	LE MEN	PROFESSEUR AGREGE
Marie-Hélène	LE YAOUANG	PROFESSEUR AGREGE
Marie	MEGARD	INSPECTEUR GENERAL DE L'EDUCATION NATIONALE
Raphaël	MINCK	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Laurence	NICOLAS-MORGANTINI	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Jean-Marc	PAROUTY	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Séverine	PASQUIER	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Benoît	PATEY	INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE
Tran	BUU CHANH	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL
Abderrahim	WADOUACHI	PROFESSEUR DE LYCEE PROFESSIONNEL

## 1-3 RÉSULTATS D'ENSEMBLE, POUR LA SESSION 2009

### *EFFECTIFS*

	Nombre de postes	Présents à l'écrit	Admissibles	Candidats non éliminés à l'oral	Reçus
<b>Interne</b>	<b>30</b>	<b>528</b>	<b>79</b>	<b>57</b>	<b>30</b>
<b>CAER</b>	<b>35</b>	<b>163</b>	<b>86</b>	<b>60</b>	<b>35</b>

### *BARRES*

Admissibilité	
<b>Interne : 11,63 /20</b>	<b>CAER : 8,75 /20</b>

Note du dernier admis	
<b>Interne : 11,30 /20</b>	<b>CAER : 9,10 /20</b>

## **2- INFORMATIONS PRATIQUES**

### **2-1 DESCRIPTIF SUCCINCT DES ÉPREUVES**

#### ***ÉPREUVES D'ADMISSIBILITÉ***

Les épreuves d'admissibilité sont constituées de deux compositions écrites, chacune d'une durée de quatre heures, l'une en mathématiques, l'autre en physique-chimie (chacune de coefficient 2).

Pour la session 2009, elles ont eu lieu les mercredi 4 février et jeudi 5 février.

#### ***ÉPREUVES D'ADMISSION***

Pour la session 2009, elles ont eu lieu du mardi 16 juin au dimanche 21 Juin.

Les épreuves d'admission sont constituées de deux épreuves orales, chacune d'une durée globale de trois heures au maximum, l'une en mathématiques, l'autre en physique-chimie (chacune de coefficient 3).

Chaque épreuve comporte deux heures de préparation, suivies d'une heure au maximum avec la commission : une demi-heure au maximum d'exposé présenté par le candidat, et une demi-heure au maximum d'entretien.

Ces épreuves consistent chacune en une présentation d'une séquence d'enseignement.

Les ouvrages, documents, calculatrices ou ordinateurs personnels ne sont pas autorisés.

Des calculatrices scientifiques et des textes officiels (programmes de classes de lycée professionnel,...) peuvent être empruntés par les candidats à la bibliothèque du concours.

Pendant les temps de préparation, les candidats peuvent utiliser des ouvrages de la bibliothèque du concours.

Dans cette bibliothèque figurent :

- en mathématiques, des manuels de lycée général ou technologique (seconde, premières, terminales et sections de techniciens supérieurs) et de lycée professionnel (BEP et baccalauréat professionnel) ;
- en physique-chimie, le même type de manuels qu'en mathématiques, ainsi que quelques ouvrages complémentaires d'enseignement supérieur (classes préparatoires et premiers cycles universitaires) et quelques bulletins de l'Union des Physiciens.



**CAPLP Interne et CAER-PLP**  
**Section mathématiques - sciences physiques**  
(arrêté du 26 juillet 2005)

	Mathématiques	Physique – Chimie
Épreuves d'admissibilité	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Épreuve écrite</li> <li>◆ Durée : 4 heures</li> <li>◆ Coefficient : 2</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Épreuve écrite</li> <li>◆ Durée : 4 heures</li> <li>◆ Coefficient : 2</li> </ul>
Épreuves d'admission (épreuves professionnelles)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Épreuve orale*</li> <li>◆ Durée : 1 heure maximum (présentation : 30 minutes maximum ; entretien : 30 minutes maximum) avec une préparation de 2 heures</li> <li>◆ Coefficient : 3</li> </ul> <p>* - le candidat a le choix entre deux sujets (dont l'un impose la présentation d'une utilisation pédagogique des TICE) ;  - l'épreuve prend appui sur un dossier proposé par le jury.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Épreuve orale</li> <li>◆ Durée : 1 heure maximum (présentation : 30 minutes maximum ; entretien : 30 minutes maximum) avec une préparation de 2 heures</li> <li>◆ Coefficient : 3</li> </ul>
Documentation, matériels disponibles lors de la préparation de l'épreuve d'admission	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Programmes des classes de lycée professionnel</li> <li>◆ Ouvrages de la bibliothèque du concours</li> <li>◆ Matériel informatique et calculatrice mis à disposition sur le site</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Programmes des classes de lycée professionnel</li> <li>◆ Ouvrages de la bibliothèque du concours</li> <li>◆ Matériels scientifiques mis à disposition sur le site</li> <li>◆ Aide logistique du personnel de laboratoire</li> </ul>

# PROGRAMMES PERMANENTS DES CONCOURS EXTERNES ET INTERNES DU CAPLP ET DES CAFEP ET CAER CORRESPONDANTS

**N.S. n° 2005-095 du 22-6-2005**  
**NOR : MENP0501247N**  
**RLR : 824-1d ; 531-7**  
**MEN - DPE A**

## Mathématiques-sciences physiques

### Programme de mathématiques

Le programme des épreuves écrites des concours externe et interne d'accès au corps des professeurs de lycée professionnel est défini par les titres A et B ci-dessous.

Le programme des épreuves orales des concours externe et interne porte sur le titre A augmenté des paragraphes suivants du titre B.

I - Analyse : § 2. Fonctions d'une variable réelle - § 3. Équations différentielles

II - Algèbre : § 1. Nombres complexes.

III - Combinatoire. Statistiques. Probabilités : § 1. Combinatoire - § 2. Statistique descriptive - § 3. Probabilité

IV - Géométrie : § 1. Géométrie du plan et de l'espace.

#### A - Programme des lycées professionnels

Ce programme comporte tous les programmes des classes de lycées professionnels en vigueur l'année du concours.

#### B - Programme complémentaire

##### I - Analyse

1. Notions élémentaires sur les suites et les séries

a) Propriétés fondamentales du corps  $\mathbb{R}$  des réels : majorants, minorants, borne supérieure, borne inférieure. Toute partie non vide de  $\mathbb{R}$  majorée admet une borne supérieure (admis). Aucune construction de  $\mathbb{R}$  n'est au programme.

b) Convergence d'une suite de nombres réels ; opérations sur les suites convergentes. Convergence d'une suite monotone ; exemples de suites adjacentes.

Exemples d'études de suites définies par une relation de récurrence  $U_{n+1} = f(U_n)$ .

c) Définition de la convergence d'une série à termes réels. Convergence des séries géométriques.

Séries à termes positifs : comparaison de deux séries dans le cas où  $U_n \leq V_n$  et où  $U_n \sim V_n$ . Comparaison à une intégrale ; convergence de séries de Riemann. Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert. Comparaison à une série de Riemann.

Séries absolument convergentes. Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers 0.

##### 2. Fonctions d'une variable réelle

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  non réduit à un point.

a) Fonctions à valeurs réelles : continuité, dérivation.

1° Limite et continuité en un point. Opérations sur les limites. Limite d'une fonction monotone. Propriété fondamentale des fonctions continues (admise) : l'image d'un intervalle (respectivement d'un segment) est un intervalle (respectivement un segment).

Continuité de la fonction réciproque d'une fonction strictement monotone et continue sur un intervalle.

2° Dérivée en un point : dérivabilité sur un intervalle. Fonction dérivée. Opérations sur les fonctions dérivées. Dérivée de la composée de deux fonctions, d'une fonction réciproque.

Définition des fonctions de classes  $C^p$ ,  $C^\alpha$ . Dérivée n-ième d'un produit (formule de Leibnitz).

3° Théorème de Rolle, formule des accroissements finis, inégalité des accroissements finis. Caractérisation des fonctions constantes, monotones et strictement monotones.

4° Étude locale des fonctions. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point : fonction négligeable devant une autre, fonctions équivalentes (notation  $f \sim g$ ). Comparaison des fonctions exponentielle, puissance et logarithme au voisinage de  $+\infty$ .

Développements limités, opérations sur les développements limités. Formule de Taylor Young. Développements limités des fonctions usuelles.

5° Fonctions usuelles : fonctions circulaires, circulaires réciproques, logarithmes, exponentielles, puissances, hyperboliques, hyperboliques réciproques.

b) Fonctions à valeurs réelles : intégration sur un segment.

Les seules connaissances exigibles portent sur l'intégration des fonctions continues par morceaux.

1° Linéarité de l'intégrale.

$$\text{Si } a \in \mathbb{R}, \left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$$

Additivité par rapport à l'intervalle d'intégration.

Somme de Riemann d'une fonction continue ; convergence de ces sommes.

2° Primitives d'une fonction continue sur un intervalle.

Théorème fondamental du calcul différentiel et intégral ; si  $f$  est une fonction continue sur un intervalle  $I$  et à un point de  $I$ ,

$$\text{La fonction } x \rightarrow \int_a^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  s'annulant au point  $a$  ; inversement, pour toute primitive  $F$  de  $f$  sur  $I$  et pour tout couple  $(a, b)$  de points  $I$ ,

$$\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$$

Intégration par parties, changement de variable. Exemples de calcul de primitives, notamment de fonctions rationnelles, de polynômes trigonométriques.

Formule de Taylor avec reste intégral.

3° Exemples de calcul de valeurs approchées d'une intégrale. Exemples de calcul d'aires planes, de volumes, de masses.

c) Fonctions à valeurs dans  $\mathbb{C}$ .

Extension à ces fonctions des notions et propriétés suivantes :

Dérivée en un point. Opérations sur les dérivées. Développements limités, formule de Taylor Young.

Fonction  $t \rightarrow e^{it}$  ( $t$  réel). Symbole  $e^z$  ( $z$  complexe), règles de calcul.

Dérivation et intégration de  $t \rightarrow e^{at}$  ( $t$  réel,  $a$  complexe).

Intégration, intégration par parties, formule de Taylor avec reste intégral.

d) Notions sur les intégrales impropres.

Définition de la convergence des intégrales ;

$$\int_a^\alpha f(t) dt ; \text{ extension aux intégrales } \int_a^{+\infty} f(t) dt$$

Convergence des intégrales de Riemann :

$$\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha} \text{ et } \int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha} \text{ où } \alpha \text{ est réel.}$$

Intégrales de fonctions positives : comparaison



dans les cas  $f \leq g$  et  $f \sim g$ .

Intégrales absolument convergentes.

### 3. Équations différentielles

a) Définition sur un intervalle d'une solution d'une équation différentielle de la forme  $y' = f(x, y)$  ; courbe intégrale (aucun théorème d'existence n'est au programme).

b) Équation différentielle linéaire du premier ordre  $ay' + by = c$  où  $a, b, c$  sont des fonctions numériques continues sur un même intervalle. Recherche, sur un intervalle où  $a$  ne s'annule pas, de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée.

c) Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants, dont le second membre est de la forme  $e^{mt}P(t)$ ,  $P$  étant un polynôme et  $m$  un réel ou un complexe.

### 4. Notions sur les séries de Fourier

a) Coefficients et série de Fourier d'une fonction  $2\pi$ -périodique continue par morceaux à valeurs complexes (expression sous forme exponentielle, expression en cosinus et sinus).

b) Théorème de Dirichlet (admis) :

convergence de  $\sum_{k=-n}^{k=+n} C_k(f) e^{ikx}$

vers la demi somme des limites à droite et à gauche de  $f$  au point  $x$  lorsque  $f$  est de classe  $C^1$  par morceaux. Formule de Parseval (admise) : expression de l'intégrale du carré du module sur une période à l'aide des coefficients de Fourier lorsque  $f$  est continue par morceaux.

Exemples de développement en série de Fourier de fonctions d'une variable réelle.

Notions sur les fonctions de plusieurs variables réelles

Définition d'une application d'une partie de  $\mathbf{R}^p$  dans  $\mathbf{R}^n$  (se limiter à  $n \leq 3, p \leq 3$ ).

Continuité en un point.

Dérivées partielles d'ordre un et supérieur à un.

Théorème de Schwarz (admis).

## II - Algèbre

### 1. Nombres complexes

a) Corps des nombres complexes ; module d'un nombre complexe. Argument d'un nombre complexe non nul ; notation  $e^{i\phi}$ .

b) Formule de Moivre. Formules d'Euler. Résolution de l'équation  $z^n = a$ . Applications trigonométriques de nombres complexes. Lignes de niveau des fonctions  $z \rightarrow |z-a|$  et  $z \rightarrow \text{Arg}(z-a)$ .

c) Transformations géométriques définies par

$$z' = az + b, \text{ et } z' = \bar{z} \text{ et } z' = \frac{1}{z}$$

### 2. Polynômes et fractions rationnelles

a) Algèbre  $\mathbf{K}[X]$  des polynômes à coefficients dans  $\mathbf{K}$  ( $\mathbf{K}$  est  $\mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ ). Degré, division suivant les puissances décroissantes.

Racines, ordre de multiplicité d'une racine. Polynômes irréductibles sur  $\mathbf{C}$  ou  $\mathbf{R}$ . Factorisation. (La construction de l'algèbre des polynômes formels n'est pas au programme, les candidats n'auront pas à connaître la notion de PGCD).

Fonctions rationnelles : pôles, zéros, ordre de multiplicité d'un pôle ou d'un zéro. Décomposition en éléments simples dans  $\mathbf{C}(X)$  et dans  $\mathbf{R}(X)$  (admis).

### 3. Algèbre linéaire

a) Espaces vectoriels sur le corps  $\mathbf{K}$  ( $\mathbf{K} = \mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ ).  
1° Espaces vectoriels, applications linéaires, formes linéaires.

Exemples fondamentaux : espaces de vecteurs du plan et de l'espace, espace  $\mathbf{K}^n$ .

Composition des applications linéaires, isomorphismes, endomorphismes, automorphismes. Groupe linéaire  $GL(E)$ .

2° Combinaisons linéaires, sous-espace vectoriel, sous-espace vectoriel engendré par  $p$  vecteurs.

Image et noyau d'une application linéaire.

Espace vectoriel  $L(E, F)$ .

b) Espaces vectoriels de dimension finie.

Dans un espace admettant une famille génératrice finie, définition des familles libres, des familles génératrices et des bases. Exemple fondamental : base canonique de  $\mathbf{K}^n$ . Dimension. Rang d'une famille de  $p$  vecteurs.

Sous-espaces vectoriels supplémentaires, projecteurs.

c) Matrices.

Espace vectoriel  $M_{p,q}(\mathbf{K})$  des matrices à  $p$  lignes et  $q$  colonnes.

Isomorphisme entre  $L(\mathbf{K}^q, \mathbf{K}^p)$  et  $M_{p,q}(\mathbf{K})$ .

Produit matriciel, transposition. Algèbre  $M_n(\mathbf{K})$ ; matrices inversibles; groupe linéaire  $GL_n(\mathbf{K})$ .

Changement de base pour une application linéaire, matrice de passage.

d) Éléments propres.

Valeurs propres, vecteurs propres pour une application linéaire.

Diagonalisation en dimension 2 ou 3.

e) Déterminant d'une matrice.

Calcul du déterminant d'une matrice en dimension 2 et en dimension 3.

f) Système d'équations linéaires.

Pratique de la méthode de Gauss pour la résolution de systèmes d'équations

### III - Combinatoire - Statistiques - Probabilités

#### 1. Combinatoire

a) Nombre des applications d'un ensemble à  $p$  éléments dans un ensemble à  $n$  éléments; nombre des injections; arrangements. Nombre des permutations d'un ensemble à  $n$  éléments.

b) Nombre des parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments, combinaison.

c) Formule du binôme.

#### 2. Statistique descriptive

a) Analyse statistique d'une variable observée sur les individus d'une population. Exemples de variables qualitatives et de variables quantitatives: effectifs, fréquences, histogrammes.

Caractéristiques de position (moyenne, médiane, mode, quantile).

Caractéristiques de dispersion (variance, écart-type).

b) Analyse statistique élémentaire de deux variables observées sur les individus d'une population. Tableaux d'effectifs, fréquences marginales, fréquences conditionnelles. Covariance et coefficient de corrélation linéaire. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression.

#### 3. Probabilité

a) Probabilité sur les ensembles finis: vocabulaire des événements, probabilité, équiprobabilité. Exemples simples de dénombrement. Probabilités conditionnelles, événements indépendants.

b) Variables aléatoires.

1° Définition d'une variable aléatoire à valeurs réelles. Événements liés à une variable aléatoire.

2° Variables aléatoires réelles discrètes:

Loi de probabilité. Fonction de répartition  $F(x) = P(X \leq x)$ ; Moments: espérance, variance, écart-type;

Lois discrètes usuelles: loi uniforme, de Bernoulli, binomiale, de Poisson.

3° Vecteurs aléatoires à valeurs dans  $\mathbf{R}^2$  discrets. Loi de probabilité d'un vecteur à valeurs dans  $\mathbf{R}^2$ . Lois marginales.

Indépendance de deux variables aléatoires réelles;

Linéarité de l'espérance mathématique. Espérance mathématique du produit de deux variables aléatoires indépendantes. Variance d'une somme de variables aléatoires, covariance.

4° Variables aléatoires à densité.

On dira qu'une variable aléatoire  $X$  à valeurs réelles admet une densité  $f$  si, quel que soit l'intervalle  $[a, b]$  de  $\mathbf{R}$ ,

$$p(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(t) dt,$$

où  $f$  est une fonction à valeurs réelles positives ayant un nombre fini de points de discontinuité et telle que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1$$

Moments: espérance, variance, écart-type.

Lois définies par une densité usuelle: loi uniforme, exponentielle, normale.

### IV - Géométrie

#### 1. Géométrie du plan et de l'espace

a) Calcul vectoriel.

Produit scalaire, lien avec la norme et la distance. Expression dans une base orthonormale. Relations métriques dans le triangle.

Orthogonalité.

Produit vectoriel dans l'espace orienté.

Systèmes de coordonnées (cartésiennes, polaires, cylindriques, sphériques); changement de repère orthonormal.

Barycentre.



b) Configurations.

Droites et plans : direction, parallélisme, intersection, orthogonalité. Angle de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan.

Distance d'un point à une droite (à un plan).

Équations cartésiennes et représentations paramétriques des droites et plans. Équation normale.

Cercles dans le plan : équation cartésienne.

Sphères : équations cartésiennes. Intersection sphère et plan.

Coniques : équation réduite et équation paramétrique d'une conique en repère orthonormal.

c) Applications affines.

Projections, affinités orthogonales ; conservation des barycentres par une application affine. Isométries du plan ; réflexion, rotations, déplacements.

Exemples d'isométries de l'espace ; réflexions, rotations, vissages.

2. Géométrie différentielle des courbes planes

a) Fonction d'une variable réelle à valeurs dans  $\mathbf{R}^2$  : limite, continuité, dérivée en un point ; opération sur les dérivées. Dérivée d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel.

Fonction de classe  $C^p$ . Définition des développements limités.

b) Étude locale : point régulier ; tangente. Étude de la position locale d'une courbe par rapport à une droite ; branches infinies.

Exemples de construction de courbes paramétrées.

**Programme de sciences physiques**

Le programme des épreuves écrites des concours externe et interne comporte les domaines des sciences physiques et chimiques auxquels il est fait appel dans les enseignements en vigueur durant l'année scolaire du concours, en CAP, BEP, baccalauréat professionnel ainsi que dans la série STL physique du laboratoire

et des procédés industriels et chimie du laboratoire et des procédés industriels.

On attend notamment des candidats :

- qu'ils possèdent une culture scientifique comportant des références à l'histoire des sciences et des techniques .

- qu'ils sachent mettre en oeuvre, à un niveau post-baccalauréat (STS, DEUG, DUT) les principes et les lois de la chimie et de la physique dans les domaines précisés dans le programme ci-dessus, à l'exception, pour les programmes de baccalauréat professionnel, des unités spécifiques suivantes :

- C13 : Textiles

- C14 : Matériaux inorganiques de construction : ciments, plâtres, verres

- C15 : Céramiques

- O4 : Détecteurs et amplificateurs de lumière.

Pour ces quatre unités spécifiques aucune exigence de niveau post-baccalauréat n'est demandée.

**Précisions sur l'utilisation des calculatrices**

Pour les épreuves d'admissibilité, les candidats sont autorisés à se servir d'une calculatrice conforme aux spécifications définies par la note n° 99-186 du 16 novembre 1999.

Pour les épreuves d'admission, les calculatrices personnelles ne sont pas autorisées. Une calculatrice est mise à la disposition de chacun des candidats sur le lieu des épreuves.

La présente note **abroge et remplace** la note du 23 juin 1995 publiée au B.O. n° 27 du 6 juillet 1995. (B.O. n° 37 du 11 octobre 2001).

Pour le ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche et par délégation,

Le directeur des personnels enseignants  
Pierre-Yves DUWOYE

## **2-3 STATISTIQUES ET DONNÉES SUR LA SESSION 2009**

### **ADMISSIBILITE**

#### **Notes des composants**

	CAPLP INTERNE PUBLIC				CAER	
	MATHS	SCIENCES			MATHS	SCIENCES
moy	9,1	8,0		moy	9,4	8,3
ec type	4,1	4,7		ec type	3,7	4,8
min	0	0		min	1,4	1,0
max	20	20		max	18,5	19,5

### **ADMISSION**

#### **Notes des admissibles**

	CAPLP INTERNE PUBLIC				CAER	
	MATHS	SCIENCES			MATHS	SCIENCES
moy	11,1	9,5		moy	12,0	7,4
ec type	3,9	4,4		ec type	3,9	4,2

## ADMISSION

### Répartition par académie CAER

Académie	Nb. admissibles	Nb. présents	Nb. admis
AIX-MARSEILLE	9	5	4
BESANCON	1	1	1
BORDEAUX	4	1	1
CAEN	2	1	0
DIJON	5	4	1
GRENOBLE	4	3	1
LILLE	3	2	2
LYON	4	3	3
MARTINIQUE	1	0	0
MONTPELLIER	3	3	0
NANCY-METZ	2	2	2
POITIERS	3	3	1
RENNES	8	3	1
ROUEN	3	3	2
TOULOUSE	4	3	2
NANTES	6	3	1
ORLEANS-TOURS	1	1	0
REIMS	2	2	2
AMIENS	3	3	1
LIMOGES	1	0	0
NICE	1	1	0
LA GUADELOUPE	3	3	3
PARIS -VERSAILLES - CRETEIL	13	11	7



## ADMISSION

### Répartition par académie INTERNE

Académie	Nb. admissibles	Nb. présents	Nb. admis
AIX-MARSEILLE	2	1	1
AMIENS	2	1	1
BESANCON	1	0	0
BORDEAUX	2	1	1
CAEN	1	1	0
CLERMONT-FERRAND	1	1	0
DIJON	1	1	1
GRENOBLE	6	5	1
GUYANE	2	0	0
LIMOGES	4	3	2
LILLE	8	6	3
LYON	3	2	2
MONTPELLIER	1	1	1
NANCY-METZ	1	1	0
OLEANS-TOURS			
RENNES	1	1	1
REIMS	2	1	1
STRASBOURG	3	1	0
TOULOUSE	2	2	1
NANTES	3	3	1
ROUEN	2	2	1
NICE	4	2	0
LA REUNION	5	3	2
LA MARTINIQUE	3	2	1
LA GUADELOUPE	2	1	0
PARIS -VERSAILLES - CRETEIL	14	12	7

### Titre ou diplômes des admis au CAER

Titre ou diplôme	Nb. admissibles	Nb. présents	Nb. admis
DIP POST SECONDAIRE 5 ANS OU +	19	13	8
DIPLOME D'INGENIEUR	5	2	2
LICENCE	29	19	9
MAITRISE	27	21	13
DIPLOME POST SECONDAIRE 3 ans	4	4	2
DIPLOME POST SECONDAIRE 4 ans	1	1	1
DEUG BTS DUT	1	1	0

### **Titre ou diplômes des admis à l'INTERNE**

Titre ou diplôme requis	Nb. admissibles	Nb. présents	Nb. admis
DIP POST SECONDAIRE 5 ANS OU +	14	13	5
DIPLOME D'INGENIEUR	6	5	2
DISP. TITRE 3 ENFANTS (MERE)	1	1	1
LICENCE	40	24	13
MAITRISE	18	15	10

### **Répartition par sexe au CAER**

	Nb. admissibles	Nb. présents	Nb. admis
FEMME	31	23	19
HOMME	55	38	16

### **Répartition par sexe à l'INTERNE**

	Nb. admissibles	Nb. présents	Nb. admis
FEMME	24	17	10
HOMME	55	40	20

## 3- SUJETS DES ÉPREUVES D'ADMISSIBILITÉ

### 3-1 SUJET DE MATHÉMATIQUES



**EFI MSP 1**  
Repère à reporter sur la copie

SESSION 2009

### **CONCOURS INTERNE DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DE L'ENSEIGNEMENT PROFESSIONNEL ET CONCOURS D'ACCÈS A L'ÉCHELLE DE RÉMUNÉRATION**

Section : MATHÉMATIQUES – SCIENCES PHYSIQUES

#### COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.  
L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB :** *Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

**Tournez la page S.V.P.**

### **Exercice 1**

Un enseignant d'une classe de baccalauréat industriel a préparé une séquence de trois séances portant sur le flocon de Von Koch.

Pour chacune de ces trois séances, chaque partie de l'exercice commence par les instructions et/ou questions destinées aux élèves puis sont énoncées les questions destinées aux candidats du concours CAPLP interne ou du CAER.

Des extraits de programme se trouvent à la fin de l'exercice.

#### **Première séance : figure de base du flocon de Von Koch**

La première séance de la séquence consiste à faire travailler les élèves sur un logiciel de géométrie dynamique. L'enseignant donne aux élèves les consignes suivantes :

##### Séance 1 : Macro de la figure de base de Von Koch

1. Placer deux points distincts A et B.
2. Construire le point C image du point B par la rotation de centre A et d'angle  $60^\circ$ .
3. Construire le centre de gravité G du triangle ABC.
4. La parallèle à [AC] passant par G coupe le segment [AB] en F.
5. La parallèle à [BC] passant par G coupe le segment [AB] en H.
6. Créer le segment [AF], puis les segments [FG], [GH], [HB].
7. Masquer tout ce qui a été dessiné sauf les segments [AF], [FG], [GH] et [HB].
8. Enregistrer la macro permettant de faire correspondre aux points A et B la ligne brisée AFGHB.

### ***Questions destinées aux candidats du concours CAPLP interne ou du CAER***

#### **Question 1**

Dessiner sur la copie la figure que doivent finalement obtenir les élèves à l'écran ; vous y ferez apparaître en plus les noms des points A, F, G, H et B.

#### **Question 2**

Montrer que les segments [AF], [FG], [GH] et [HB] sont de même longueur égale au tiers de la longueur du segment [AB].

## Deuxième séance : construction et étude des premiers flocons

Durant cette séance, les élèves doivent d'abord construire des flocons à l'aide du logiciel de géométrie et de la macro enregistrée lors de la première séance, puis répondre à une série de questions.

### 1) Construction de flocons avec un logiciel de géométrie dynamique

Le professeur donne aux élèves les renseignements suivants :

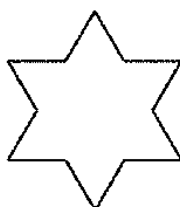
Le « flocon de rang 0 » est un triangle équilatéral de 9 cm de côté.

Le flocon de rang 1 (voir figure ci-après) est obtenu en appliquant trois fois au flocon de rang 0 la macro enregistrée à l'issue de la première séance.

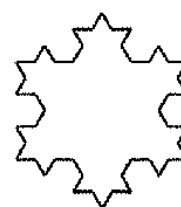
Le flocon de rang 2 (voir figure ci-après) est obtenu en appliquant douze fois au flocon de rang 1 la macro enregistrée à l'issue de la première séance.



flocon de rang 0



flocon de rang 1



flocon de rang 2

Le flocon de Von Koch est la « limite » des flocons obtenus, lorsqu'on répète indéfiniment les étapes mentionnées ci-dessus.

### 2) Étude des premiers flocons

L'enseignant souhaite que ses élèves réfléchissent aux questions ci-dessous à l'aide des figures qu'ils ont réalisées.

Soit  $C_n$  le nombre de côtés du flocon de rang  $n$ .  
Soit  $L_n$  la longueur d'un côté du flocon de rang  $n$ .  
Soit  $P_n$  le périmètre du flocon de rang  $n$ .

1) Remplir le tableau suivant

Rang $n$	Nombre de côtés $C_n$	Longueur d'un côté $L_n$	Périmètre du flocon $P_n$
0	3	9	
1			
2			

2) Comment pourrait-on procéder pour calculer le périmètre du flocon de rang 6 ?

**Questions destinées aux candidats du concours CAPLP interne ou du CAER**

**Question 3 :** Préciser la nature de chacune des suites  $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(L_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

**Question 4 :** À quels objectifs cette séance peut-elle répondre ?

**Question 5 :** Concernant la question « 2) Comment pourrait-on procéder pour calculer le périmètre du flocon de rang 6 ? », voici ci-dessous deux réponses orales d'élèves :

Réponse 1 : « On dessine le flocon de rang 6 sur papier et on mesure le périmètre avec une règle. »

Réponse 2 : « On continue le tableau jusqu'à la ligne correspondant au flocon de rang 6. »

Que peut répondre le professeur à chacune de ces deux affirmations ?

**Troisième séance : étude des caractéristiques des flocons**

L'enseignant a réalisé sur un tableur le tableau ci-dessous et le projette à ses élèves puis en discute avec eux.

	A	B	C	D
1	rang $n$	nombre de côtés $C_n$	longueur d'un côté $L_n$	périmètre du flocon $P_n$
2	0	3	9	27
3	1	12	3	36
4	2	48	1	48
5	3	192	0,33333333	64
6	4	768	0,11111111	85,3333333
7	5	3072	0,03703704	113,777776
8	6	12288	0,01234568	151,703704
9	7	49152	0,00411523	202,271605
10	8	196608	0,00137174	269,695473
11	9	786432	0,00045725	359,593964
12	10	3145728	0,00015242	479,456619

**Questions destinées aux candidats du concours CAPLP interne ou du CAER**

La notion de limite de suite n'est pas au programme de la classe concernée, mais l'enseignant désire mettre en évidence des résultats remarquables concernant l'évolution du périmètre et de l'aire d'un flocon de rang  $n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .

**Question 6 concernant l'évolution du périmètre d'un flocon :**

- Quelle est la limite du périmètre  $P_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ? Justifier le résultat.
- Comment pourrait-on amener les élèves à pressentir ce résultat ?
- Déterminer le plus petit entier naturel  $n$  tel que le flocon de rang  $n$  ait un périmètre supérieur ou égal à 9 km (on rappelle qu'on part d'un triangle de côtés mesurant 9 cm).

**Question 7 concernant l'évolution de l'aire du domaine délimité par un flocon :**

On note  $\mathcal{A}_n$  l'aire, exprimée en  $\text{cm}^2$ , du domaine délimité par le flocon de rang  $n$ .

- L'enseignant fait tracer aux élèves sur l'écran de l'ordinateur le cercle circonscrit au flocon de rang 0 et leur fait constater que les flocons de rangs 1, 2, 3, 4 sont à l'intérieur de ce cercle. Quel résultat sur l'aire d'un flocon peut-il ainsi faire pressentir aux élèves ?
- Que vaut  $\mathcal{A}_0$  (on rappelle qu'on part d'un triangle équilatéral de côtés de longueur 9 cm) ?
- Obtenir une formule exprimant l'aire  $\mathcal{A}_{n-1}$  en fonction de l'entier naturel  $n$  et de l'aire  $\mathcal{A}_n$ .
- En déduire une valeur approchée de  $\mathcal{A}_0$  au millimètre carré près.

## Extraits du programme de baccalauréat professionnel

### ACTIVITÉS NUMÉRIQUES ET GRAPHIQUES

La résolution de problèmes issus de la géométrie, de l'étude des fonctions, des autres disciplines et de la vie courante constitue un objectif fondamental de cette partie du programme. On dégagera sur les exemples étudiés les différentes phases de la résolution d'un problème :

- analyse de l'énoncé conduisant au choix de la méthode, si elle n'est pas imposée ;
- mise en oeuvre de la méthode (résolution) et contrôle des différentes étapes ;
- vérification, exploitation et présentation des résultats.

Dans cette perspective, il convient de répartir les activités tout au long de l'année et d'éviter toute révision systématique a priori. Les travaux s'articulent suivant trois axes :

- consolider les techniques élémentaires de calcul ;
- consolider la pratique conjointe du calcul littéral et du calcul numérique, en relation étroite avec l'étude des fonctions ;
- poursuivre l'étude des équations et inéquations à une inconnue et des systèmes linéaires d'équations et d'inéquations.

Il convient d'exploiter conjointement les aspects graphiques, numériques et algébriques, ainsi que l'étude de variations de fonctions : les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques, avec les justifications adéquates. Pour toutes ces questions, la calculatrice est un outil efficace. Il convient d'exploiter également les possibilités de l'outil informatique.

<p><b>a) Suites arithmétiques et géométriques</b>                  Notation <math>u_n</math>                  Expression du terme de rang <math>n</math>                  Somme des <math>k</math> premiers termes.</p>	Il s'agit de consolider les acquis antérieurs. L'objectif est de familiariser les élèves avec la description de situations simples conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.
<p><b>b) Polynômes du second degré</b>                  Résolution algébrique de l'équation du second degré :                  factorisation d'un polynôme du second degré.</p>	L'existence de solutions est à mettre en évidence d'une part graphiquement, d'autre part algébriquement, à partir d'exemples où les coefficients sont numériquement fixés. L'élève doit savoir utiliser les formules de résolution : ces formules sont admises.

#### *Champ des activités*

<p>Exemples d'étude de situations conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.</p> <p>Résolution algébrique d'une équation du second degré.                  Exemples d'étude de situations conduisant à une équation ou une inéquation à une inconnue.</p> <p>Résolutions graphique et algébrique d'un système linéaire de deux équations à deux inconnues.                  Exemples d'étude de situations conduisant à des systèmes linéaires d'équations ou d'inéquations à deux inconnues à coefficients numériques fixés.</p>	<p>Le recours aux formules générales est à éviter si la factorisation est donnée ou immédiate.                  La résolution d'une inéquation peut s'effectuer graphiquement ou en utilisant un tableau de signes ; si le degré excède deux, des indications doivent être fournies.</p> <p>Des exemples simples de programmation linéaire peuvent être choisis, toutes les indications nécessaires étant fournies.</p>
---	---

### ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Mettant en oeuvre les connaissances de géométrie ou de trigonométrie du programme de BEP, cette partie ne comporte que la rubrique " Champ de activités ". En outre, elles peuvent constituer un support pour les notions nouvelles du programme.

#### *Champ des activités*

<p>Exemples d'étude de problèmes liés à la profession, faisant intervenir dans le plan des constructions géométriques de configurations simples, des transformations géométriques (symétrie axiale, symétrie centrale, translation) ou conduisant à des calculs simples de distances, d'angles, d'aires.                  Exemples d'étude de solides usuels conduisant à l'utilisation de sections planes ou à des calculs de distances, d'angles, d'aires ou de volumes.</p>	<p>Toutes les indications utiles doivent être fournies.</p> <p>Toutes les indications utiles doivent être fournies.</p>
--	---

## Exercice 2

Indiquer, pour chacune des affirmations indépendantes qui suivent, si elle est vraie ou fausse, puis justifier votre réponse.

- 1) Si une pièce est truquée de telle sorte que la probabilité d'obtenir PILE soit égale à trois fois celle d'obtenir FACE, alors la probabilité d'obtenir FACE vaut  $\frac{1}{6}$ .
- 2) Dans deux classes de 25 élèves d'un lycée professionnel, on dispose des pourcentages de réussite au baccalauréat professionnel de juin 2008 des garçons et des filles de ces deux classes :

	filles	garçons
Terminale 1	80%	60%
Terminale 2	75%	40%

Ainsi, 80% des filles de Terminale 1 ont eu le bac ainsi que 60% des garçons de Terminale 1, 75% des filles de Terminale 2 et 40% des garçons de Terminale 2.

L'affirmation est la suivante : « Quelle que soit la répartition filles-garçons de chacune de ces deux classes de 25 élèves, on peut déduire du tableau ci-dessus que le pourcentage de réussite au baccalauréat professionnel des élèves de Terminale 1 est supérieur à celui des élèves de Terminale 2 ».

- 3) Si A et B sont deux événements de probabilités non nulles, on note  $P(B/A)$  la probabilité de l'événement B sachant que l'événement A est réalisé.

L'affirmation est la suivante : « Si A et B sont deux événements de probabilités non nulles, alors  $P(B/A) \times P(A/B) = 1$ . »

- 4) Pour ouvrir une porte, un individu dispose de 10 clés différentes dont une seule permet d'ouvrir cette porte. Il choisit une clé au hasard, essaie d'ouvrir la porte et, s'il n'y parvient pas, met la clé de côté pour ne pas la réutiliser.

La variable aléatoire X indiquant le nombre total de clés essayées (la bonne comprise) suit une loi binomiale.



### Exercice 3

On rappelle que si  $f$  est une fonction définie et continue sur un intervalle  $I$ , alors, quels que soient les nombres réels  $a$  et  $b$  appartenant à l'intervalle  $I$ , l'intégrale  $\int_a^b f(x)dx$  est définie.

On note  $\mathbf{R}$  l'ensemble des nombres réels.

#### I. Quelques propriétés d'une fonction définie à l'aide d'une intégrale

Soit  $f$  une fonction définie et continue sur  $\mathbf{R}$ . On lui associe la fonction  $g$  définie sur  $\mathbf{R}$  par :

$$\begin{cases} g(x) = \int_0^x f(t) dt & \text{si } x \geq 0, \\ g(x) = \int_x^0 f(t) dt & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

- 1) On suppose dans cette question que  $f(t) = 1$  pour tout nombre réel  $t$ . Déterminer alors, pour tout nombre réel  $x$ , l'expression de  $g(x)$ . Étudier la parité de la fonction  $g$ .
- 2) On suppose dans cette question que  $f(t) = |t|$  pour tout nombre réel  $t$ . Déterminer alors, pour tout nombre réel  $x$ , l'expression de  $g(x)$ . Tracer sur la copie la courbe représentative de la fonction  $g$  dans le plan rapporté à un repère orthonormal.
- 3) On revient au cas général, c'est-à-dire que  $f$  est une fonction définie et continue sur  $\mathbf{R}$ .
  - a) On admet que la fonction  $g$  est dérivable sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . Préciser sa dérivée sur cet intervalle.
  - b) Illustrer graphiquement puis démontrer que si la fonction  $f$  est paire, alors la fonction  $g$  est paire. (on peut par exemple utiliser un changement de variables)

#### II. Étude d'une fonction $f$ et de la fonction $g$ associée

On considère désormais la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par 
$$\begin{cases} f(x) = -x+1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ f(x) = 0 & \text{si } x > 1, \\ f \text{ est paire.} \end{cases}$$

On lui associe la fonction  $g$  définie sur  $\mathbf{R}$  par 
$$\begin{cases} g(x) = \int_0^x f(t) dt & \text{si } x \geq 0, \\ g(x) = \int_x^0 f(t) dt & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

- 1) Étude de la fonction  $f$ 
  - a) Montrer que la fonction  $f$  est continue sur  $\mathbf{R}$ .
  - b) Tracer sur la copie la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan rapporté à un repère orthonormal.
- 2) Étude de la fonction  $g$ 
  - a) Étudier le sens de variation et le signe de la fonction  $g$  sur  $\mathbf{R}$ .
  - b) Expliciter  $g(x)$  en fonction de  $x$  lorsque  $x$  appartient à l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
  - c) Tracer sur la copie la courbe représentative de la fonction  $g$  dans le plan rapporté à un repère orthonormal (on précisera les demi-tangentes à la courbe aux points d'abscisse 0 et 1).

d) Montrer que, quels que soient les nombres réels  $x$  et  $y$  positifs ou nuls, on a l'inégalité :

$$g(x+y) \leq g(x) + g(y).$$

On admet dans la suite de cet exercice que l'inégalité  $g(x+y) \leq g(x) + g(y)$  est vérifiée plus généralement quels que soient les nombres réels  $x$  et  $y$ .

3) Étude d'une fonction distance

On considère la fonction  $d$  définie sur  $\mathbf{R}^2$  par  $d(x, y) = g(x - y)$ .

a) Montrer que la fonction  $d$  est une distance sur  $\mathbf{R}$ , c'est-à-dire que, quels que soient les nombres réels  $x$ ,  $y$  et  $z$ , les propriétés suivantes sont vérifiées :

$$d(x, y) \geq 0;$$

$$d(x, y) = 0 \text{ équivaut à } x = y;$$

$$d(x, y) = d(y, x);$$

$$d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y).$$

b) Soient  $x_0$  un nombre réel quelconque et  $r$  un nombre réel strictement positif. On note  $I(x_0, r)$  l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $d(x_0, x) < r$ . Déterminer  $I(x_0, r)$  dans chacun des cas suivants :

i)  $x_0 = 0$  et  $r = 1$ .

ii)  $x_0 = 0$  et  $r = \frac{3}{8}$ .

iii)  $x_0 = 1$  et  $r = \frac{3}{8}$ .

#### Exercice 4

*Dans cet exercice on ne considère que des cercles non réduits à un point.*

#### **I. Définition de la puissance d'un point par rapport à un cercle**

On considère dans le plan :

un cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $\Omega$  et de rayon  $R > 0$ ,

un point  $M$  quelconque,

1) Soit  $\Delta$  une droite passant par  $M$  et coupant  $\mathcal{C}$  en deux points  $A$  et  $B$  distincts tels que le point  $A$  soit différent du point  $M$ .

On note  $D$  le point du cercle  $\mathcal{C}$  diamétralement opposé au point  $A$ .

Montrer que  $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MA} \cdot \overline{MD}$  puis que  $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = M\Omega^2 - R^2$ .

De ce fait, le produit scalaire  $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$  est donc indépendant du choix de la sécante  $\Delta$  passant par le point  $M$ . Le nombre réel  $\mathcal{P}_{\mathcal{C}}(M) = \overline{MA} \cdot \overline{MB} = M\Omega^2 - R^2$  est appelé puissance du point  $M$  par rapport au cercle  $\mathcal{C}$ .

2) On suppose, dans cette question, que le point  $M$  est extérieur au cercle  $\mathcal{C}$ .

On note  $T$  le point de contact d'une tangente au cercle  $\mathcal{C}$  menée par  $M$ .

Montrer que  $\mathcal{P}_{\mathcal{C}}(M) = MT^2$ .

3) Décrire l'ensemble  $\mathcal{E}_1$  (resp.  $\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3$ ) des points  $M$  du plan tels que  $\mathcal{P}_{\mathcal{C}}(M) = 0$  (resp.  $< 0, > 0$ ).

## II. Axe radical de deux cercles de centres distincts et application

L'objet de cette seconde partie est de prouver que l'ensemble des points ayant même puissance par rapport à deux cercles est une droite (que l'on appellera axe radical des deux cercles) puis de déterminer cet axe radical dans trois cas de figure et enfin d'utiliser l'axe radical de deux cercles pour prouver l'alignement de quatre points particuliers.

### 1) Étude générale de l'axe radical de deux cercles

On considère dans le plan :

- un cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $\Omega$  et de rayon  $R > 0$ ,
- un cercle  $\mathcal{C}'$  de centre  $\Omega'$  et de rayon  $R'$  tel que  $\Omega \neq \Omega'$  et  $0 < R' \leq R$ ,
- le milieu  $I$  du segment  $[\Omega\Omega']$ .

- a) Montrer que pour tout point  $M$  du plan,  $\mathcal{P}_{\mathcal{C}}(M) = \mathcal{P}_{\mathcal{C}'}(M)$  équivaut à  $2\overline{MI} \cdot \overline{\Omega\Omega'} = R^2 - R'^2$ .
- b) Justifier qu'il existe un point  $M_0$  de la droite  $(\Omega\Omega')$  vérifiant  $2\overline{M_0I} \cdot \overline{\Omega\Omega'} = R^2 - R'^2$ .
- c) Dédire des résultats précédents que l'axe radical des deux cercles, c'est-à-dire l'ensemble des points  $M$  tels que  $\mathcal{P}_{\mathcal{C}}(M) = \mathcal{P}_{\mathcal{C}'}(M)$ , est la droite passant par  $M_0$  et perpendiculaire à la droite  $(\Omega\Omega')$ .

### 2) Recherche de l'axe radical dans trois cas de figure

On considère dans le plan :

- un cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $\Omega$  et de rayon  $R > 0$ ,
- un cercle  $\mathcal{C}'$  de centre  $\Omega'$  et de rayon  $R'$  tel que  $\Omega \neq \Omega'$  et  $0 < R' \leq R$ .

- a) On suppose que les cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  sont sécants en deux points distincts  $J$  et  $K$ .  
Montrer que l'axe radical des cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  est la droite  $(JK)$ .
- b) On suppose que les cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  sont tangents en un point  $L$ .  
Déterminer l'axe radical des cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$ .
- c) On suppose que les cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  n'ont aucun point commun. Soit un cercle  $\mathcal{C}''$ , sécant à la fois au cercle  $\mathcal{C}$  et au cercle  $\mathcal{C}'$ , et dont le centre  $\Omega''$  n'appartient pas à la droite  $(\Omega\Omega')$ .  
Justifier que l'axe radical des cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}''$  et l'axe radical des cercles  $\mathcal{C}'$  et  $\mathcal{C}''$  sont sécants ; on note  $S$  leur point d'intersection. Déterminer l'axe radical des cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$ .

### 3) On considère dans le plan deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ , non sécants, extérieurs l'un de l'autre.

Ces deux cercles ont quatre tangentes communes, notées  $(T_i T'_i)_{1 \leq i \leq 4}$ , où  $T_i$  et  $T'_i$  sont les points de contact respectifs de la tangente  $(T_i T'_i)$  avec les cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$ .

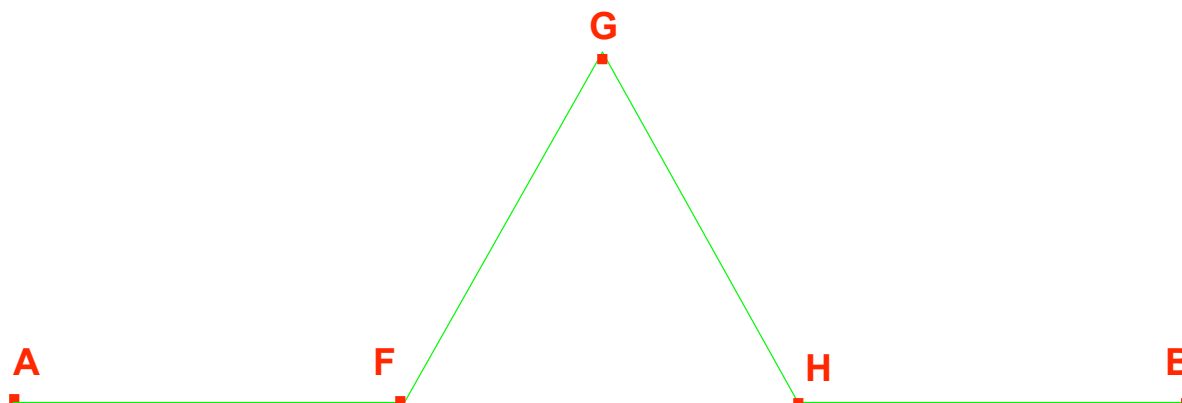
On note  $M_i$  le milieu du segment  $[T_i T'_i]$ . Montrer que les points  $M_1, M_2, M_3$  et  $M_4$  sont alignés.

## 3-2 ÉLÉMENTS DE CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

### Exercice 1

#### Question 1

La figure que doivent finalement obtenir les élèves à l'écran est semblable est la suivante :

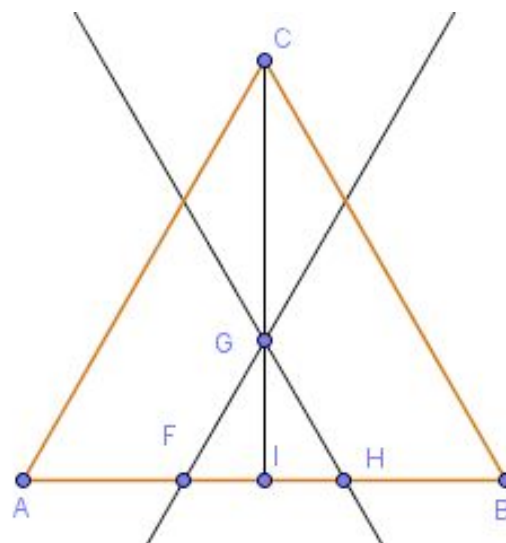


#### Question 2

Notons I le milieu du segment [AB].

En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle CIA, on obtient d'une part que FG vaut le tiers de AC et d'autre part que IF vaut le tiers de IA. On en déduit que AF vaut les deux tiers de AI soit le tiers de AB.

En travaillant de même dans le triangle BIC, on obtient bien au final que les segments [AF], [FG], [GH] et [HB] sont de même longueur et que leur longueur est égale au tiers de la longueur du segment [AB].



#### Question 3

Soit  $n$  un entier naturel.

Il est clair que  $C_{n+1} = 4 C_n$ . De plus, d'après la question précédente, on sait que  $L_{n+1} = \frac{1}{3} L_n$ .

Comme  $P_{n+1} = C_{n+1} \times L_{n+1} = \frac{4}{3} C_n L_n = \frac{4}{3} P_n$ , les trois suites  $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(L_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sont donc géométriques.

#### Question 4

Cette séance peut répondre à plusieurs objectifs, par exemple :

- 1) Évaluer et consolider les acquis de BEP sur les suites géométriques en s'appuyant sur la description d'une situation géométrique simple.
- 2) Réinvestir les notions sur les suites géométriques abordées en cours (notation, expression du terme de rang  $n$ , détermination de la raison d'une suite géométrique).

Elle permet également aux élèves :

- de travailler en autonomie sur un logiciel de géométrie dynamique,
- de réfléchir en autonomie et en groupe afin d'émettre des conjectures.

### Question 5

Pour la réponse 1, on pourrait répondre que la construction d'un flocon de rang 6 sur papier est très difficile et longue à réaliser et que cette construction ne permet pas d'obtenir un résultat exact.

Pour la réponse 2, on pourrait répondre que cette démarche amènera au résultat voulu mais par contre nécessitera beaucoup de calculs si on n'automatise pas les calculs à effectuer.

### Question 6

- a) La suite  $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $\frac{4}{3}$  or  $\frac{4}{3} > 1$ . Donc la suite  $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tend vers  $+\infty$  donc le périmètre tend vers  $+\infty$ .
- b) Dans un premier temps, faire observer par les élèves que plus le rang augmente, plus le périmètre augmente (notion de suite croissante) puis leur faire observer que le périmètre semble pouvoir être aussi grand que l'on souhaite (par exemple en prolongeant vers le bas le tableau précédemment construit à l'aide du tableur) ; on peut alors faire prendre conscience aux élèves que quel que soit le nombre positif choisi, on peut toujours trouver un entier  $n$  tel que le périmètre du flocon de rang  $n$  soit plus grand que ce nombre. On peut même prouver ce résultat en travaillant avec des inégalités et en composant avec la fonction logarithme de la manière suivante :

$$P_n \geq A \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^n \times 27 \geq A \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^n \geq \frac{A}{27} \Leftrightarrow n \ln\left(\frac{4}{3}\right) \geq \ln\left(\frac{A}{27}\right) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(A) - \ln(27)}{\ln(4) - \ln(3)}$$

- c) La réponse à ce genre de question n'est pas unique. On peut imaginer, entre autres possibilités :
- Un candidat qui calcule successivement les termes de la suite  $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$  (tout en comptant le nombre d'itérations) jusqu'à obtenir un périmètre dépassant 900 000 (en partant d'un périmètre initial de 9).
  - Un candidat qui programme dans le langage de sa calculatrice une boucle « tant que » qui, partant des valeurs initiales  $P=9$  et  $c=0$ , remplace  $P$  par  $4/3$  de  $P$  et  $c$  par  $c+1$  à chaque étape, et s'arrête dès que  $P$  est supérieur ou égal à 900 000. La valeur finale de  $c$  est alors l'entier cherché.
  - Un candidat qui calcule simplement le nombre  $\frac{\ln(900\,000) - \ln(27)}{\ln(4) - \ln(3)}$  et l'arrondit à l'entier supérieur (à savoir 37).

### Question 7

- a) En traçant le cercle circonscrit au flocon de rang 1, puis les flocons de rang supérieur, l'enseignant fait remarquer aux élèves que les premiers flocons sont inscrits dans ce cercle et il leur fait pressentir qu'il en sera sûrement de même pour les suivants et donc en fait que la suite  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  des aires du flocon de rang  $n$  semble bornée (contrairement à la suite des périmètres).
- b) La hauteur d'un triangle équilatéral de côté  $a$  mesurant  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $A_0$  vaut alors  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$ .

- c) L'aire  $A_{n+1}$  du flocon de rang  $n+1$  vaut en fait l'aire  $A_n$  du flocon de rang  $n$  à laquelle on ajoute l'aire d'un triangle équilatéral de côté mesurant  $L_{n+1}$  autant de fois qu'il y a de côtés au flocon de rang  $n$  (à savoir  $C_n$ ). Ainsi, on a

$$A_{n+1} = A_n + C_n \times \frac{L_{n+1}^2 \sqrt{3}}{4} = A_n + 3 \times 4^n \times \frac{\left(\frac{9}{3^{n+1}}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = A_n + 3\sqrt{3} \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1}$$

- d) La réponse à ce genre de question n'est pas unique. On peut imaginer, entre autres possibilités :

- Un candidat qui calcule successivement, grâce à la formule de la question précédente, les termes de la suite  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  jusqu'au rang 6 pour obtenir finalement que  $A_6$  vaut environ 55,95 cm<sup>2</sup>.
- Un candidat qui programme dans le langage de sa calculatrice une boucle utilisant la formule de la question précédente et lui permettant ainsi d'obtenir que  $A_6$  vaut environ 55,95 cm<sup>2</sup>.
- Un candidat qui remarque que  $A_n$  est la somme de  $A_0$  avec la somme des termes d'une suite

géométrique de premier terme  $\frac{27\sqrt{3}}{4}$  et de raison  $\frac{4}{9}$ . Ainsi  $A_n = A_0 + \frac{27\sqrt{3}}{4} \frac{1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n}{1 - \frac{4}{9}}$  d'où

finalement  $A_6$  qui vaut environ 55,95 cm<sup>2</sup>.

## Exercice 2

- 1) La proposition est fausse puisque si la probabilité d'obtenir FACE vaut  $\frac{1}{6}$ , celle d'obtenir PILE étant égale à trois fois celle de FACE vaudra de ce fait  $\frac{1}{2}$ , et donc la somme de ces deux probabilités ne vaut pas 1, ce qui contredit le fait que les événements « PILE » et « FACE » sont disjoints et complémentaires.

- 2) La proposition est fausse.

Il existe plusieurs façons de trouver un contre-exemple. On peut remarquer que le nombre  $F_1$  de filles dans la Terminale 1 est nécessairement un multiple de 5 puisque la proportion de filles de cette classe à avoir obtenu le baccalauréat est de  $\frac{4}{5}$ . Ainsi, ce nombre  $F_1$  ne peut valoir que 0, 5, 10, 15, 20 ou 25 ; dans ce cas, le nombre  $G_1$  de garçons dans cette terminale vaut respectivement 25, 20, 15, 10, 5, 0. En ce qui concerne la Terminale 2, les contraintes sont plus fortes puisque le nombre de filles doit être un multiple de 4, le nombre de garçons un multiple de 5 et bien entendu la somme de ces deux nombres doit faire 25. Il n'y a que deux possibilités : aucune fille et 25 garçons ou 20 filles et 5 garçons. Si on calcule alors dans chacun des cas de figure le quotient « nombre de reçus en Terminale 1 sur nombre de reçus en Terminale 2 », on obtient le tableau suivant :

$T_2 \setminus T_1$	(0 ; 25)	(5 ; 20)	(10 ; 15)	(15 ; 10)	(20 ; 5)	(25 ; 0)
(0 ; 25)	15/10	16/10	17/10	18/10	19/10	20/10
(20 ; 5)	15/17	16/17	17/17	18/17	19/17	20/17

Ainsi, si la Terminale 1 est constituée de 5 filles et de 20 garçons et si la Terminale 2 est composée de 20 filles et de 5 garçons, alors il y a 16 reçus au baccalauréat en Terminale 1 pour 17 reçus en Terminale 2.

3) La proposition est fautive. Il suffit pour cela de considérer deux événements  $A$  et  $B$  disjoints, ie tels que  $P(A \cap B) = 0$ . On a alors  $P(B/A) = P(A/B) = 0$ . Lors d'un lancer de dé, l'événement  $A$  pourrait être « le numéro est inférieur à 2 » et l'événement  $B$  son contraire.

4) La proposition est fautive.

En effet, l'événement «  $X=1$  » correspond au fait que la première clé essayée est la bonne. On a donc  $P(X=1) = 1/10 = 0,1$ .

L'événement «  $X=2$  » correspond au fait que la première clé essayée est mauvaise et que la seconde est la bonne. On a donc  $P(X=2) = \frac{9}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{10}$ .

L'événement «  $X=3$  » correspond au fait que les deux premières clés essayées sont mauvaises et que la troisième est la bonne. On a donc  $P(X=3) = \frac{9}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{10}$ .

Or, dans le cas d'une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ , on a  $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$  et donc

$$\frac{P(X=1)}{P(X=2)} = \frac{np(1-p)^{n-1}}{\frac{n(n-1)}{2} p^2 (1-p)^{n-2}} = \frac{2(1-p)}{p(n-1)}$$

$$\frac{P(X=2)}{P(X=3)} = \frac{\frac{n(n-1)}{2} p^2 (1-p)^{n-2}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{6} p^3 (1-p)^{n-3}} = \frac{3(1-p)}{p(n-2)}$$

Ainsi, on aurait  $P(X=1) = P(X=2) \Leftrightarrow 2 = p(n+1)$  et  $P(X=2) = P(X=3) \Leftrightarrow 3 = p(n+1)$ , ce qui est clairement impossible !

### Exercice 3

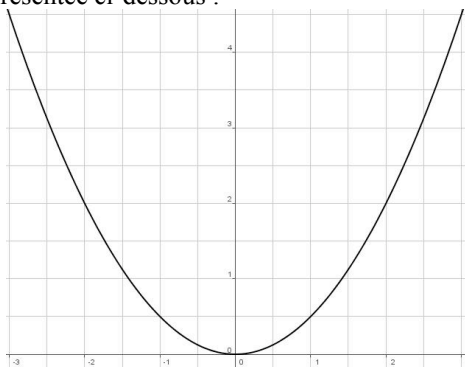
I.

1) On a pour  $x$  positif  $g(x) = x$  et  $g(x) = -x$  si  $x$  est négatif. On a donc en fait  $g(x) = |x|$  pour tout  $x$  réel. Ainsi,  $g$  est clairement paire.

2) On obtient que si  $x$  est positif, alors  $g(x) = \int_0^x |t| dt = \left[ \frac{t^2}{2} \right]_0^x = \frac{x^2}{2}$  et que si  $x$  est négatif, alors

$g(x) = \int_x^0 |t| dt = \int_x^0 -t dt = \left[ -\frac{t^2}{2} \right]_x^0 = \frac{x^2}{2}$ . Ainsi la courbe représentative de la fonction  $g$  est la

parabole dont une partie est représentée ci-dessous :



3)

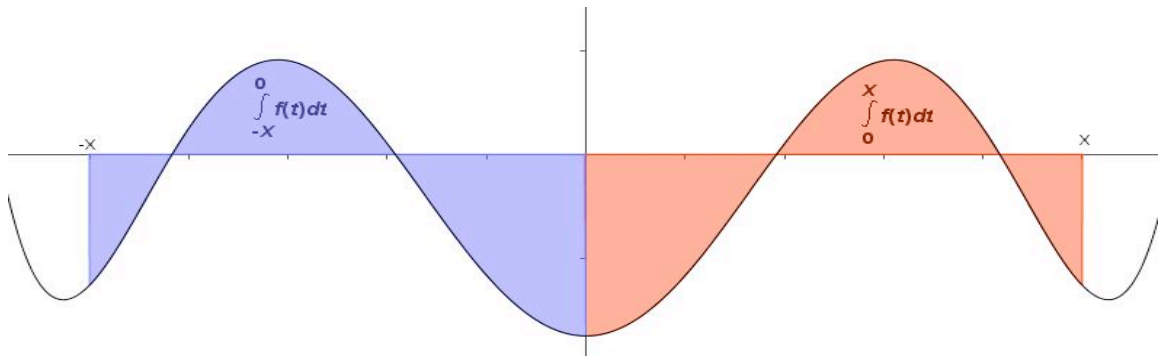
- a) Puisque la fonction  $f$  est continue sur  $\mathbf{R}$ , elle admet des primitives sur  $\mathbf{R}$ . Soit  $F$  une primitive de  $f$  sur  $\mathbf{R}$ . On a donc, pour  $x$  positif,

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt = [F(x)]_0^x = F(x) - F(0)$$

et puisque  $F$  est dérivable sur  $\mathbf{R}$ ,  $g$  l'est aussi et sa dérivée est définie par

$$\forall x > 0, g'(x) = F'(x) = f(x).$$

- b) Si  $f$  est paire, la courbe représentative de  $f$  est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et donc l'égalité entre  $g(x)$  et  $g(-x)$  est immédiate en traduisant les deux intégrales en termes d'aire de domaines qui sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées, les bornes des intégrales étant disposées dans les deux cas dans l'ordre croissant :



Si on veut une démonstration analytique du fait que  $g$  est paire lorsque  $f$  est paire, il suffit de poser  $u = -t$  dans l'intégrale définissant  $g(x)$  pour  $x$  positif. On a alors  $du = -dt$  et donc :

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^{-x} f(-u)(-du) = \int_{-x}^0 f(u) du = g(-x)$$

Ceci assure que  $g(x) = g(-x)$  pour tout  $x$  positif et donc que  $g(-x) = g(-(-x))$  pour tout  $x$  négatif. Ainsi,  $g$  est bien paire si  $f$  l'est.

## II. Étude d'une fonction $f$ et de la fonction $g$ associée

1) Étude de  $f$

- a) La fonction  $f$  est continue sur les intervalles  $]0 ; 1[$  et  $]1 ; +\infty[$  en tant que restriction de fonctions polynômiales sur chacun de ces intervalles. Puisque  $f$  est paire, elle est donc également continue sur les intervalles  $]-\infty ; -1[$  et  $]-1 ; 0[$ .

De plus, on a  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 1 - x = 0 = f(1)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 0 = 0 = f(1)$ .

Ainsi,  $f$  est continue en 1 et donc aussi en  $-1$  par parité.

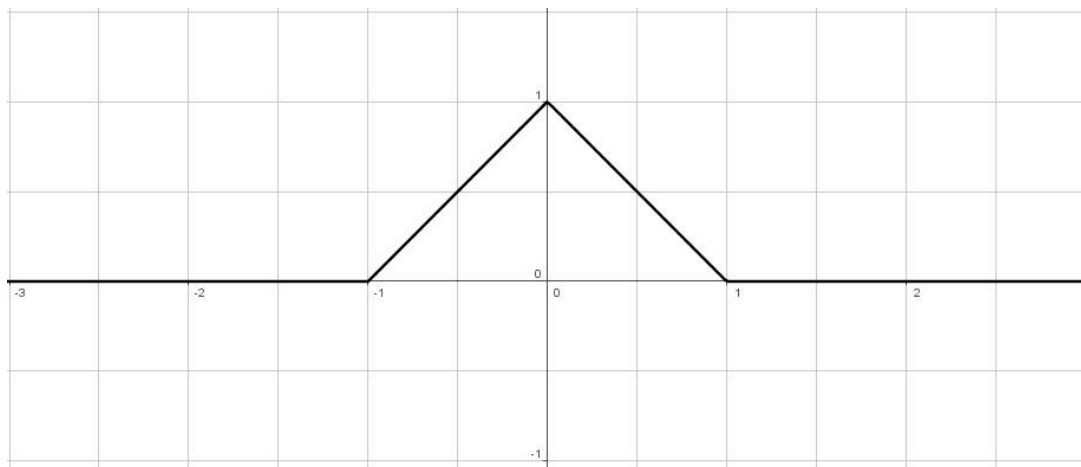
Il reste à vérifier la continuité de  $f$  en 0.

Or, on a  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 - x = 1 = f(0)$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 1 + x = 1 = f(0)$ .

Ainsi, la fonction  $f$  est continue sur  $\mathbf{R}$ .

- b) La courbe représentative de  $f$  est la suivante :





2) Étude de  $g$

- a) D'après la question I.3)a), on sait que la fonction  $g$  est dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et que  $g'(x)=f(x)$  pour  $x>0$ . Ainsi,  $g$  est strictement croissante sur l'intervalle  $[0 ; 1]$  et  $g$  est constante sur l'intervalle  $[1 ; +\infty[$ . D'après la question I.3)b),  $g$  est paire et de ce fait,  $g$  est constante sur  $]-\infty ; -1]$  et  $g$  est strictement décroissante sur  $[-1 ; 0]$ .

Puisque  $f$  est positive sur  $\mathbf{R}$ , il est alors clair que, pour tout réel  $x$ ,  $g(x) \geq 0$  puisque l'intégrale définissant  $g(x)$  est prise dans les deux cas de figure dans le sens des bornes croissantes.

- b) Si  $x \in [0; 1]$ ,  $g(x)$  est l'aire d'un trapèze de hauteur  $x$  et de bases mesurant 1 et  $1-x$  et donc

$$g(x) = \frac{x \times (1 + 1 - x)}{2} = \frac{x(2 - x)}{2} = x - \frac{x^2}{2} \text{ si } x \in [0; 1].$$

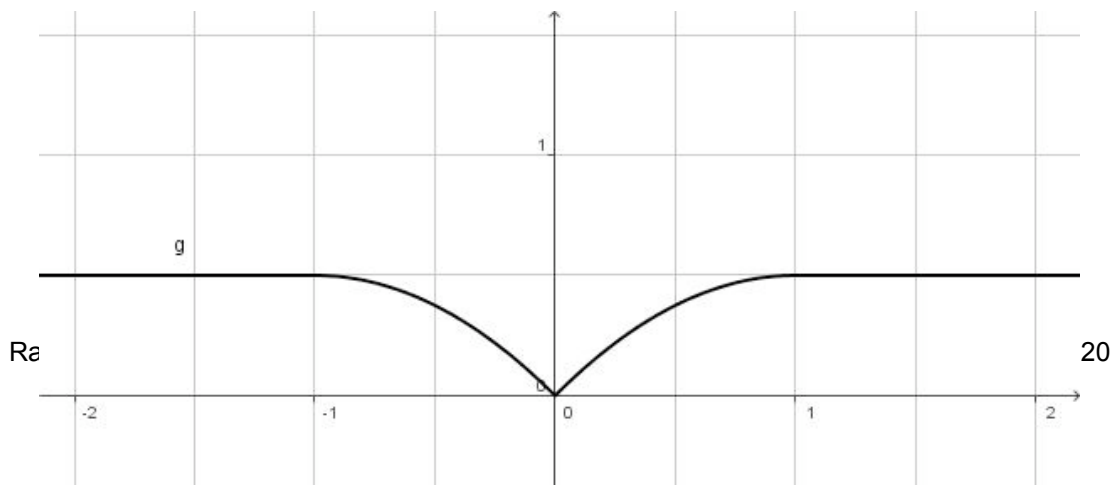
Si  $x > 1$ , alors  $g(x)$  est l'aire d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 et donc  $g(x) = \frac{1}{2}$  si  $x > 1$ .

- c) Si  $x > 0$ , on a

$$\frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = 1 - \frac{x}{2} \underset{x \rightarrow 0^+}{\rightarrow} 1;$$

et donc  $g$  est dérivable à droite en 0 et la courbe représentative de  $g$  possède une demi-tangente de pente 1 en 0 à droite. Puisque  $g$  est paire, sa courbe représentative admet donc aussi une demi-tangente de pente -1 en 0 à gauche.

On sait que  $g$  est dérivable en 1 et que  $g'(1) = f(1) = 0$ . Ainsi, la courbe représentative de  $g$  possède une tangente horizontale au point d'abscisse 1. La courbe représentative de  $g$  ressemble donc à la suivante :



- d) Soit  $y$  un réel positif ou nul fixé. Posons  $h(x) = g(x) + g(y) - g(x+y)$  pour tout réel  $x$  positif ou nul. Puisque  $g$  est dérivable sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ , il en est de même de la fonction  $h$  et :

$$\forall x > 0, h'(x) = g'(x) - g'(x+y) = f(x) - f(x+y).$$

Or  $y \geq 0$  et donc  $x+y \geq x$  et donc  $f(x+y) \leq f(x)$  puisque  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . Ainsi, la fonction  $h$  est croissante sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  et comme elle est continue en 0, elle est même croissante sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ . Or  $h(0) = 0$  et donc la fonction  $h$  est positive ou nulle sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  ce qui assure bien que l'inégalité  $g(x+y) \leq g(x) + g(y)$  est vraie pour tous nombres  $x$  et  $y$  positifs ou nuls.

3)

- a) Soient  $x, y, z$  trois réels. Puisque  $g$  est positive sur  $\mathbf{R}$ , alors  $d(x; y) = g(x-y) \geq 0$ .

Puisque la fonction  $g$  ne s'annule qu'en  $x=0$ , alors  $d(x; y) = 0$  équivaut à  $g(x-y)=0$  qui équivaut à  $x-y=0$  qui équivaut donc à  $x=y$ .

Puisque la fonction  $g$  est paire, alors  $d(x; y) = g(x-y) = g(-(x-y)) = g(y-x) = d(y; x)$ .

Puisque  $g(a+b) \leq g(a) + g(b)$  est vraie pour tous nombres  $a$  et  $b$ , alors

$$d(x; y) = g(x-y) = g(x-z+z-y) \leq g(x-z) + g(z-y) = d(x; z) + d(z; y)$$

Ainsi, la fonction  $d$  est une distance sur  $\mathbf{R}$ .

- b) On note  $I(x_0; r)$  l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $d(x_0; x) < r$ .

i)  $I(0, 1) = \{x \in \mathbf{R} / g(x) < 1\} = \mathbf{R}$  puisque  $g(x) \leq \frac{1}{2}$  pour tout réel  $x$ .

ii) En utilisant la courbe représentative de la fonction  $g$ , on en déduit que

$$I\left(0, \frac{3}{8}\right) = \left\{x \in \mathbf{R} / g(x) < \frac{3}{8}\right\} = ]-a; a[ \text{ où } a \text{ est le réel positif tel que } g(a) \text{ vaut } \frac{3}{8}. \text{ On}$$

cherche donc  $a$  tel que  $a - \frac{a^2}{2} = \frac{3}{8}$ , ce qui débouche sur  $a = \frac{1}{2}$ . Ainsi,  $I\left(0, \frac{3}{8}\right) = \left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[$ .

iii) En utilisant la question précédente, on obtient que :

$$I\left(1, \frac{3}{8}\right) = \left\{x \in \mathbf{R} / g(x-1) < \frac{3}{8}\right\} = \left\{x \in \mathbf{R} / x-1 \in \left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[\right\} = \left]\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right[.$$

#### Exercice 4

I.

- 1) On a  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{DB}$ . Or, puisque  $[AD]$  est un diamètre du cercle  $C$  alors  $\overrightarrow{DB}$  est orthogonal au vecteur  $\overrightarrow{BA}$  et donc au vecteur  $\overrightarrow{MA}$  qui est colinéaire à  $\overrightarrow{BA}$ . Ainsi  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$  et donc  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MD}$ .

De même, on a

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MD} = (\overrightarrow{M\Omega} + \overrightarrow{\Omega A}) \cdot (\overrightarrow{M\Omega} + \overrightarrow{\Omega D}) = (\overrightarrow{M\Omega} + \overrightarrow{\Omega A}) \cdot (\overrightarrow{M\Omega} - \overrightarrow{\Omega A}) = M\Omega^2 - \Omega A^2 \text{ et donc on}$$

en déduit que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MD} = M\Omega^2 - \Omega A^2$ .

- 2) Le triangle  $MT\Omega$  est rectangle en T et donc on a  $M\Omega^2 = MT^2 + T\Omega^2 = MT^2 + R^2$ . Ainsi, on a bien  $p_c(M) = MR^2 - MT^2$ .
- 3) L'ensemble des points M du plan tels que  $p_c(M) = 0$  est donc l'ensemble des points M du plan tels que  $M\Omega^2 - R^2 = 0$ , c'est-à-dire le cercle C.

L'ensemble  $e_2$  est l'ensemble des points M du plan tels que  $M\Omega < R$ , c'est-à-dire le disque (ouvert) délimité par le cercle C.

L'ensemble  $e_3$  est l'ensemble des points M du plan tels que  $M\Omega > R$ , c'est-à-dire l'extérieur du cercle C.

## II. Axe radical de deux cercles de centres distincts

- 1) Étude générale de l'axe radical de deux cercles

- a) Pour tout point M du plan, on a

$$p_c(M) = p_{c'}(M) \Leftrightarrow M\Omega^2 - R^2 = M\Omega'^2 - R'^2 \Leftrightarrow R^2 - R'^2 = \Omega\Omega'$$

Or,

$$M\Omega^2 - M\Omega'^2 = \overline{M\Omega}^2 - \overline{M\Omega'}^2 = (\overline{M\Omega} - \overline{M\Omega'}) \cdot (\overline{M\Omega} + \overline{M\Omega'}) = \overline{\Omega\Omega'} \cdot (\overline{MI} + \overline{I\Omega} + \overline{MI} + \overline{I\Omega'})$$

Or, I est le milieu du segment  $[\Omega\Omega']$  donc  $\overline{I\Omega} + \overline{I\Omega'} = 0$ . Et ainsi  $p_c(M) = p_{c'}(M)$  équivaut à  $2\overline{MI\Omega\Omega'} = R^2 - R'^2$ .

- b) Si  $M_0$  est sur la droite  $(\Omega\Omega')$ , alors  $\overline{M_0\Omega} = \overline{M_0I} + \overline{I\Omega}$  et donc il existe bien un seul point  $M_0$  de la droite  $(\Omega\Omega')$  tel que  $2\overline{M_0I\Omega\Omega'} = R^2 - R'^2$ , il s'agit du point  $M_0$  tel que

$$\overline{M_0I} = \frac{R^2 - R'^2}{2\overline{\Omega\Omega'}}.$$

- c) Pour tout point M du plan, on a

$$p_c(M) = p_{c'}(M) \Leftrightarrow R^2 - R'^2 = 2\overline{MI\Omega\Omega'} \Leftrightarrow \overline{MI} \cdot \overline{\Omega\Omega'} = \overline{M_0I} \cdot \overline{\Omega\Omega'}$$

Ainsi  $p_c(M) = p_{c'}(M) \Leftrightarrow \overline{MM_0} \perp \overline{\Omega\Omega'}$  et donc l'axe radical des deux cercles, c'est-à-dire l'ensemble des points M tels que  $p_c(M) = p_{c'}(M)$ , est bien la droite passant par  $M_0$  et perpendiculaire à la droite  $(\Omega\Omega')$ .

- 2) Recherche de l'axe radical dans trois cas de figure

- a) Puisque J et K appartiennent aux deux cercles, leur puissance par rapport à chacun de ces deux cercles vaut 0 et donc les points J et K appartiennent à l'axe radical des deux cercles. Comme ces deux points sont distincts et que l'axe radical des deux cercles est une droite, alors nécessairement l'axe radical des cercles c et c' est la droite (JK).
- b) Puisque L appartient aux deux cercles, sa puissance par rapport à chacun de ces deux cercles vaut 0 et donc le point L appartient à l'axe radical des deux cercles. Comme l'axe radical des deux cercles est

une droite perpendiculaire à la droite  $(\Omega\Omega')$ , alors nécessairement l'axe radical des cercles  $c$  et  $c'$  est la droite passant par  $L$  et perpendiculaire à la droite  $(\Omega\Omega')$ , c'est-à-dire la tangente en  $L$  aux deux cercles.

c) Puisque  $\Omega''$  n'appartient pas à la droite  $(\Omega\Omega')$ , alors les vecteurs  $\overrightarrow{\Omega''\Omega}$  et  $\overrightarrow{\Omega''\Omega'}$  ne sont pas colinéaires donc les droites  $(\Omega''\Omega)$  et  $(\Omega''\Omega')$  sont sécantes. Puisque l'angle entre deux droites est égal à l'angle entre deux perpendiculaires à ces droites, toute perpendiculaire à la droite  $(\Omega''\Omega)$  coupe toute perpendiculaire à la droite  $(\Omega''\Omega')$ . Ainsi, l'axe radical des cercles  $c$  et  $c''$  et l'axe radical des cercles  $c'$  et  $c''$  sont sécants.

Puisque  $S$  appartient à l'axe radical des cercles  $c$  et  $c''$ , alors  $p_c(S) = p_{c''}(S)$  et comme  $S$  appartient aussi à l'axe radical des cercles  $c'$  et  $c''$ , alors  $p_{c'}(S) = p_{c''}(S)$ . Ainsi,  $p_c(S) = p_{c'}(S)$  et donc  $S$  appartient à l'axe radical des cercles  $c$  et  $c'$ . De ce fait, l'axe radical des cercles  $c$  et  $c'$  est la droite perpendiculaire à  $(\Omega\Omega')$  et passant par  $S$ .

3) Puisque  $M_i$  est le milieu du segment  $[T_iT'_i]$ , on a  $M_iT_i = M_iT'_i$  et donc, d'après la question 1)b),  $M_i$  a alors même puissance par rapport aux deux cercles. Ainsi, les quatre points  $M_1, M_2, M_3$  et  $M_4$  appartiennent à l'axe radical des deux cercles  $c$  et  $c'$  et puisque cet axe radical est une droite, les quatre points  $M_1, M_2, M_3$  et  $M_4$  sont alignés.

## 3-3 Rapport sur l'épreuve écrite de mathématiques

### **Commentaires généraux**

Le sujet 2009 est constitué de quatre exercices indépendants :

Ces exercices permettent de mettre en évidence la capacité des candidats à articuler leurs connaissances afin de répondre aux questions.

La majorité des exercices est abordée. L'exercice 4 est globalement moins traité que les autres, cela peut s'expliquer par sa position. Cela montre qu'au delà des connaissances disciplinaires, l'entraînement, l'organisation du travail dans un temps imparti, la réactivité à trouver les chemins les plus courts pour aller au but ont été discriminants.

Chaque exercice a été très bien traité par un certain nombre de candidats.

L'accessibilité du sujet a permis aux candidats de rendre des copies relativement consistantes.

Cependant un manque de soin et de rigueur tant au niveau mathématique qu'au niveau du langage est à déplorer sur certaines copies.

### **Commentaires par exercices**

#### **Exercice 1**

Il s'agit de l'exercice pédagogique. Il traite de l'articulation entre une situation géométrique et l'étude de propriétés de suites géométriques.

Cet exercice a été traité par la plupart des candidats. Les candidats ayant compris l'intérêt de cet exercice, ont obtenu un certain nombre de points.

Certains candidats ont traité l'ensemble des questions destinées aux élèves de baccalauréat professionnel et non aux candidats, ce qui a parfois rendu leur rédaction confuse.

Les réponses proposées par le candidat en direction des élèves (questions 5, 6.b et 7.a) ne sont pas toujours adaptées. Ces réponses mériteraient d'être plus explicites pour des élèves de baccalauréat professionnel.

L'utilisation des TICE est rarement évoquée. Mais dans un certain nombre de copies, cette utilisation est pertinente.

#### **Exercice 2**

Il s'agit d'un vrai faux portant sur les probabilités.

Les deux premières propositions ont été bien traitées dans l'ensemble par les candidats.

Les deux dernières ont été bien traitées par un plus petit nombre de candidats car elles nécessitaient des connaissances théoriques pour argumenter et répondre correctement.

#### **Exercice 3**

Il s'agit d'un problème d'analyse traitant d'une fonction définie par une intégrale.

Cet exercice ne présente aucune difficulté particulière mais fait appel à des propriétés de base d'analyse.

En effet, les justifications ou démonstrations autour de la parité ou de la continuité n'ont été que partiellement traitées. L'argumentation fournie est parfois hasardeuse. Il y a des confusions fréquentes entre intégrale et primitive.

La question I3b, a peu été traitée et les candidats qui l'ont abordée, l'ont fait de façon partielle soit à partir d'un graphique soit en tentant de démontrer mais rarement les deux.

Le tracé des courbes assez soigné. Cependant, certains tracés de courbes représentatives de fonctions n'illustrent pas les propriétés démontrées précédemment. Le tracé des demi tangentes est souvent approximatif réalisé sans justification.

Très peu de candidats ont abordé la partie III. Lorsque cela a été le cas, cette partie a été bien traitée.

#### **Exercice 4**

Cet exercice traitant d'un problème de géométrie est moins souvent traité que les autres. Cela peut être l'effet : « dernier exercice du sujet. »

La partie I est très accessible, elle fait appel à des propriétés élémentaires du produit scalaire et de la géométrie plane. Les démonstrations attendues sont simples.

Pour la question I.3., les candidats identifient le cas où l'ensemble des points M est le cercle C mais ont du mal pour les deux autres cas (difficultés de rédaction, erreurs, ou manque de temps).

Très peu de candidats ont traité la partie II

Dans la partie II. les candidats qui ont compris la notion d'axe radical ont su poursuivre l'exercice.

### **Conseils pour les futurs candidats**

Le candidat doit veiller à la clarté des réponses. Les raisonnements doivent être rigoureux et complets.

Le candidat doit veiller à présenter des copies soignées tant sur le fond que sur la forme notamment au niveau de l'orthographe.

Le candidat doit lire un exercice dans son intégralité afin de s'imprégner de l'esprit de ce dernier.

### 3-4 SUJET DE PHYSIQUE ET CHIMIE



**EFI MSP 2**  
Repère à reporter sur la copie

SESSION 2009

**CONCOURS INTERNE DE RECRUTEMENT  
DE PROFESSEURS DE L'ENSEIGNEMENT PROFESSIONNEL  
ET CONCOURS D'ACCÈS A L'ÉCHELLE DE RÉMUNÉRATION**

Section : MATHÉMATIQUES – SCIENCES PHYSIQUES

**COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES**

Durée : 4 heures

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.  
L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

Tournez la page S.V.P.

(A)

Il est recommandé aux candidats de partager également le temps entre la physique et la chimie.

*La composition comporte deux exercices de physique et deux exercices de chimie, que les candidats peuvent résoudre dans l'ordre qui leur convient, tout en :*

- *résolvant chacun des exercices sur une copie séparée ;*
- *respectant la numérotation de l'énoncé.*

*Les correcteurs tiennent le plus grand compte des qualités de soin et de présentation.*

## **PLAN DU SUJET**

**Exercice 1 : ELECTRICITE : Du monophasé au triphasé**

**Exercice 2 : MECANIQUE : Les oscillations mécaniques**

**Exercice 3 : CHIMIE MINERALE : Le zinc dans quelques réactions d'oxydoréduction**

**Exercice 4 : CHIMIE ORGANIQUE : Les savons**



## Exercice 1 : Du monophasé au triphasé

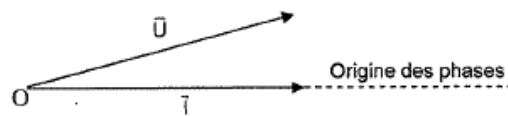
On a reproduit dans l'encadré ci-dessous un extrait du sujet de l'épreuve de Sciences Physiques de la session 2005 du baccalauréat professionnel « Traitements des surfaces ». Après en avoir pris connaissance, répondre aux questions posées après l'encadré.

### Etude d'un dipôle en régime sinusoïdal monophasé :

Une bobine (R, L) est assimilée à une bobine parfaite d'inductance L, en série avec une résistance R. Cette bobine (R, L) est alimentée sous une tension sinusoïdale  $u(t)$ , de valeur efficace  $U$  égale à 24 V. Elle est traversée par un courant d'intensité  $i(t)$ , de valeur efficace  $I$  égale à 0,24 A.

Le diagramme de Fresnel lié au fonctionnement de la bobine est représenté ci-dessous :

$$f = 50 \text{ Hz}$$



Figure

1- Travail sur la figure N°1

- Mesurer au rapporteur la valeur du déphasage entre l'intensité du courant et la tension, représentées par les vecteurs associés.
  - Calculer l'échelle de représentation du vecteur  $\vec{U}$  si la mesure de la norme de ce vecteur est 4,8 cm.
  - Indiquer parmi les grandeurs  $i(t)$  et  $u(t)$ , celle qui est en avance sur l'autre.
- Calculer l'impédance de la bobine (R, L).
  - Calculer la puissance électrique (puissance active) absorbée par la bobine.

### Questions destinées aux candidats du concours PLP

1- Exercice du baccalauréat professionnel : Rédiger une solution de l'exercice proposé aux candidats et donner les expressions de l'intensité instantanée et de la tension instantanée.

2- Etude d'un récepteur (R, X) : Un récepteur (R, X) est assimilé à un dipôle purement résistif de résistance R en série avec un dipôle purement réactif de réactance X. Il est alimenté par une tension sinusoïdale  $u(t) = 325 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})$  et est traversé par un courant d'intensité

$i(t) = 9,6 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{18})$ . Ces grandeurs sont données dans les unités du système international.

2.1- Représenter avec soin, le diagramme de Fresnel lié au fonctionnement du dipôle (R, X). Donner les indications permettant une lecture précise du diagramme.

2.2- Déterminer les valeurs des puissances apparente, active et réactive mises en jeu par le récepteur (R, X).

2.3- Déterminer les valeurs de R et de X.

2.4- Indiquer la nature de la réactance. Calculer la valeur de la capacité du condensateur ou de l'inductance de la bobine qui en est la source.

### 3- Tension triphasée et transport du courant électrique :

Un atelier peut être alimenté depuis un transformateur par une ligne monophasée (2 câbles de cuivre, la résistance de chaque câble sera notée  $R_M$ ) ou par une ligne triphasée (3 câbles de cuivre, la résistance de chaque câble sera notée  $R_T$ ). Des quantités identiques de cuivre sont utilisées pour fabriquer la ligne monophasée et la ligne triphasée.

3.1- Calculer le rapport  $\frac{R_T}{R_M}$ .

3.2- L'atelier consomme une puissance active  $P$  et possède un facteur de puissance de valeur  $\cos\phi$ . Donner l'expression des pertes par effet Joule  $P_M$  et  $P_T$  dans chacune des lignes. Calculer le rapport  $\frac{P_T}{P_M}$  et conclure.

### 4- Système triphasé de tensions :

4.1- Donner la définition d'un système triphasé de tensions. Quand dit-on qu'un tel système est équilibré ?

4.2- Un réseau triphasé comprend trois fils de phase et un fil de neutre. Sur le schéma figurant en annexe, indiquer les différentes tensions qui existent entre les fils et préciser leur nature.

4.3- Les représentations de Fresnel des tensions instantanées  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_3(t)$  entre le neutre et chaque phase sont représentées sur le diagramme figurant en annexe. Compléter ce diagramme en y traçant les représentations de Fresnel des tensions  $u_{12}(t)$ ,  $u_{23}(t)$  et  $u_{31}(t)$ .

4.4- L'oscillogramme de la tension instantanée  $v_1(t)$  est visualisé sur l'écran d'un oscilloscope. L'oscillogramme est reproduit en annexe. Représenter, sur cet oscillogramme, les traces que laisserait sur l'écran de l'oscilloscope la tension  $v_2(t)$  ainsi que la tension  $u_{12}(t)$ . Justifier.

4.5- Il existe deux façons de coupler des récepteurs sur un réseau triphasé.

4.5.1- Représenter par des schémas les couplages qu'il est possible de réaliser.

4.5.2- Préciser pour chacun d'eux les intensités des courants de ligne et des courants dans les récepteurs.

4.5.3- Dans quelles conditions le fil de neutre est-il indispensable ? Pourquoi ?

### 5- Etude d'un cas :

5.1- Un système triphasé de tensions équilibré (230V/400V, 50 Hz) alimente un récepteur triphasé équilibré couplé en triangle. Chaque récepteur monophasé est équivalent à une résistance de  $30\ \Omega$ , en série avec une inductance de  $7 \cdot 10^{-2}\ \text{H}$ .

5.1.1- Donner la signification des grandeurs 230V/400V, 50 Hz.

5.1.2- Donner l'expression de l'impédance complexe d'un des récepteurs monophasés.

5.1.3- Calculer les valeurs de l'impédance et de l'angle de déphasage.

5.1.4- Calculer l'intensité des courants qui parcourent les récepteurs et l'intensité des courants de ligne.

5.1.5- Calculer les puissances active, réactive et apparente.

5.2- Proposer un schéma de montage avec un ou plusieurs wattmètres qui permettrait de vérifier expérimentalement la valeur de la puissance active. Préciser le protocole.

5.3- Pour la suite du problème, on considèrera que le facteur de puissance du récepteur triphasé précédent est égal à 0,8. Pour ramener ce facteur de puissance à 1, le circuit précédent est complété par une batterie de condensateurs montés en étoile. Faire un schéma du montage.

5.4- Calculer la capacité des condensateurs qui ramèneront à l'unité la valeur du facteur de puissance.

5.5- Calculer la puissance active P.

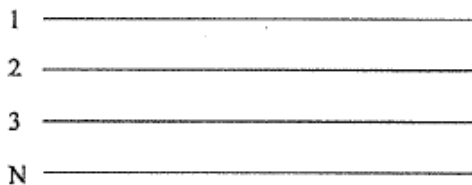
5.6- Calculer l'intensité des courants de ligne.

5.7- Calculer l'intensité des courants qui traversent chaque récepteur monophasé et l'intensité des courants dans les condensateurs.

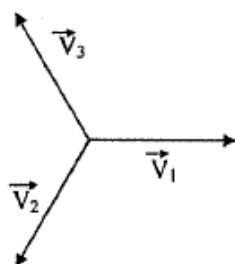
Annexe

Du monophasé au triphasé

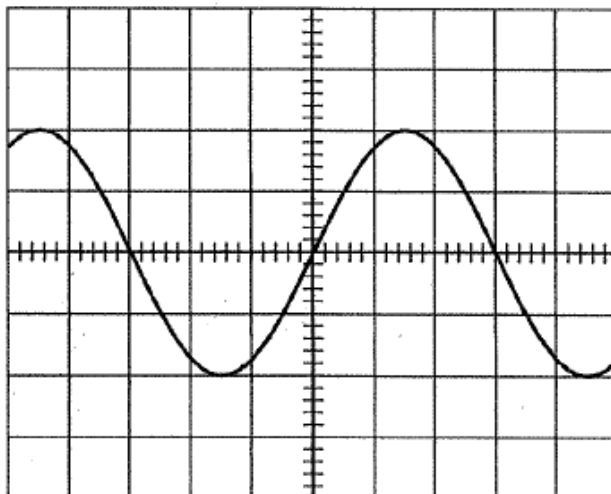
Question 4.2



Question 4.3



Question 4.4.



## Exercice 2 : MECANIQUE - Les oscillations mécaniques

On a reproduit dans l'encadré ci-dessous un extrait d'un sujet de Formation Méthodologique de Base. Après en avoir pris connaissance, répondre aux questions posées après l'encadré.

La vérification des performances mécaniques de la suspension d'une voiture dans le cadre du contrôle technique est obligatoire tous les deux ans. Un des éléments fondamentaux de cette suspension est constitué par le ressort. La « constante de raideur » du ressort ainsi que la « période propre de l'oscillateur élastique » représenté par le ressort, sont deux critères pris en compte lors de cette vérification.

TRAVAIL A REALISER :

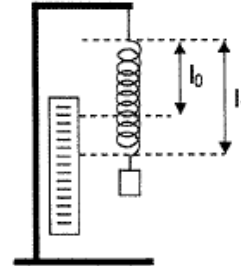
**1. Etude expérimentale de l'allongement d'un ressort :**

Un solide de masse  $m$  accroché à l'extrémité libre d'un ressort constitue

un pendule élastique. On étudie l'équilibre de ce solide...

Utiliser le dispositif ci-contre, accrocher les différentes masses marquées à l'extrémité du ressort, noter les longueurs  $l_1$  prises par le ressort dans le tableau ci-dessous.

Compléter le tableau (prendre  $g = 9,81 \text{ N/kg}$ )



Masse $m$ (kg)	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2
$F = P$ en (N)					
$l_1 - l_0$ (m)					
$k = \frac{F}{l_1 - l_0}$ (N/m)					

**2. Calcul du coefficient de raideur  $k$  du ressort :**

$k$  est le coefficient de raideur du ressort. Calculer en N/m la moyenne des valeurs de  $k$ .

**3. Détermination de la période propre de l'oscillateur (ressort + masse).**

### Questions destinées aux candidats du concours PLP

**1- Description d'un protocole expérimental :**

Proposer un protocole expérimental pour déterminer la période propre de l'oscillateur (ressort + masse). Quelles conditions doit-on respecter pour que l'expérience soit probante?

**2- Etude de l'équilibre :**

La masse  $m$  est suspendue à l'extrémité du ressort, à l'équilibre, le ressort acquiert une longueur  $l_1$ .

2.1- Effectuer le bilan des forces qui s'exercent sur la masse marquée.

2.2- Le système étant en équilibre, énoncer le premier principe de Newton.

2.3- Ecrire la condition d'équilibre.



### 3- Oscillations non amorties :

On écarte verticalement le solide de masse  $m$  d'une distance  $X_m$  au-dessous de sa position d'équilibre, puis on le laisse osciller librement, après l'avoir lâché sans vitesse initiale, à l'instant  $t = 0$ .

3.1- Énoncer le second principe de Newton.

3.2- Appliquer ce principe et en déduire, dans le cas général, l'équation du mouvement du centre d'inertie du solide : on notera  $x(t)$  l'écart entre sa position à l'instant  $t$  et sa position d'équilibre. On prendra l'orientation  $x$  positive si la masse est au-dessous de sa position d'équilibre.

3.3- Montrer que la période propre du pendule peut s'écrire  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ .

3.4- Application numérique : calculer le coefficient de raideur du ressort, la période propre, la fréquence propre et la pulsation propre du mouvement puis écrire l'équation du mouvement pour :  $m = 118 \text{ g}$ ,  $l_0 = 10 \text{ cm}$ ,  $l_1 = 12,7 \text{ cm}$ ,  $X_m = 1,8 \text{ cm}$  et  $g = 9,81 \text{ N/kg}$ .

### 4 Étude énergétique :

4.1- Écrire l'expression de l'énergie mécanique du système masse-ressort. On prendra comme référence :  $E_{pp} = 0 \text{ J}$  à l'équilibre ( $x = 0$ ).

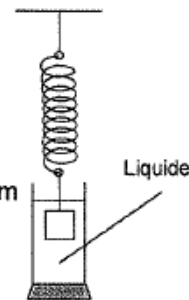
4.2- Démontrer que l'énergie mécanique du système masse ressort est constante.

4.3- Application numérique : Calculer l'énergie mécanique du système.

### 5- Etude des oscillations amorties :

Le ressort baigne dans un liquide.

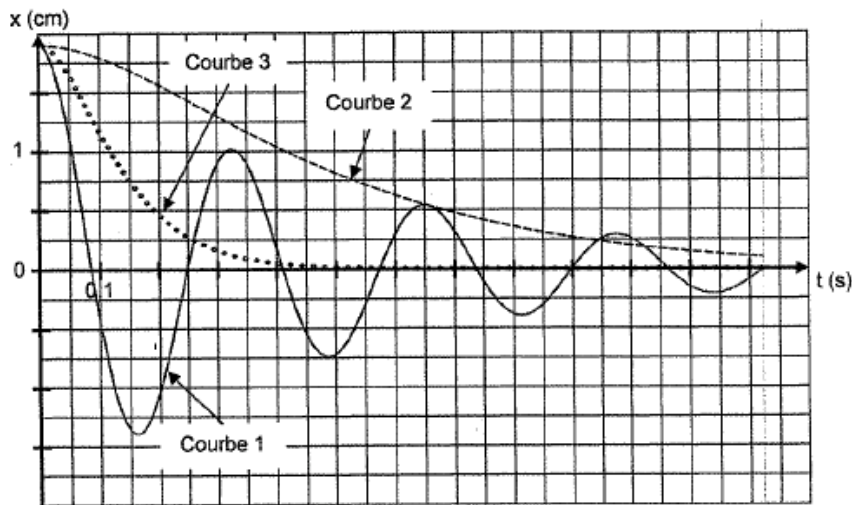
Depuis sa position d'équilibre, on écarte verticalement le solide de masse  $m$  d'une distance  $X_m$  ( $X_m = 1,8 \text{ cm}$ ) avant de le laisser osciller librement.



5.1- Énumérer les forces qui s'exercent sur la masse  $m$ .

5.2- On note  $\vec{F}_f = -\alpha \vec{v}$  la force de frottement fluide, où  $\alpha$  est une constante et  $\vec{v}$  le vecteur-vitesse de la masse en translation verticale. Écrire, sans la résoudre, l'équation différentielle qui traduit le second principe de Newton. On s'efforcera de simplifier au maximum l'écriture de cette équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ .

5.3- À l'aide de ce montage, en suivant le même protocole expérimental avec des liquides de viscosités différentes, on obtiendrait les représentations graphiques suivantes :



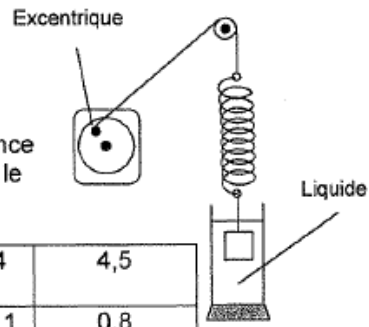
5.3.1- Pour les courbes 1 et 2, préciser la nature du mouvement observé, ainsi que la grandeur que l'on peut déterminer sur la courbe 1; en déduire la valeur du coefficient  $\alpha$ .

5.3.2- La courbe 3 correspond à un « amortissement critique ». Qu'est-ce qu'un amortissement critique ? Quel est son intérêt ? Donner une application dans laquelle l'amortissement critique est recherché.

6- Etude des oscillations entretenues :

Afin d'obtenir des oscillations d'amplitude constante dans le liquide à faible viscosité, l'extrémité du ressort est reliée à un excentrique entraîné par un moteur.

L'amplitude maximale  $X_m$  des oscillations varie avec la fréquence de rotation  $N$  du moteur. Les résultats ont été regroupés dans le tableau suivant :



$N$ (tr/s) ou (Hz)	1	1,5	2	2,5	2,8	3,1	3,3	3,5	4	4,5
$X_m$ (cm)	0,5	0,7	0,9	1,4	1,7	1,8	1,7	1,5	1,1	0,8

6.1- Comment appelle-t-on les systèmes « moteur-excentrique » et « masse-ressort » ?

6.2- Tracer la courbe  $X_m = f(N)$ , choisir une échelle, que l'on précisera, afin de pouvoir effectuer des lectures graphiques pertinentes.

6.3- Cette courbe présente un extrémum, lequel ? Que caractérise-t-il ?

6.4- Qu'appelle-t-on bande passante ?

6.5- Déterminer la bande passante pour le phénomène observé.

6.6- Déterminer le facteur de qualité  $Q$ .

6.7- En utilisant le même protocole expérimental mais avec des liquides de plus en plus visqueux, quelle aurait été l'évolution de l'allure des courbes  $X_m = f(N)$ , comment appelle-t-on les phénomènes observés ?

## Exercice 3 : CHIMIE MINERALE

### Le zinc dans quelques réactions d'oxydoréduction

1 - Un échantillon de laiton 36/64 de masse  $m$  réagit avec une solution d'acide nitrique du commerce (62%,  $d = 1,38$ ) en excès. Lorsque tout le laiton a disparu, on introduit les produits de la réaction dans une fiole jaugée de 250 mL puis on complète jusqu'au trait de jauge on obtient alors une solution (S).

Le laiton 36/64 est composé, en masse, de 36% de zinc et 64% de cuivre.

1.1-A l'état naturel, le zinc possède 5 isotopes:  $^{64}\text{Zn}$ ,  $^{66}\text{Zn}$ ,  $^{67}\text{Zn}$ ,  $^{68}\text{Zn}$ ,  $^{70}\text{Zn}$  et le cuivre 2 isotopes :  $^{63}\text{Cu}$  et  $^{65}\text{Cu}$ .

1.1.1- Définir le mot isotope, donner la composition du noyau pour  $^{66}\text{Zn}$  et  $^{65}\text{Cu}$

1.1.2- Donner la structure électronique du zinc et du cuivre dans leur état fondamental, ainsi que celle des ions  $\text{Zn}^{2+}$  et  $\text{Cu}^{2+}$ .

1.2- Préciser quelles sont les espèces chimiques susceptibles d'être oxydées au cours de la réaction. Pourquoi ?

1.3- Ecrire les formes limites des formules de Lewis de l'ion nitrate qui traduisent l'équivalence des atomes d'oxygène? Comment appelle-t-on ces formes limites ?

1.4- Ecrire les demi-équations des réactions d'oxydoréduction de l'acide nitrique sur le zinc et sur le cuivre. En déduire les équations bilans.

1.5- Qu'observe-t-on au cours de la réaction ? Pourquoi ? Faut-il prendre des précautions pour réaliser cette réaction ? Lesquelles ? Pourquoi ?

1.6- La détermination de la masse  $m$  de l'échantillon de laiton a donné :  $m = 2,73$  g. Calculer le volume minimal d'acide nitrique du commerce (62%,  $d = 1,38$ ) pour que tout l'échantillon de laiton réagisse.

1.7- Déterminer la concentration des ions zinc (II) et cuivre (II) de la solution dans la fiole jaugée.

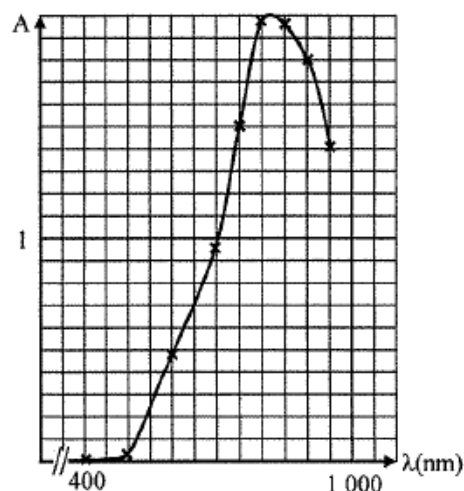
1.8- Vérification de la composition du laiton par spectrophotométrie.

1.8.1- Donner le principe des dosages spectrophotométriques.

1.8.2- Pour préparer la solution mère  $M_0$ , on prépare une solution aqueuse de sulfate de cuivre (II) en dissolvant 18,71g de sulfate de cuivre pentahydraté ( $\text{CuSO}_4 \cdot 5 \text{H}_2\text{O}$ ) dans un bécher avec de l'eau distillée puis on introduit cette solution dans une fiole de 500 mL, on ajuste au trait de jauge et on agite.

Les mesures d'absorbance réalisées à partir de la solution mère à différentes longueurs d'onde ont permis de tracer la courbe ci-dessous. La valeur de la longueur d'onde pour l'absorbance maximale est-elle celle que vous attendiez ? Pourquoi ?





1.8.3- Préparation des solutions filles  $S_i$  : Dans une fiole jaugée de 25 mL on introduit  $V_i$  mL de la solution  $M_0$ , on ajuste trait de jauge, on bouche et on agite. Les mesures d'absorbance  $A$  effectuées avec les solutions  $S_i$  pour une longueur d'onde de 810 nm ont donné les résultats suivants :

solution	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
Volume $V_i$ de solution $M_0$ (mL)	0	5	10	15	20	25
$A$	0	0,40	0,81	1,11	1,39	1,75

Tracer la courbe d'étalonnage qui donne l'absorbance en fonction de la concentration en sulfate de cuivre (II). Les résultats obtenus sont-ils en accord avec la loi de Beer-Lambert ? Pourquoi ?

1.8.4- La mesure d'absorbance de la solution (S) a donné  $A = 1,33$ , ce résultat est-il en accord avec la valeur attendue ?

2- On réalise une pile électrochimique à l'aide d'une lame épaisse de zinc plongeant dans 1 L d'une solution aqueuse de nitrate de zinc de concentration  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ , d'un fil d'argent plongeant dans 1 L d'une solution aqueuse de nitrate d'argent de concentration  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ , de deux fils conducteurs, d'un dipôle résistif et d'un pont salin.

2.1- Faire un schéma de la pile en précisant la nature et la polarité des électrodes, les réactions qui s'y produisent, le sens du courant, le sens de déplacement des électrons et le rôle du pont salin lorsque la pile fonctionne.

2.2-  $E^0 (\text{Zn}^{2+}/\text{Zn})$  est le potentiel redox standard du couple  $\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}$ . Mais expérimentalement, on ne sait mesurer que des différences de potentiel ; on a donc choisi une électrode de référence dont le potentiel redox standard a été posé égal à zéro. Cette électrode est connue par le sigle E.S.H.

2.2.1- Que signifie le sigle E.S.H. ?

2.2.2- A quel couple de référence correspond-elle ?

2.2.3- Qu'appelle-t-on conditions standards ?

2.3- Calculer la force électromotrice de cette pile.

3- Dans un bécher contenant une solution de chlorure de zinc de concentration initiale  $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ , on ajoute goutte à goutte une solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $1 \text{ mol.L}^{-1}$ . On observe d'abord l'apparition d'un précipité d'hydroxyde de zinc (II) qui finit par disparaître complètement lorsque la quantité d'hydroxyde de sodium ajoutée est suffisante. L'hydroxyde de zinc (II) formé initialement a réagi pour donner l'ion complexe tétrahydroxozincate (II)  $\text{Zn(OH)}_4^{2-}$ .

La variation de volume de la solution aqueuse sera considérée comme négligeable.

Equation globale de formation des ions  $\text{Zn(OH)}_4^{2-}$  :  $\text{Zn}^{2+} + 4\text{OH}^- \rightarrow \text{Zn(OH)}_4^{2-}$

$K_3$  = constante globale de formation,  $\log K_3 = 15,3$

### 3.1- Etude des complexes.

3.1.1-Définir un ion complexe. Illustrer vos propos en expliquant brièvement la formation de l'ion tétrahydroxozincate (II) et sa géométrie.

3.1.2- Qu'appelle-t-on indice de coordination ? Donner l'indice de coordination de l'ion tétrahydroxozincate.

3.1.3- Donner 3 exemples d'applications dans lesquelles la formation des complexes est utilisée.

### 3.2- Formation des complexes.

3.2.1- Ecrire l'équation de la réaction de formation du précipité d'hydroxyde de zinc. Donner l'expression de la constante d'équilibre  $K_1$ .

3.2.2- Ecrire l'équation de la réaction de dissolution du précipité d'hydroxyde de Zinc II. Donner l'expression de la constante d'équilibre  $K_2$ .

3.2.3- Donner l'expression de la constante globale d'équilibre ( $K_3$ ) de la réaction de formation des ions  $\text{Zn(OH)}_4^{2-}$ . Donner la relation liant les 3 constantes d'équilibre.

### 3.3- Calcul des constantes d'équilibre

3.3.1- Ecrire l'expression du produit de solubilité de l'hydroxyde de zinc, donner sa valeur.

3.3.2- Calculer la valeur de chaque constante d'équilibre.

### 3.4- Calcul des valeurs de pH lors de la formation et de la dissolution du précipité.

3.4.1- Calculer la valeur du pH à partir de laquelle le précipité d'hydroxyde de zinc apparaît.

3.4.2 – Calculer la valeur du pH à partir de laquelle le précipité est totalement transformé en ions complexes  $\text{Zn(OH)}_4^{2-}$ .

### 3.5- Influence du pH sur les concentrations des ions, diagramme de prédominance.

3.5.1- Déterminer l'expression des concentrations  $[\text{Zn}^{2+}]$  et  $[\text{Zn(OH)}_4^{2-}]$  en fonction de la concentration en ion  $[\text{H}^+]$  si la solution est saturée.

3.5.2- Calculer la valeur du pH pour laquelle les concentrations en ions zinc (II) et tetrahydroxozincate sont égales.

3.5.3- Calculer la valeur du pH pour laquelle la solubilité en  $Zn^{2+}$  et  $Zn(OH)_4^{2-}$  est minimale.

3.5.4-Quelle est la valeur de cette solubilité minimale ?

3.5.5- Tracer  $\log s = f(\text{pH})$  et commenter.

3.6- On plonge un morceau de grenaille de zinc dans la solution saturée en hydroxyde de zinc (II).

3.6.1-Ecrire les deux équilibres dont la grenaille de zinc est le siège.

3.6.2- Ecrire les deux expressions de la loi de Nernst pour l'électrode ainsi constituée et établir la relation entre  $K_s$ ,  $E^\circ_{Zn^{2+}/Zn}$  et  $E^\circ_{Zn(OH)_2/Zn}$  ; en déduire le potentiel standard du couple  $Zn(OH)_2/Zn$ .

3.6.3- Calculer le potentiel de l'électrode de zinc lorsque le pH est égal à 9.

## Exercice 4 : CHIMIE ORGANIQUE

### Les savons

Les sels de sodium ou potassium des acides aliphatiques linéaires à longue chaîne constituent les savons. On les obtient par saponification des corps gras naturels qui sont des esters de ces acides et du glycérol.

#### 1- Etude d'une saponification :

Dans un ballon de 250 mL, on introduit 5 mL de benzoate d'éthyle de formule brute  $C_9H_{10}O_2$  et 25 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium à  $4 \text{ mol.L}^{-1}$ . On ajoute quelques grains de pierre ponce. On chauffe à reflux pendant 15 minutes. Après refroidissement du mélange, on ajoute un excès d'acide chlorhydrique; un précipité d'acide benzoïque apparaît. Après filtration sous vide et séchage en étuve, il est pesé, on obtient 3 g d'acide benzoïque.

Masse volumique du benzoate d'éthyle:  $\rho(C_9H_{10}O_2) = 1,050 \text{ kg/m}^3$

- 1.1- Proposer des schémas légendés du montage à reflux.
- 1.2- Quels sont les avantages d'un montage à reflux ? A quoi sert la pierre ponce ?
- 1.3- Représenter la structure de Lewis de l'atome d'oxygène puis celle de l'ion hydroxyde. Cet ion présente-t-il un site nucléophile ? Électrophile ? Lequel ?
- 1.4- Donner la formule semi-développée du benzoate d'éthyle. A quelle famille chimique appartient-il ? Donner la formule de son groupe fonctionnel.
- 1.5- Sur les atomes caractérisant le groupe fonctionnel du benzoate d'éthyle, indiquer les charges électriques partielles, puis en déduire si le carbone du groupe fonctionnel est un site électrophile ou nucléophile.
- 1.6- Ecrire la réaction de saponification et donner la formule semi-développée des produits obtenus.
- 1.7- Donner les caractéristiques d'une réaction de saponification.
- 1.8- Expliquer comment un détergent tel que le savon élimine au cours du lavage les taches grasses.
- 1.9- Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit lors de l'ajout de la solution d'acide chlorhydrique. Calculer la constante d'équilibre de cette réaction. Que pouvez-vous en conclure ?
- 1.10- Calculer le rendement de la réaction de saponification.

#### 2- Les corps gras :

2.1- Les corps gras ou triglycérides sont des triesters du propan-1,2,3-triol et d'acides carboxyliques aliphatiques linéaires à longues chaînes.

- 2.1.1- Quand qualifie-t-on un composé chimique d'aliphatique ?
- 2.1.2- Donner le nom usuel du propan-1,2,3-triol et écrire sa formule semi-développée.

2.1.3- Ecrire la formule générale semi-développée d'un triglycéride.

2.2- Les corps gras peuvent être caractérisés par leur indice de saponification.

L'indice de saponification d'un triglycéride correspond à la masse (en mg) de potasse nécessaire pour saponifier un gramme de ce triglycéride. L'indice de saponification d'un triglycéride permet de déterminer sa masse molaire moléculaire.

2.2.1- Pour déterminer l'indice de saponification d'un triglycéride homogène pur, on utilise le protocole suivant :

Prise d'essai : Dans un erlenmeyer, on introduit  $m_T = 2$  g de triglycéride insaturé, 20 mL de solvant (isobutanol-éthanol) et 10,00 cm<sup>3</sup> d'une solution alcoolique d'hydroxyde de potassium de concentration 0,5 mol.L<sup>-1</sup>. On chauffe à reflux pendant une heure.

Une fois le mélange refroidi, on ajoute 2 gouttes de phénolphtaléine puis on dose à l'aide d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $C_a = 0,5$  mol.L<sup>-1</sup>, la décoloration est obtenue pour un volume  $V_{E1} = 5,00$  cm<sup>3</sup> d'acide versé.

Prise témoin: On opère de façon identique à la prise d'essai mais sans ajouter de triglycéride. La décoloration est obtenue pour un volume  $V_{E2} = 18,80$  cm<sup>3</sup> d'acide versé.

2.2.1.1- Pourquoi utilise-t-on une solution alcoolique d'hydroxyde de potassium ?

2.2.1.2- Comment appelle-t-on un tel dosage ?

2.2.1.3- Déterminer l'indice de saponification.

2.2.1.4- Déterminer la masse molaire moléculaire du triglycéride.

## Données utiles pour la résolution des exercices de chimie

Numéros atomiques

de l'hydrogène : 1

du carbone : 6

de l'oxygène : 8

du cuivre : 29

du zinc : 30

Masses molaires atomiques

de l'hydrogène : 1 g.mol<sup>-1</sup>

du carbone : 12 g.mol<sup>-1</sup>

de l'azote : 14 g.mol<sup>-1</sup>

de l'oxygène : 16 g.mol<sup>-1</sup>

du soufre : 32 g.mol<sup>-1</sup>

du potassium : 39 g.mol<sup>-1</sup>

du cuivre : 63,5 g.mol<sup>-1</sup>

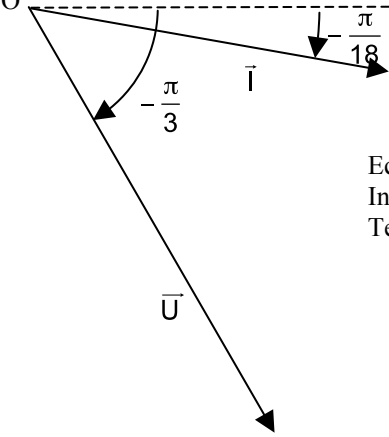
du zinc : 65,4 g.mol<sup>-1</sup>

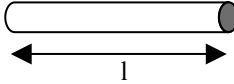
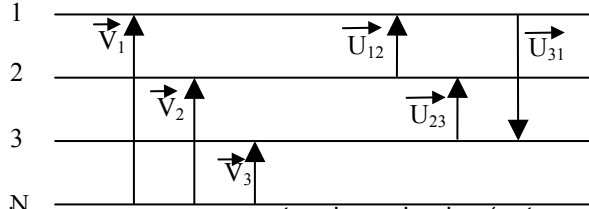
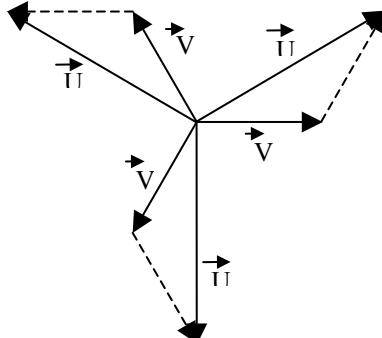
de l'argent : 107,9 g.mol<sup>-1</sup>

de l'iode : 127 g.mol<sup>-1</sup>

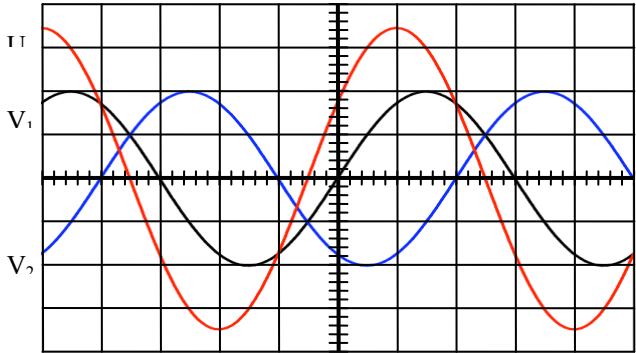
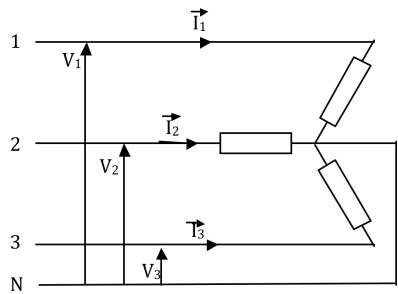
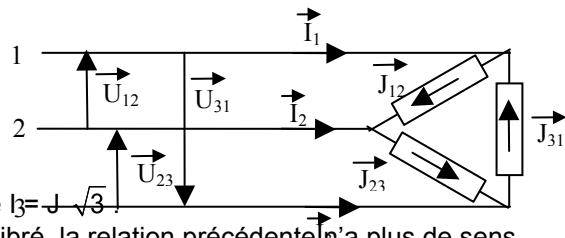
### 3-5 ÉLÉMENTS DE CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE PHYSIQUE CHIMIE

#### Exercice 1 : Electricité : Du monophasé au triphasé

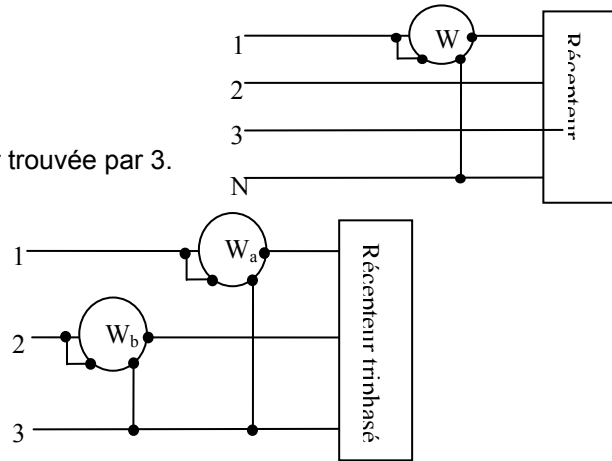
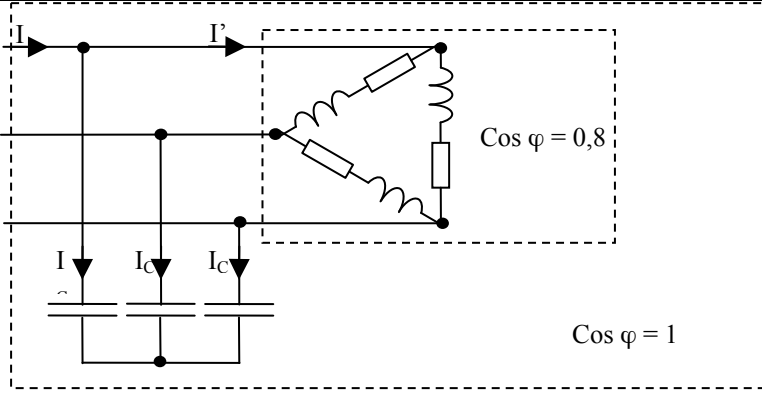
1	<p>Exercice Bac pro</p> <p>1.a Mesure du déphasage : <math>15^\circ</math> soit <math>\frac{\pi}{12}</math> rad (<math>\approx 0,2618</math> rad)</p> <p>1.b Echelle : 1 cm pour 5 V.</p> <p>1.c La tension est en avance sur l'intensité.</p> <p>2. Impédance de la bobine : <math>U = ZI</math> <math>Z = \frac{U}{I}</math> <math>Z = \frac{24}{0,24}</math> <math>Z = 100 \Omega</math></p> <p>3. Puissance électrique absorbée par la bobine <math>P = UI \cos \varphi</math>.</p> $P = 24 \times 0,24 \times \cos \frac{\pi}{12} \quad P = 5,56 \text{ W}$ <p>Expression de l'intensité instantanée : <math>i(t) = 0,24 \sqrt{2} \sin 100\pi t</math></p> <p>Expression de la tension instantanée : <math>u(t) = 24 \sqrt{2} \sin (100\pi t + \frac{\pi}{12})</math></p>
2	<p>Etude d'un récepteur (R,X)</p>
2.1	<p>Diagramme de Fresnel</p>  <p>Origine des phases</p> <p>Echelles :          Intensité : 1 cm pour 2 A          Tension : 1 cm pour 50 V</p>
2.2	<p>Puissance apparente : <math>S = UI</math> <math>S = \frac{325}{\sqrt{2}} \times \frac{9,6}{\sqrt{2}} = 1\,560 \text{ VA}</math></p> <p>Puissance active : <math>P = UI \cos \varphi</math></p> <p><math>\varphi</math> est le déphasage courant, tension, <math>\varphi = (\vec{I}, \vec{U})</math> <math>\varphi = -\frac{\pi}{3} - (-\frac{\pi}{18}) = -\frac{5\pi}{18}</math></p> <p><math>P = 1\,560 \times \cos(-\frac{5\pi}{18}) = 1\,003 \text{ W}</math></p> <p>Puissance réactive : <math>Q = UI \sin \varphi</math></p> <p><math>P = 1\,560 \times \sin(-\frac{5\pi}{18}) = -1\,195 \text{ VAR}</math></p> <p>La puissance réactive est négative, la réactance est capacitive</p>
2.3	<p>La résistance est responsable de la puissance active : <math>P = RI^2</math> avec <math>P = UI \cos \varphi</math></p> $R = \frac{P}{I^2} = \frac{2P}{I_{\max}^2} \quad R = \frac{2 \times 1\,003}{9,6^2} = 21,77 \Omega$ <p>X est seule source de puissance réactive, la réactance est capacitive : <math>Q = -X I^2</math></p> $X = \frac{-Q}{I^2} = \frac{-2Q}{I_{\max}^2} \quad X = \frac{-2 \times (-1\,195)}{9,6^2} = 25,93 \Omega$

2.4	<p>La réactance est capacitive</p> $X_c = \frac{1}{\omega C} \quad C = \frac{1}{\omega X_c} \quad C = \frac{1}{100\pi \times 25,93} = 1,23 \cdot 10^{-4} \text{ F}$
3	Triphasé et transport du courant électrique
3.1	 <p><math>V = I \times s \quad V = I \times 2 s_M \quad V = I \times 3 s_T \quad 2 s_M = 3 s_T \quad s_M = \frac{2}{3} s_T</math></p> $R_M = \frac{\rho l}{s_M} \quad R_T = \frac{\rho l}{s_T} \quad \frac{R_T}{R_M} = \frac{s_M}{s_T} \quad \frac{R_T}{R_M} = \frac{3}{2}$
3.2	<p><u>Ligne monophasée</u> : <math>P = UI \cos \varphi \quad I = \frac{P}{U \cos \varphi}</math></p> <p>Par effet Joule la puissance dissipée est :</p> $P_M = R_M I^2 \text{ il y a deux câbles : } P = 2 R_M I^2 \quad P_M = 2 R_M \left( \frac{P}{U \cos \varphi} \right)^2$ <p><u>Ligne triphasée</u> : <math>P = \sqrt{3} U I \cos \varphi \quad I = \frac{P}{U \sqrt{3} \cos \varphi}</math></p> <p>Par effet Joule la puissance dissipée est :</p> $P_T = R_T I^2 \text{ il y a trois câbles : } P = 3 R_T I^2 \quad P_T = 3 R_T \left( \frac{P}{U \sqrt{3} \cos \varphi} \right)^2 \quad P_T = R_T \left( \frac{P}{U \cos \varphi} \right)^2$ <p><u>Rapport</u> <math>\frac{P_T}{P_M} \quad \frac{P_T}{P_M} = \frac{R_T}{2 R_M} \text{ et } \frac{R_T}{R_M} = \frac{3}{2} \quad \frac{P_T}{P_M} = \frac{3}{4} = 0,75</math></p> <p><u>Conclusion</u>, Pour un même coût de matière première, les pertes par effet Joule dans une ligne triphasée sont inférieures de 25% aux pertes par effet Joule dans une ligne monophasée.</p>
4	Système triphasé de tensions
4.1	<p>Un système triphasé de tensions est un ensemble de 3 tensions sinusoïdales de même fréquence, déphasées les unes par rapport aux autres de 120°.</p> <p>Un tel système est équilibré si les valeurs efficaces de ces trois tensions sont égales.</p>
4.2	 <p><math>V_1, V_2, V_3</math> sont des tensions simples (entre une phase et le neutre).  <math>U_{12}, U_{23}</math> et <math>U_{31}</math> sont appelées tensions composées (entre deux phases).</p>
4.3	$\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ $\vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$ $\vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$ 



4.4	<p>D'après la construction de Fresnel : <math>v_2(t)</math> est en retard de <math>\frac{2\pi}{3}</math> sur <math>v_1(t)</math>. T est représenté par 6 divisions, le décalage <math>\theta</math> entre les sinusoïdes sera de 2 divisions (<math>\varphi = \frac{2\pi\theta}{T}</math>)</p> <p><math>u_{12}(t)</math> est en avance de <math>\frac{\pi}{6}</math> sur <math>v_1(t)</math>, le décalage sera d'une demi-division.</p> 
4.5.	<p style="text-align: center;"><u>Montage étoile</u></p>  <p>4.5.1 (Y) Les récepteurs sont traversés par les courants de ligne. Si le montage est équilibré : <math>\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0</math>, le courant dans le neutre est nul.</p> <p>4.5.2 (Y) Si le montage vient à se déséquilibrer : <math>\vec{I}_N = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3</math>, le courant dans le neutre n'est plus nul, la présence du fil de neutre est indispensable ; son absence entraîne un mauvais fonctionnement des récepteurs, certains sont en surtension, d'autres soumis à une tension inférieure à la normale</p> <p>4.5.3 (Y) <u>Montage triangle</u></p>  <p>4.5.1 (Δ) Si le montage est équilibré <math>I_3 = J_3 \sqrt{3}</math></p> <p>4.5.2 (Δ) Si le montage est déséquilibré, la relation précédente n'a plus de sens Dans les deux cas :</p> <p>4.5.2 (Δ) <math>\vec{I}_1 = \vec{J}_{12} - \vec{J}_{31}</math></p> <p>4.5.2 (Δ) <math>\vec{I}_2 = \vec{J}_{23} - \vec{J}_{12}</math></p> <p>4.5.3 (Δ) <math>\vec{I}_3 = \vec{J}_{31} - \vec{J}_{23}</math></p> <p>4.5.3 (Δ) donc <math>\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0</math> le fil de neutre n'est pas indispensable</p>
5	Etude d'un cas
5.1.1	<p><math>V = 230 \text{ V}</math> : tension simple entre le fil de neutre et un fil de phase</p> <p><math>U = 400 \text{ V}</math> ; tension composée entre deux fils de phase</p> <p>50 Hz : fréquence du courant</p>
5.1.2	<p>Expression de l'impédance complexe</p> <p><math>\underline{Z} = R + jL\omega</math>    <math>\underline{Z} = R + jL\omega</math>    <math>\underline{Z} = 30 + j \times 0,07 \times 100 \pi</math>    <math>\underline{Z} = 30 + j \times 22</math></p>



5.1.3	<p>Valeur de l'impédance complexe et de l'angle de déphasage  <math>Z^2 = R^2 + L^2 \omega^2</math>    <math>Z^2 = 30^2 + 22^2</math>    <math>Z = 37,2 \Omega</math></p> <p><math>\cos \varphi = \frac{R}{Z}</math>    <math>\cos \varphi = \frac{30}{37,2} = 0,81</math>    <math>\varphi = 0,63 \text{ rad}</math></p>
5.1.4	<p>Intensités des courants traversant les récepteurs et en ligne</p> <p><math>U = Z J</math>    <math>J = \frac{U}{Z}</math>    <math>J = \frac{400}{37,2} = 10,75 \text{ A}</math></p> <p><math>I = J \sqrt{3}</math>    <math>I = 10,75 \times \sqrt{3} = 18,6 \text{ A}</math></p>
5.1.5	<p>Puissances actives, réactives et apparentes</p> <p><math>P = \sqrt{3} U I \cos \varphi</math>    <math>P = \sqrt{3} 400 \times 18,6 \times 0,81 = 10\,438 \text{ W}</math></p> <p><math>Q = \sqrt{3} U I \sin \varphi</math>    <math>Q = \sqrt{3} 400 \times 18,6 \times 0,59 = 7\,603 \text{ VAR}</math></p> <p><math>S = \sqrt{10\,438^2 + 7\,603^2} = 12\,913 \text{ VA}</math></p>
5.2	<p><b>Montage à un wattmètre</b>  Le réseau étant équilibré  <math>P_1 = P_2 = P_3</math>  <math>P = P_1 + P_2 + P_3 = 3 P_1</math>  Le montage ci-contre permet de mesurer <math>P_1</math>  Il suffit de mesurer <math>P_1</math> et de multiplier la valeur trouvée par 3.</p> <p><b>ou</b>  <b>Montage à deux wattmètres</b>  <math>P = P_a + P_b</math> (démonstration non demandée)</p> 
5.3	
5.4	<p><math>\cos \varphi = 1 \Rightarrow</math> la puissance réactive <math>Q = 0 \text{ VAR}</math>  <math>\Sigma Q = 0 \text{ VAR} \Rightarrow Q_Z + Q_C = 0 \Rightarrow Q_Z = - Q_C</math></p> <p>Pour les récepteurs monophasés : <math>Q_Z = \sqrt{3} U I' \sin \varphi</math> et <math>I' = \sqrt{3} J</math></p> <p>Pour les condensateurs : <math>Q_C = \sqrt{3} U I_C \sin (-\frac{\pi}{2})</math></p> <p><math>\Rightarrow \sqrt{3} U I' \sin \varphi = - \sqrt{3} U I_C \sin (-\frac{\pi}{2}) \Rightarrow I' \sin \varphi = I_C</math> (a)</p> <p>Les récepteurs monophasés sont montés en triangle et soumis à des tensions composées  <math>I' = \sqrt{3} J</math> et <math>J = \frac{U}{Z} \Rightarrow I' = \sqrt{3} \frac{U}{Z}</math> (b)</p> <p>Les condensateurs sont montés en étoile et soumis à des tensions simples <math>V = Z_C I_C</math> et <math>U = V</math>  <math>\Rightarrow</math></p>

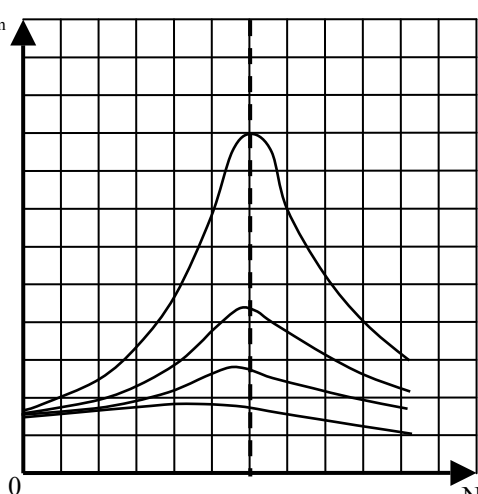
	$U = \sqrt{3} Z_c I_c \Rightarrow I_c = \frac{U}{\sqrt{3} Z_c} \quad (c)$ $(a), (b) \text{ et } (c) \Rightarrow \sqrt{3} \frac{U}{Z} \sin \varphi = \frac{U}{\sqrt{3} Z_c} \Rightarrow 3 \frac{\sin \varphi}{Z} = \frac{1}{Z_c}$ $\text{Or } Z_c = \frac{1}{C \omega} \text{ donc } 3 \frac{\sin \varphi}{Z} = C \omega \text{ et } C = \frac{3 \sin \varphi}{Z \omega}$ $\text{On a } \cos \varphi = 0,8 \Rightarrow \sin \varphi = 0,6 \text{ (car } 1 - 0,8^2 = \sin^2 \varphi) \quad C = \frac{3 \times 0,6}{37,2 \times 100 \pi} = 1,54 \cdot 10^{-4} \text{ F ou } 154 \mu\text{F}$
5.5	<p>Puissance active  Pour un récepteur monophasé <math>P = U J \cos \varphi \quad U = J \times Z</math>  Pour les 3 récepteurs :</p> $P = 3 U J \cos \varphi \quad P = 3 U \times \frac{U}{Z} \cos \varphi \Rightarrow P = 3 \frac{(U)^2}{Z} \cos \varphi$ $P = 3 \times \frac{(400)^2}{37,2} \times 0,8 \quad P = 10\,323 \text{ W}$
5.6	<p>Intensité des courants de lignes</p> <p>Calcul de <math>I'</math>: <math>P = U I' \sqrt{3} \cos \varphi \quad I' = \frac{P}{U \sqrt{3} \cos \varphi} = 18,62 \text{ A}</math></p> <p>Pour <math>\cos \varphi = 1</math>, la puissance active reste la même</p> $I = \frac{P}{U \sqrt{3}} = 14,9 \text{ A}$
5.7	<p>Intensité dans les récepteurs et les condensateurs</p> <p>Intensité dans un récepteur: <math>I' = \sqrt{3} J \quad J = 10,75 \text{ A}</math></p> <p>Intensité du courant dans un condensateur : <math>I' \sin \varphi = I_c \quad (5.4.a) \quad I_c = 18,62 \times 0,6 = 11,2 \text{ A}</math></p>

## Exercice 2. Mécanique : Les oscillations mécaniques

1	<p>Protocole expérimental</p> <p>L'expérience consiste à accrocher une masse marquée <math>m</math> à l'extrémité libre du ressort et à provoquer des oscillations en écartant cette masse de sa position d'équilibre; pour cela on déplace la masse verticalement vers le bas. On compte zéro à l'instant où la masse est lâchée, puis 1 au premier passage de la masse à son niveau le plus bas, 2 au second passage de la masse à son niveau le plus bas et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on compte 10, instant auquel on arrête le chronomètre.</p> <p>On relève alors l'indication <math>t</math> portée par le chronomètre.</p> <p>On calcule la période propre <math>T_0</math> de l'oscillateur : <math>T_0 = \frac{t}{10}</math></p> <p>et on la compare à sa valeur théorique <math>T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}</math></p> <p>Conditions à respecter :</p> <p>Le ressort doit retrouver sa longueur initiale lorsqu'on décroche la masse marquée.</p> <p>Le ressort doit osciller verticalement.</p> <p>L'amplitude des oscillations doit être faible.</p>
2	<p>Etude de l'équilibre</p>
2.1	<p>Bilan des forces</p> <p>Son poids <math>\vec{P}</math> tel que <math>P = mg</math>.</p> <p>La force exercée <math>\vec{F}</math> par le ressort sur la masse telle que: <math>F = k(l_1 - l_0)</math>.</p>
2.2	<p>Premier principe de Newton</p> <p>Si un système n'est soumis à aucune force ou à un ensemble de forces dont la résultante est nulle, alors le centre d'inertie du système décrit un mouvement rectiligne uniforme, ou est au repos.</p>
2.3	<p>Condition d'équilibre : <math>mg - k(l_1 - l_0) = 0</math>.</p>

3	Etudes des oscillations non amorties
3.1	<p>Second principe de Newton (principe fondamental de la dynamique):</p> <p>Si un système de masse totale <math>m</math> est soumis à l'action de plusieurs forces extérieures de résultante <math>\sum \vec{F}</math> alors le centre d'inertie prend une accélération <math>\vec{a}</math> telle que : <math>\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}</math>. (ou <math>\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}</math> : Si un système de masse totale <math>m</math> est soumis à l'action de plusieurs forces extérieures de résultante <math>\sum \vec{F}</math>, cette résultante est égale à la variation de quantité de mouvement).</p>
3.2	<p>Equation du mouvement</p> $ma = mg - k(l_1 - l_0 + x) \quad ma = -kx \text{ soit } a = -\frac{k}{m}x$ $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \text{ admet pour solution } x = A \sin(\omega t + \varphi)$ <p>donc <math>v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi)</math> et <math>a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)</math> soit <math>a = -\omega^2 x</math></p> <p>Les conditions initiales permettent de déterminer <math>A</math> et <math>\varphi</math>  A l'instant <math>t=0</math></p> $v_0 = 0 \quad A\omega \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ $x_0 = X_m = A \sin \varphi = A \sin \frac{\pi}{2} = A$ <p>Donc <math>x = X_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})</math> soit <math>x = X_m \cos \omega t</math></p>
3.3	<p>Période propre</p> <p>On a vu que <math>a = -\frac{k}{m}x</math> et que <math>a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}</math></p> $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$
3.4	<p>Application numérique</p> $k = 42,87 \text{ N/m} \quad T_0 = 0,33 \text{ s} \quad f_0 = 3 \text{ s}^{-1} \quad \omega_0 = 19,04 \text{ rad/s} \quad x = 0,018 \cos 19,04 t$
4	Etude énergétique
4.1	<p>Energie mécanique</p> $E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$ $E_c = \frac{1}{2} m v^2, E_{pp} = mg x, E_{pe} = \frac{1}{2} k (l_1 - l_0 + x)^2$
4.2	<p>Energie mécanique constante</p> $E_m = \frac{1}{2} m v^2 - mg x + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0 + x)^2$ $E_m = \frac{1}{2} m v^2 - mg x + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2 + 2x \frac{1}{2} k (l_1 - l_0) + \frac{1}{2} k x^2$ $E_m = \frac{1}{2} m v^2 - mg x + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2 + k(l_1 - l_0) x + \frac{1}{2} k x^2$ $E_m = \frac{1}{2} k x^2 - mg x + k(l_1 - l_0) x + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2$ <p>A l'équilibre : <math>mg = k(l_1 - l_0) \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2</math></p> $x = X_m \cos \omega t ; v = -X_m \omega \sin \omega t$ $E_m = \frac{1}{2} k [X_m \cos \omega t]^2 + \frac{1}{2} m [-X_m \omega \sin \omega t]^2 + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2$ $E_m = \frac{1}{2} k [X_m \cos \omega t]^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 [-X_m \sin \omega t]^2 + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2$

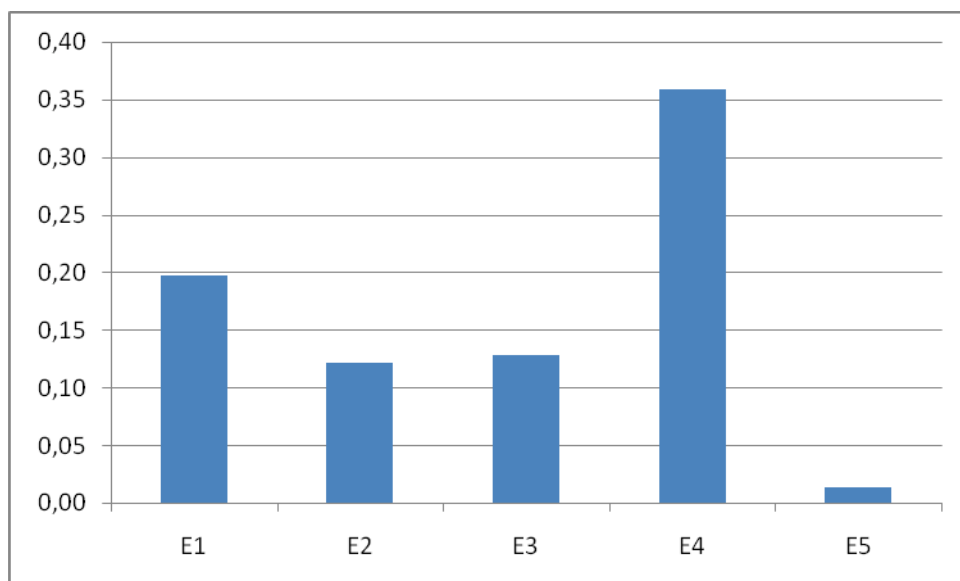
	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m \omega^2 = k \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} k [X_m \cos \omega t]^2 + \frac{1}{2} k [-X_m \sin \omega t]^2 + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2$ $E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2$ <p>L'énergie mécanique est constante</p>
4.3	<p>Calcul de l'énergie mécanique</p> $E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 + \frac{1}{2} k (l_1 - l_0)^2$ $E_m = \frac{1}{2} \times 42,87 \times (1,8 \cdot 10^{-2})^2 + \frac{1}{2} \times 42,87 \times (2,7 \cdot 10^{-2})^2 = 0,023 \text{ J.}$
5	Oscillation amortie
5.1	Les forces qui s'exercent sur m sont le poids, la force de rappel du ressort et la force de frottement.
5.2	<p>Equation différentielle</p> <p>La force de frottement est proportionnelle à la vitesse et opposée au mouvement</p> $\vec{F}_f = -\alpha v \quad \vec{F}_f = -\alpha \frac{dx}{dt} \quad \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $ma = mg - k(l_1 - l_0 + x) - \alpha v \quad ma = -kx - \alpha v \quad ma + kx + \alpha v = 0$ $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$
5.3.1	<p><u>Courbe 1 :</u></p> <p>Si la viscosité du liquide est faible, l'amortissement est exponentiel, l'amplitude des oscillations décroît progressivement, le mouvement est amorti, il est pseudopériodique, la pseudo-période T est très voisine de la période propre étudiée précédemment. T = 0,32s.</p> <p><u>Courbe 2 :</u></p> <p>Si la viscosité est forte, le ressort revient à sa position d'équilibre sans osciller, le mouvement est apériodique.</p>
5.3.2	<p>Amortissement critique + intérêt + application</p> <p>Si on augmente la viscosité du liquide, l'amortissement critique est l'amortissement à partir duquel il n'y a plus d'oscillation. C'est celui pour lequel le retour vers la position d'équilibre est le plus rapide.</p> <p>L'amortissement critique présente un intérêt pour les systèmes mécaniques soumis à des vibrations. Il est recherché pour que ces systèmes reviennent rapidement à leur position d'équilibre sans osciller.</p> <p>Applications : suspension automobile, amortissement des balances de précision, des appareils de mesure à aiguille.</p>
6	Oscillations entretenues
6.1	<p>Moteur/excentrique- Masse/ressort</p> <p>Le système « moteur-excentrique » est appelé exciteur.</p> <p>Le système « ressort-masse » est le résonateur.</p>
6.2	<p>Le graphique illustre la relation entre l'amplitude <math>X_m</math> (axe vertical) et la fréquence <math>N</math> (axe horizontal). La courbe présente un pic de résonance à <math>N = 3,6</math>. Des points expérimentaux sont notés avec des croix. Des lignes pointillées indiquent que pour <math>N = 2,4</math> et <math>N = 3,6</math>, l'amplitude <math>X_m</math> est égale à 1,27.</p>
6.3	Lorsque l'amplitude prend sa valeur maximale, l'oscillateur entre en résonance.
6.4	La bande passante est l'ensemble des fréquences excitatrices pour lesquelles l'amplitude est supérieure à $\frac{X_m}{\sqrt{2}}$ (soit supérieure à 1,27 cm)

6.5	La bande passante est constituée des fréquences comprises entre 2,4 Hz et 3,6 Hz soit $\Delta f = 1,2$ Hz
6.6	<p>Facteur de qualité : <math>Q = \frac{f_0}{\Delta f}</math></p> <p><math>Q = \frac{3,1}{1,2} = 2,6</math></p>
6.7	<p>Allure des courbes + vocabulaire</p> <p>Si l'amortissement est faible, la courbe présente un pic, la fréquence de résonance est très proche de la fréquence propre (légèrement inférieure), c'est la résonance aigüe.</p> <p>Si l'amortissement augmente, la courbe s'aplatit, la fréquence de résonance est inférieure à la fréquence propre, c'est la résonance floue.</p> <p>Si l'amortissement devient trop important la résonance disparaît.</p> 

### 3-6 STATISTIQUES ET COMMENTAIRES

#### Exercice 1 : Electricité - Du monophasé au triphasé

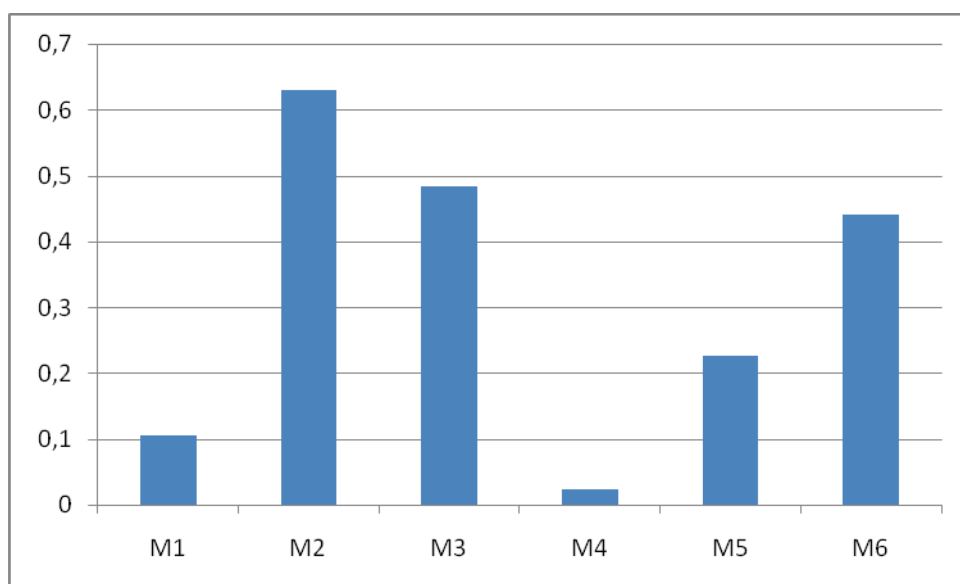
Parties	E1	E2	E3	E4	E5
Taux de réussite	0,20	0,12	0,13	0,36	0,01



Les alimentations électriques sous tension triphasée sont au programme des Baccalauréats Professionnels industriels. Les taux de réussites sont globalement faibles et quasiment nuls pour les questions liées à l'étude des puissances en triphasé. Ces résultats sont inquiétants pour les nombreuses questions du niveau Bac Pro, d'autant plus qu'une relecture attentive du sujet et de son corrigé donnés dans le rapport de jury de la session 2008 aurait permis de traiter de nombreuses questions. La préparation au concours CAPLP impose donc un travail de révision de cette partie de programme que l'on retrouve très souvent comme thème support de sujets de Baccalauréats Professionnels industriels.

### Exercice 2 : Mécanique – Les oscillations mécaniques.

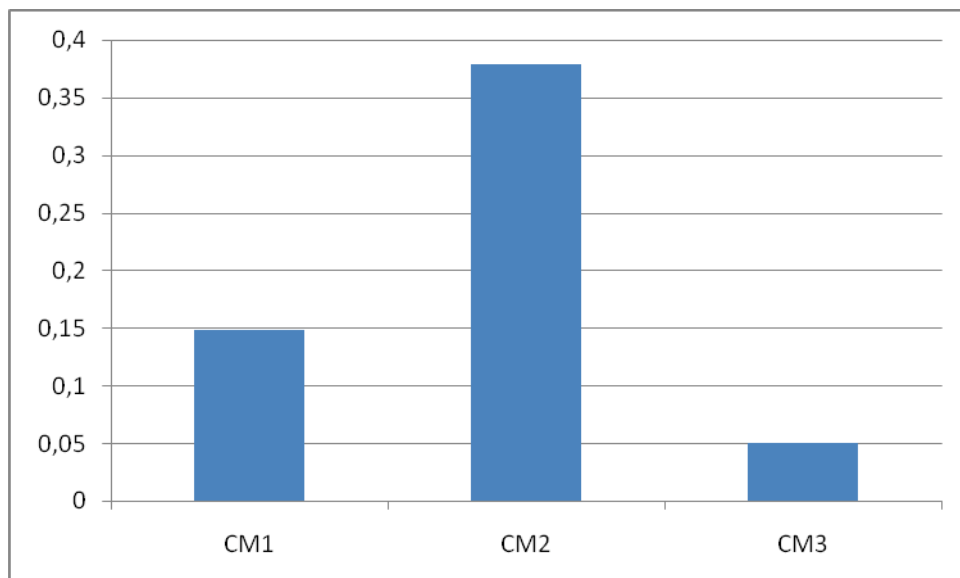
Parties	M1	M2	M3	M4	M5	M6
Taux de réussite	0,11	0,63	0,48	0,02	0,23	0,44



La partie concernant les oscillations mécaniques est mieux traitée que l'électricité, notamment pour la partie où il fallait énoncer les lois de Newton et les appliquer pour déterminer une équation du mouvement. En revanche, l'étude énergétique et l'étude des oscillations amorties sont faiblement réussies. Dans le cadre de la préparation au concours, il est déconseillé de négliger ces études qui expliquent de nombreux phénomènes concrets liés à la vie courante et/ou professionnelle. Il faut également mener une réflexion sur le choix des protocoles expérimentaux qui représentent une part importante de la réflexion pédagogique des enseignants de sciences physiques et chimiques.

### Exercice 3 : Chimie minérale

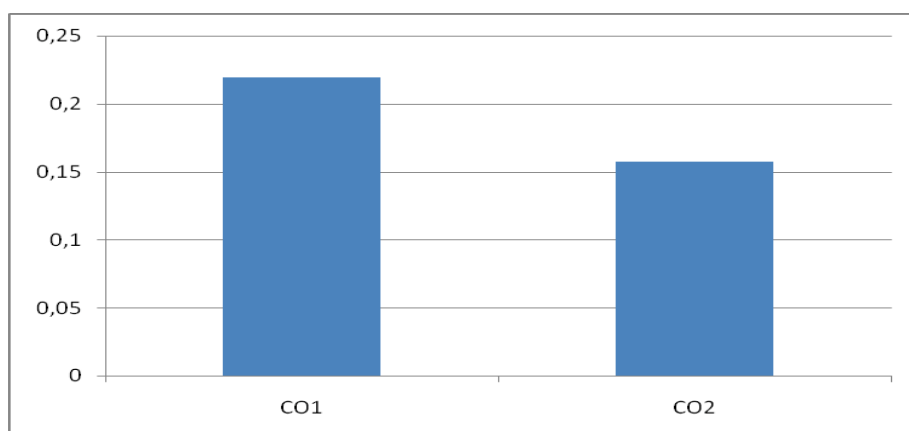
Parties	CM1	CM2	CM3
Taux de réussite	0,15	0,38	0,05



L'étude et les applications des réactions d'oxydoréduction doivent faire partie de la culture scientifique des enseignants de LP. Il est donc primordial pour un candidat de consacrer une part de sa préparation au travail de ces notions aussi bien au niveau théorique qu'expérimental. De plus, il est nécessaire d'élargir ce travail à d'autres domaines de la chimie minérale tels que les phénomènes de solubilité et de complexation qui se rencontrent dans de nombreuses réactions.

### Exercice 4 : Chimie organique

Parties	CO1	CO2
Taux de réussite	0,22	0,16



La chimie organique a été faiblement traitée, pourtant les propriétés des esters, les réactions de saponification et l'étude des détergents doivent constituer les notions de bases à connaître pour traiter les programmes de certains Baccalauréats Professionnels industriels. Il est donc nécessaire de mener un travail sur ce domaine de la chimie dont de nombreux éléments sont trouvés dans les programmes des classes de lycées (général, technologique et professionnel).

### **Quelques conseils pour la préparation**

La consultation des BOEN, pour l'écrit comme pour l'oral, est une démarche primordiale. Elle donne l'orientation de départ et demeure un élément de référence, qui justifie les choix à opérer.

L'étendue des domaines d'étude oblige les candidats, lors de la préparation, à s'intéresser à ceux de ces domaines qu'ils connaissent mal. Il est fortement conseillé de se constituer une bibliothèque comprenant tout d'abord des ouvrages de BEP, de baccalauréat professionnel et de seconde, première, terminale de lycée (programmes actuels et programmes antérieurs), mais également des ouvrages de premier cycle universitaire. Ce travail permet d'acquérir une culture scientifique de base, indispensable pour se présenter au concours avec sérénité. Il permet aussi au futur candidat d'être plus efficace au moment des épreuves orales, puisqu'il aura acquis ainsi des repères et des références précises et connues.

S'agissant d'un concours, les exercices abordent différents domaines et sont conçus de manière progressive, laissant une large part aux savoirs se rapportant aux programmes d'enseignement des baccalauréats professionnels. Il importe donc, pour les candidats, de traiter entièrement chaque question, mais de manière synthétique ; c'est ainsi qu'il faut éviter les grands développements "mangeurs de temps".

Par ailleurs, il est nécessaire de formuler de manière correcte et concise la définition, la loi, le théorème qui justifie l'expression ou la formule utilisée, cette formulation étant la meilleure façon d'introduire élégamment l'exercice ou la question traitée. Faire figurer les unités doit être un réflexe automatique.

Enfin, il faut encore rappeler l'importance de la rédaction, de la présentation, du respect de la numérotation. Ces derniers éléments contribuent à structurer le contenu, qu'une préparation approfondie permet de maîtriser. Le jury apprécie de lire une copie rédigée avec soin et rigueur.

Il est conseillé au candidat de posséder une bonne formation sur des notions fondamentales et de bien lire l'énoncé d'un exercice avant de débiter la rédaction



de sa solution ; on n'attend pas de longs développements, mais la vérification de connaissances que tout professeur doit posséder pour exercer sa mission de formation des élèves. Il est également important de traiter d'une manière égale la physique et la chimie, une culture minimale est évidemment nécessaire dans chacune de ces deux disciplines.

## 4- ÉPREUVES D'ADMISSION (ORALES)

Chaque candidat a passé les épreuves sur deux jours : l'une l'après-midi du premier jour (en mathématiques ou en physique-chimie), l'autre le matin du second jour (dans l'autre discipline). Un tirage au sort a déterminé pour chaque candidat la discipline de la première épreuve et les sujets de ses épreuves.

Tous les candidats d'une même "série" ont été convoqués le matin du premier jour de leurs épreuves, à 10h 15, afin de procéder au tirage au sort et de leur apporter des explications utiles sur les épreuves.

Les premiers candidats débutaient le premier jour la préparation à 12h30, le second jour à 07h00.

Un tirage au sort détermine pour chaque candidat l'un des deux schémas d'épreuves suivants :

Schéma A : épreuve professionnelle en sciences physiques (physique ou chimie) l'après-midi du premier jour et épreuve professionnelle en mathématiques le lendemain matin.

Schéma B : épreuve professionnelle en mathématiques l'après-midi du premier jour et épreuve professionnelle en sciences physiques (physique ou chimie) le lendemain matin.

### Epreuves orales d'admission

1° Epreuve professionnelle en mathématiques :

Durée de la préparation : deux heures ; durée de l'épreuve : une heure maximum (exposé : trente minutes maximum ; entretien : trente minutes maximum) ; coefficient 3.

2° Epreuve professionnelle en sciences physiques (physique ou chimie) :

Durée de la préparation : deux heures ; durée de l'épreuve : une heure maximum (exposé : trente minutes maximum ; entretien : trente minutes maximum) ; coefficient 3.

Un tirage au sort détermine pour chaque candidat les sujets de mathématiques et de sciences physiques à traiter.

**Pour l'épreuve professionnelle en mathématiques**, le candidat se voit proposer par le jury deux sujets, dont l'un impose la présentation d'une utilisation pédagogique des technologies de l'information et de la communication dans l'enseignement (TICE) (calculatrice et/ou logiciel). Le candidat choisit de traiter l'un des deux sujets proposés.

**Pour l'épreuve professionnelle en sciences physiques**, le candidat se voit proposer un seul sujet par le jury. La liste des sujets des épreuves professionnelles est publiée au Bulletin officiel de l'éducation nationale. Chacune des deux épreuves comporte un exposé suivi d'un entretien avec le jury.

**En mathématiques**, l'épreuve doit comporter, au cours de l'exposé ou de l'entretien, la réalisation d'au moins une démonstration.

**En sciences physiques**, l'exposé doit comporter la réalisation et l'exploitation d'une ou de plusieurs activités expérimentales.

L'exposé a pour objet la présentation par un candidat d'une séquence d'enseignement en lycée professionnel, sur le thème fixé par le sujet. L'expression « séquence d'enseignement » est à prendre dans un sens large et peut recouvrir une ou plusieurs séances dans une même classe, voire dans des classes différentes. Cette présentation comportera l'indication du (ou des) niveau(x) retenu(s) et une description organisée du contenu scientifique correspondant ; elle peut inclure les prérequis, un aperçu des activités, des exercices et des évaluations envisagés. Le candidat fera aussi état des réflexions et analyses qui l'ont conduit à effectuer ses choix pédagogiques. L'entretien peut amener le jury à approfondir certains points de l'exposé et, sur les questions abordées et plus généralement sur le sujet, à vérifier l'étendue et la qualité de la réflexion du candidat, à s'assurer de ses capacités de raisonnement, d'argumentation ou d'expérimentation, de la solidité de sa culture et de ses connaissances, sur le plan scientifique comme sur le plan professionnel.

**L'épreuve professionnelle en mathématiques** prend appui sur un dossier proposé par le jury. Ce dossier comporte des énoncés d'activités destinées à des élèves pouvant être extraits de manuels scolaires,

d'Annales d'examens ou d'ouvrages divers de mathématiques. Il peut être accompagné d'une ressource documentaire numérique. L'épreuve a pour objet la présentation d'une séquence d'enseignement en LP, celle-ci comporte des exercices choisis par le candidat (au moins deux, dont un figurant dans le dossier). Le terme « exercice » est à prendre au sens large. Il peut s'agir d'applications directes d'un cours, d'exemples ou de contre-exemples venant éclairer une méthode, de la mise en oeuvre d'outils et de notions mathématiques dans une autre discipline.

Pendant la préparation, le candidat complète la fiche qui lui est fournie en indiquant les prérequis, le plan de la séquence et, s'il y a lieu, le déroulement de l'activité mettant en oeuvre les TICE. L'entretien peut porter aussi bien sur la présentation faite par le candidat que sur toutes les questions relatives au contenu de la fiche. Le jury peut demander la résolution d'un exercice proposé par le candidat ou inviter celui-ci à replacer brièvement, dans la progression des programmes, un thème mathématique évoqué. Si le sujet imposant la présentation d'une utilisation pédagogique des TICE n'a pas été retenu par le candidat, le jury peut néanmoins demander au candidat de citer une illustration simple d'utilisation pédagogique des TICE.

Les épreuves d'admission sont destinées à apprécier les compétences scientifiques et professionnelles du candidat et son aptitude à les utiliser ainsi que ses qualités pédagogiques. Celles-ci apparaîtront, notamment, dans la maîtrise de l'expression orale, la clarté, la progression et l'organisation de l'exposé et du propos, le choix des exemples, la capacité à présenter et à interpréter une expérience, ainsi que dans la maîtrise des outils de communication (tableau, rétroprojecteur, ...). Elles peuvent amener le candidat à démontrer, notamment :

- qu'il maîtrise, en mathématiques et en sciences physiques (physique ou chimie), les connaissances nécessaires pour enseigner à tout niveau en lycée professionnel ;
- qu'il connaît les contenus d'enseignement et les programmes de ces disciplines en lycée professionnel ;
- qu'il a la capacité d'organiser une séquence d'enseignement en lycée professionnel dans ces disciplines ;
- qu'il a réfléchi aux finalités et à l'évolution de ces disciplines, ainsi qu'aux relations de celles-ci avec les autres disciplines ;
- qu'il a réfléchi à la dimension civique de tout enseignement, et plus particulièrement de celui des disciplines dans lesquelles il souhaite exercer ;
- qu'il a les compétences nécessaires à l'enseignement dans les domaines de l'expression orale et de la communication.

Pendant la préparation de ces épreuves, le candidat peut utiliser des ouvrages et des documents de mathématiques, de physique et de chimie de la bibliothèque du concours, ainsi que des textes officiels (notamment les programmes de classes de lycée professionnel), et des matériels scientifiques et informatiques mis à sa disposition sur le site des épreuves. Les calculatrices scientifiques empruntées à la bibliothèque du concours par le candidat pendant la préparation peuvent être utilisées pendant les épreuves devant le jury.

**En ce qui concerne les mathématiques**, les candidats ont à leur disposition les mêmes logiciels lors de la préparation et lors de la présentation devant le jury.

**En ce qui concerne l'épreuve de sciences physiques** (physique ou chimie), le candidat reçoit, pendant la préparation, l'aide logistique du personnel de laboratoire. Les ouvrages, documents, calculatrices ou ordinateurs personnels ne sont pas autorisés. Pour ce qui concerne les sciences physiques, toute maquette, tout dispositif expérimental, tout matériel pouvant être qualifié de personnel n'est pas autorisé.

## **COMMENTAIRES SUR LES ÉPREUVES D'ADMISSION DE LA SESSION 2009**

### **REMARQUES GÉNÉRALES**

Les remarques qui suivent ont pour objectif d'aider les futurs candidats à se préparer à ces épreuves (notamment d'amener à la présentation de contributions structurées, conformes au thème proposé, rigoureuses sur le plan scientifique et solides sur le plan expérimental). Elles sont issues des observations des membres du jury sur plusieurs sessions.

En premier lieu, il est conseillé de lire attentivement le sujet afin d'en cibler les contenus : il s'agit d'éviter le "hors sujet" et de traiter tous les points mentionnés.

Ensuite, comme l'une des difficultés des épreuves consiste pour le candidat à gérer correctement la durée de trente minutes maximum qui lui est impartie pour la présentation de son exposé (pendant laquelle le jury n'intervient pas), il est aussi recommandé :

- de ne pas s'appesantir sur des détails secondaires ;
- de ne pas passer trop de temps à l'introduction : elle doit être présente mais synthétique ;
- de présenter un contenu maîtrisé ;
- de donner toute justification concernant la limitation volontaire du sujet ;
- de bien maîtriser l'utilisation des auxiliaires pédagogiques que sont le tableau et le rétroprojecteur (tant pour les transparents que pour les calculatrices), en particulier en choisissant de ce qu'il convient d'y écrire.

L'exposé doit être structuré, cohérent et comporter introduction, développement et conclusion ; le candidat doit s'efforcer de préciser clairement le niveau de cet exposé, de le situer dans une progression organisée des connaissances et éventuellement de rappeler, brièvement les prérequis nécessaires. Outre des qualités comme la clarté et la sûreté dans l'expression et l'exposition des idées, la bonne maîtrise de la langue, les capacités de conviction, le jury attend aussi une diction claire, un langage précis et quelque recul par rapport aux notes élaborées pendant la préparation.

L'entretien, qui suit l'exposé, a pour objectifs principaux :

- de faire justifier ou préciser certains éléments de cet exposé au niveau théorique ou expérimental ;
- d'aborder des points non traités (démonstration de propriétés ou de formules énoncées ou utilisées, : ...) ;
- d'explorer davantage ou de prolonger certains points du thème, à différents niveaux.

En bref, il s'agit d'approfondir la vérification des compétences scientifiques du candidat à partir du thème traité, et non pas de chercher à le mettre en difficulté.

Il ressort généralement que les prestations des candidats ayant suivi une préparation effective et soutenue de chacune des épreuves présentent des qualités indéniables.

## Commentaires à propos de l'épreuve orale de mathématiques

Le rapport ci-dessous, outre les informations qu'il donne sur la manière dont les épreuves de mathématiques se sont déroulées en 2009, vise à apporter une aide aux futurs candidats dans leur préparation au concours.  
Constats à la session 2009

- Le jury souligne la qualité de certaines prestations orales. Cette qualité s'obtient sûrement grâce à une préparation organisée pendant laquelle le candidat prend conscience de la spécificité du public, de la pédagogie mise en œuvre et de la finalité des formations.
- Les candidats choisissent entre deux sujets dont l'un impose la présentation d'une utilisation pédagogique des TICE. Ces deux sujets portent sur des thèmes différents. Le nombre de candidats ayant présenté une utilisation pédagogique des TICE a été conséquent, puisque près de 75 % des candidats ont utilisé les TICE (matériel informatique ou calculatrice rétro projetable) lors de leur prestation orale. La présentation d'une utilisation pédagogique des TICE ne s'est pas limitée aux candidats ayant choisi le sujet qui impose une telle présentation.
- Le jury a apprécié la qualité des prestations orales présentant une utilisation pédagogique des TICE. Lors de ces exposés, quel que soit le type de dossier choisi, beaucoup de candidats ont su montrer au jury la pertinence de l'utilisation pédagogique des TICE dans l'activité choisie. Le jury apprécie la présentation d'une utilisation pédagogique adaptée et réfléchie des TICE que ce soit une utilisation par l'enseignant ou par les élèves. Cet outil didactique peut, par exemple, permettre, à l'occasion d'une activité, d'obtenir une diversité de résultats qui doivent ensuite être confrontés. Il peut également favoriser le débat dans la classe ou le développement de la curiosité des élèves.

Les nouveaux programmes à mettre en œuvre à la rentrée 2009 en seconde professionnelle imposent également une réflexion sur les modalités d'évaluation des capacités expérimentales liées à l'utilisation des TIC par les élèves.

- Les candidats disposent pendant la durée de la préparation et de la présentation devant le jury, d'un dossier contenant notamment l'énoncé d'activités relatives au thème développé. Le jury a remarqué que ces dossiers, pour la plupart accompagnés d'un CD-ROM contenant des ressources didactiques informatiques, apportent une aide appréciable aux candidats. Le jury a observé des séquences bien structurées, une pratique de la mise en situation à l'aide de problèmes et la mise en œuvre d'une démarche d'investigation chez les élèves. Le jury apprécie qu'un candidat s'approprie l'énoncé d'un exercice, éventuellement en le modifiant en fonction de ses choix pédagogiques. De plus, la prise en compte concrète de l'activité des élèves est importante. L'exposé ne doit pas se limiter à la correction d'activités proposées dans les dossiers, mais il doit notamment permettre au candidat de développer d'une manière précise le déroulement pédagogique de la séquence. De plus, l'exposé doit permettre, de développer une réflexion pédagogique sur le choix des exercices qu'il a effectué et ne consiste pas à uniquement résoudre les exercices du dossier.

### Quelques recommandations :

- L'épreuve orale porte le nom d'«épreuve professionnelle», ce qui rappelle, s'il en était besoin, que le jury apprécie l'apport de l'expérience pédagogique du candidat dans le traitement du sujet proposé.
- Pour cette épreuve professionnelle, le candidat se voit proposer par le jury deux sujets, dont l'un impose la présentation d'une utilisation pédagogique des TICE (calculatrice et/ou logiciel). Le candidat choisit de traiter l'un des deux sujets proposés. Les deux sujets sont constitués d'un dossier comportant des énoncés d'activités destinés à des élèves pouvant être extraits de manuels scolaires, d'annales d'examens ou d'ouvrages divers de mathématiques. La quasi-totalité des dossiers sont accompagnés d'un CD-ROM contenant des fichiers informatiques correspondant à certains des exercices. Ces fichiers informatiques sont proposés afin de permettre au candidat de gagner du temps : il est en effet fastidieux et inutile qu'il passe trop de temps à réaliser une figure complexe à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ou à saisir un nombre de données conséquent. Il est important de noter que les candidats

peuvent utiliser pédagogiquement les fichiers proposés, sans modification, puisque l'évaluation porte sur les choix pédagogiques qu'ils font de l'utilisation de ces fichiers. Ils peuvent cependant les modifier ou en créer d'autres s'ils le souhaitent. Chaque candidat possède un matériel informatique lors de la préparation et peut, à l'aide d'une clé USB mise à sa disposition, emmener les fichiers modifiés ou créés pour la présentation devant le jury.

Les dossiers ne contenant pas de CD-ROM proposent des exercices qui permettent de créer des fichiers sans difficulté particulière durant la préparation.

- Si le candidat choisit le sujet qui impose la présentation d'une utilisation pédagogique des TICE (calculatrice et/ou logiciel), il doit se limiter à « l'activité pédagogique » imposée par le sujet. Cette activité pouvant être une « introduction d'une notion », une présentation « d'exemples d'utilisation », ... Le travail demandé consiste à construire une séquence d'enseignement correspondant à l'activité pédagogique demandée et s'appuyant sur l'utilisation, en classe ou en salle informatique, d'une calculatrice ou d'un micro-ordinateur. Le jury insiste sur l'importance de lire attentivement ces consignes notées sur la première page du dossier.
- Si un candidat choisit le sujet qui impose la présentation d'une utilisation pédagogique des TICE (calculatrice et/ou logiciel), mais n'illustre pas la présentation de sa séquence d'enseignement avec des activités TICE, il sera sanctionné dans la notation car ne répond pas à la consigne imposée.
- L'évaluation de la présentation d'une utilisation des TICE se focalise sur la pertinence des choix pédagogiques ; le jury apprécie l'aptitude du candidat à proposer des activités dans lesquelles l'utilisation des TICE permet d'apporter une valeur ajoutée aux apprentissages des élèves.
- Le jury apprécie qu'une réflexion pédagogique soit menée par le candidat au niveau des activités élèves. La réflexion sur le rôle des TICE est importante, leurs utilisations ont pour objectifs, en autres, de favoriser la réflexion des élèves et de permettre une différenciation des approches. Par exemple, l'utilisation du tableur peut faciliter l'approche par tâtonnement de la résolution d'un problème, tandis que l'utilisation parallèle, et en complémentarité, d'un grapheur et d'un logiciel de calcul formel favorise une approche graphique et algébrique.
- Le candidat doit montrer qu'il a acquis des connaissances, qu'il les a assimilées et qu'il sait les exploiter de manière réfléchie dans la construction d'une séquence de cours.
- Le jury précise que, pour la réalisation d'une démonstration au cours de l'exposé ou de l'entretien, les connaissances ne sont pas limitées au niveau baccalauréat professionnel. De plus, la conjecture, induite généralement par l'utilisation des TICE, n'a pas valeur de démonstration. La présentation de cette démonstration permet, notamment, au jury d'évaluer l'aptitude du candidat à raisonner et à faire preuve de rigueur et de précision. Le jury tient également à rappeler que les programmes des classes de lycée professionnel, à consulter impérativement pendant la préparation de l'épreuve, figurent dans les textes officiels parus au B.O.E.N. et rarement dans les ouvrages scolaires.
- La réflexion pédagogique liée aux activités pédagogiques proposées par le candidat est appréciée du jury : Quels sont les objectifs pédagogiques ? Quel déroulement de la séance est prévu ? Comment lancer les activités ? Quelles consignes sont données ? Quel questionnement des élèves favorise la réflexion ? Quelles évaluations sont prévues ? Quelles peuvent être les difficultés des élèves rencontrées ? Comment anticiper ces difficultés ? Comment remédier à certaines difficultés détectées ?
- Les activités prenant appui sur une problématique sont appréciées par les membres du jury.

#### Autres conseils :

- D'une manière générale, le candidat doit lire le sujet avec attention et veiller à limiter son exposé au cadre imposé.
- Le candidat doit s'attacher à gérer le temps de l'exposé. Il est donc amené à réaliser certains choix

réfléchis.

- Le candidat dispose d'une fiche à compléter pendant la préparation qu'il doit remettre au jury. Sur cette fiche le candidat doit, pendant sa préparation, indiquer :

- le plan de la séquence d'enseignement ;
- les références des exercices choisis,

et selon les choix pédagogiques du candidat :

- les pré requis ;
- le déroulement de l'exercice mettant en œuvre les TICE ;
- ...

Elle permet d'éviter une perte de temps occasionnée par la recopie de quelques uns de ces éléments au tableau.

- Le candidat doit savoir, au cours de l'exposé et de l'entretien, se détacher de ses notes et s'exprimer dans un langage précis, rigoureux et accessible à des élèves de lycée professionnel. Le jury apprécie que le candidat explicite l'animation de la classe et les aspects didactiques, mettant ainsi en œuvre des compétences professionnelles du métier d'enseignant.
- Le candidat ne doit pas oublier que sa prestation doit répondre au cahier des charges de l'épreuve. Les textes officiels concernant le concours précisent notamment que :
  - lors de la préparation, dont la durée est de deux heures, des documents et matériels sont mis à la disposition des candidats : programmes des classes de lycée professionnel, ouvrages de la bibliothèque du concours, calculatrices munies de leur mode d'emploi et micro-ordinateur ;
  - l'épreuve, qui prend appui sur un dossier, a pour objet l'illustration d'un thème donné par des exercices choisis par le candidat (au moins deux, dont un figurant dans le dossier) ;
  - une démonstration au moins est exigée au cours de l'épreuve (pendant l'exposé ou pendant l'entretien).
- Il y a lieu de remarquer :
  - que ces documents à eux seuls ne suffisent pas pour bâtir une séquence ; la possibilité donnée au candidat d'utiliser ceux-ci lors de la préparation amène le jury à porter encore plus d'attention à la capacité du candidat à fournir une argumentation solide ;
  - que la démonstration exigée peut porter sur un résultat qui serait admis en cours ;
  - qu'il est indispensable que tout candidat prenne connaissance des programmes des classes de LP, de leurs préambules et de leurs commentaires, ce qui lui éviterait des confusions et lui permettrait d'envisager une progression réaliste ;
  - qu'il est indispensable :
    - de connaître la définition des objets mathématiques utilisés ;
    - d'énoncer avec précision les définitions et théorèmes sans oublier hypothèses et domaines de validité.
- Enfin l'expression, tant écrite qu'orale, doit être rigoureuse : par exemple il convient d'éviter les confusions entre fonction et valeurs prises par cette fonction ; l'utilisation des symboles mathématiques doit être correcte ; il convient d'éviter l'usage trop fréquent d'abréviations.

### Les sujets

Les sujets proposés portent sur différentes parties des mathématiques. Certains thèmes apparaissent dans plusieurs sujets (équations et inéquations à une ou plusieurs inconnues, fonctions d'une variable réelle, produit scalaire, statistiques,...) et d'autres n'apparaissent que dans un seul sujet (nombres complexes, suites géométriques, ...), mais tous les sujets sont proposés.

Les sujets les moins bien traités ont été ceux de géométrie, de statistique et de trigonométrie.

Il est déconseillé de se présenter au concours en ignorant les caractéristiques d'une série statistique ou les propriétés spécifiques du logarithme décimal, ou encore des notions couramment utilisées en sciences physiques, par exemple, les équations différentielles, la trigonométrie ou les nombres complexes.

Si, pour la préparation au concours, il semble légitime de regrouper des sujets qui ont un socle commun, il ne faut toutefois pas penser que ceux-ci sont interchangeables le moment de l'interrogation venu.

Le hors-sujet étant sévèrement sanctionné, le jury recommande aux candidats de relire attentivement et de réfléchir soigneusement au sens du sujet.

Les différentes formulations des questions doivent amener une réflexion sur la problématique sous-jacente :

- quelle place a cette question dans la progression des notions ?
- à quel niveau doit-elle être traitée? Quels objectifs vise-t-elle ?

### L'utilisation des TICE

Au CAPLP interne les candidats ont la possibilité d'utiliser un rétroprojecteur et des calculatrices (cette année : CASIO GRAPH 100 +, Classpad, TI 84, TI Voyage 200) dotées d'un dispositif de rétroprojection. Leurs modes d'emploi sont à la disposition des candidats. Il ne faut pas hésiter à les consulter afin d'éviter certaines confusions (entre fonction « zoom » et fonction « trace » par exemple).

De plus en plus de candidats utilisent de façon pertinente une calculatrice, tant durant leur temps de préparation que lors de leur prestation devant le jury. Il semble important de donner aux futurs candidats quelques conseils en ce domaine :

- les calculatrices doivent être aujourd'hui des objets « ordinaires » d'une séance de mathématiques. Il s'agit donc pour le candidat d'en maîtriser l'usage pour pouvoir l'intégrer de façon pertinente à son enseignement.

Le jury attend du candidat une réflexion sur ces outils. Il s'agit d'aller plus loin que leur simple utilisation comme le ferait un élève.

Par exemple il est normal, aujourd'hui, que la découverte par les élèves de certaines fonctions (racine carrée, logarithme, ...) passe par l'usage de la touche appropriée de la calculatrice. L'enseignant, lui, doit connaître parfaitement chacune de ces fonctions, et être capable de justifier leurs propriétés élémentaires autrement que par lecture graphique, par exemple ;

- chaque candidat a également à sa disposition un micro-ordinateur sur lequel des logiciels sont installés (logiciels de géométrie dynamique : Cabrigéomètre II plus, Geoplan-geospace ; un logiciel de calcul formel : Derive 6 ; les logiciels de la suite Office, un logiciel d'exploitation de données : Regressi ; un traceur de courbes : Sine qua non et un logiciel dynamique réunissant géométrie, algèbre et calcul : Geogebra).

### L'exposé

Si devant le jury le candidat ne doit pas se comporter comme devant une classe, sa présentation doit montrer cependant qu'il pense aux élèves.

Il est impératif de situer le sujet dans le contexte d'une progression des apprentissages mathématiques.

Il paraît souhaitable d'énoncer avec une grande précision les prérequis indispensables, en tenant compte du niveau auquel se situe l'exposé, sans **pour autant y consacrer trop de temps**.

Le candidat doit s'efforcer de proposer un plan net et cohérent. Il doit éviter de donner un catalogue de théorèmes, de propriétés, sans réfléchir aux contenus mathématiques et à l'articulation pédagogique associés.

Il s'agit de présenter une séquence d'enseignement. Il faut être capable de justifier, notamment à un niveau mathématique plus approfondi, le choix de telle ou telle présentation, l'utilisation de telle ou telle notion. Il faut



aussi pouvoir expliquer l'intérêt mathématique et pédagogique des exercices ainsi que les diverses méthodes de résolution.

Il est à remarquer que le libellé général de certains sujets permet de bâtir plusieurs séquences d'enseignement différentes. Le jury appréciera que le candidat montre qu'il en a conscience et justifie ses choix.

La maîtrise de l'expression et du langage occupe une place significative dans l'appréciation.

Les figures en géométrie et les représentations graphiques doivent être claires et aussi nombreuses que la nécessité l'exposé.

Il est indispensable de veiller à la logique des raisonnements et, le cas échéant, de veiller à la mise en œuvre de certaines réciproques.

Les cas particuliers significatifs méritent d'être évoqués (par exemple : argument pour le cas du nombre complexe nul). Le candidat doit garder un esprit critique face aux manuels scolaires ; il doit également éviter de recopier des exercices qu'il ne maîtrise pas ou une activité qu'il ne s'est pas appropriée auparavant.

La présentation du tableau doit être soignée. Il faut cependant veiller à ne pas écrire de choses inutiles, par exemple un plan trop détaillé. En revanche, les principales définitions et les théorèmes doivent être écrits avec le plus grand soin.

Le rétroprojecteur peut être utilisé pour faciliter la présentation du plan de l'exposé, d'extraits de programmes d'enseignement, de figures ou de courbes. Des transparents vierges (en nombre limité par candidat) ainsi que des feutres adaptés sont fournis durant la préparation. Le jury déconseille cependant de présenter l'ensemble du travail sur transparents et précise que l'utilisation du rétroprojecteur est facultative.

Conformément aux programmes, le candidat doit être attentif à proposer des situations issues du domaine professionnel des élèves ou de leurs vie courante : elles doivent être bien choisies et ne pas se résumer à un exercice de mathématiques artificiellement adapté à une situation « pseudo-concrète ».

### L'entretien

L'entretien est aussi important que l'exposé. La préparation au concours doit intégrer complètement cet aspect de l'épreuve orale. Lors de son temps de préparation, le candidat doit réfléchir au questionnement que pourrait induire le contenu de son exposé, tant du point de vue mathématique que pédagogique.

L'épreuve orale n'est pas une prestation solitaire, même si la forme donnée à l'exposé (sans interruption) le donne d'abord à penser. Il s'agit, lors de l'entretien, d'approfondir l'appréciation des connaissances du candidat sur le sujet. Pour cela, le jury pose des questions, afin de préciser le niveau maîtrisé, la connaissance des programmes et d'évaluer si possible le rapport aux élèves.

Si l'exposé a présenté quelques lacunes, l'entretien peut permettre de faire la distinction entre l'oubli (volontaire ou non) et l'ignorance d'une propriété. Si le contenu de l'exposé est assez complet, un prolongement peut être demandé pour valoriser davantage la prestation du candidat.

Le jury ne cherche en aucun cas à piéger le candidat. De nombreuses questions posées amènent des réponses simples. Certaines sont tout simplement celles qu'un élève pourrait poser en classe.

Il s'agit donc pour le candidat d'utiliser au mieux ce moment pour mettre en valeur sa capacité à écouter et à répondre avec discernement aux questions éventuelles d'un auditoire.

# Commentaires à propos de l'épreuve orale de sciences physiques

Compte tenu du stress dû à l'importance de l'enjeu, il est à noter, pour un bon nombre de candidats, des qualités certaines de communication (élocution, diction, clarté et rigueur des propos) qui ne demanderaient qu'à s'exprimer devant des élèves. Certaines prestations, menées avec dynamisme et enthousiasme nous ont permis d'entrevoir des qualités pédagogiques prometteuses.

Le Jury est attentif au respect du règlement du concours qui impose aux candidats une présentation d'une séquence d'enseignement. Cependant pour un nombre important de candidats, l'exposé permet difficilement d'évaluer les compétences pédagogiques, peu de candidats présentent une séquence destinée à un public non averti et préfèrent donner un aperçu de leurs connaissances sur le sujet.

En revanche, l'entretien permet souvent de révéler des qualités insoupçonnées au préalable.

Les membres du jury du CAPLP interne (session de juin 2009 et les précédentes), ont été amenés suite aux épreuves orales à émettre les remarques et recommandations suivantes dans le but d'aider les futurs candidats à bien préparer cette épreuve.

## **1) Au cours de la préparation à l'épreuve orale du concours**

Il est conseillé de prendre connaissance de la liste des sujets de l'épreuve orale susceptibles d'être proposés (voir B.O.E.N). C'est une condition indispensable à une bonne préparation au concours. Concernant l'exposé, beaucoup de candidats éprouvent des difficultés à structurer et à délimiter leur exposé dès lors que la dénomination du sujet à traiter s'écarte du titre d'un chapitre figurant dans un manuel scolaire.

Il est également indispensable que les candidats au concours prennent connaissance des programmes des classes des lycées professionnels, de leurs préambules et de leurs commentaires.

## **2) L'exposé**

### **L'introduction**

Il est souhaitable que les candidats s'efforcent :

- de situer le niveau de l'exposé par rapport aux programmes en vigueur dans les classes de lycées professionnels (ceux-ci sont trop souvent ignorés des candidats), tout en sachant que le jury pourra dépasser ce niveau au cours de l'entretien,
- de préciser la façon dont il s'intègre dans une progression (pré requis en sciences physiques et en mathématiques),
- de fixer les objectifs pédagogiques à atteindre,
- de présenter un plan cohérent et structuré,
- de garder à l'esprit qu'il est inutile de perdre trop de temps à présenter le plan et les objectifs (jusqu'à 10 minutes parfois). Un transparent réalisé au cours du temps de préparation puis présenté au rétroprojecteur en le commentant permet d'aller rapidement à l'essentiel.

### **Le déroulement**

Le candidat doit s'efforcer de gérer au mieux le temps et le matériel mis à sa disposition :

- Lorsque le sujet fait appel à des connaissances variées concernant différents domaines des sciences physiques et chimiques, trente minutes sont alors insuffisantes pour traiter l'ensemble du sujet.  
Le candidat doit effectuer des choix pour faire émerger l'essentiel et doit être capable de les justifier au cours de l'entretien.
- La présentation du tableau doit faire apparaître de façon claire et structurée les éléments essentiels abordés au cours de l'exposé.
- Une utilisation appropriée du rétroprojecteur apporte un gain de temps et évite de surcharger le tableau.

Avant d'aborder puis de développer les parties plus complexes de son exposé, le candidat doit s'attacher à énoncer de façon claire et rigoureuse les notions élémentaires (moment d'un couple, unités de pression...) qu'il va utiliser.

De plus, cet exposé sera accompagné d'expériences bien choisies illustrant de façon pertinente le contenu de ses propos et dont l'observation et/ou les résultats devront être exploités.

Le candidat qui fait état d'une réflexion pédagogique avancée et appropriée, en lien avec les objectifs énoncés dans son introduction (activités de classe, compétences ciblées, évaluation...) enrichit positivement son exposé.

### **L'illustration expérimentale**

La réalisation et l'exploitation d'une ou plusieurs expériences pertinentes sont des éléments essentiels d'une épreuve orale de sciences physiques. Une bonne préparation de cette épreuve passe donc par la réalisation de montages simples, probants et didactiques en relation avec les divers sujets d'oral.

Une utilisation adaptée et pertinente de l'informatique dans la pratique expérimentale (ExAO, traitement et exploitation de mesures par logiciels...) peut apporter une plus-value à la prestation du candidat, notamment dans le cadre d'activités transférables en classes de lycée professionnel.

### **3) L'entretien**

Lors de la préparation, le candidat doit réfléchir au questionnement que peut introduire son exposé.

D'une manière générale l'entretien permet :

- d'approfondir l'appréciation des connaissances du candidat sur le sujet.
- de faire la distinction entre oubli ou ignorance.
- de faire justifier les choix opérés lors de l'exposé,
- de préciser certains éléments de l'exposé au niveau théorique et/ou expérimental,
- éventuellement, de corriger les erreurs introduites dans l'exposé...
- de vérifier si le candidat est capable de faire preuve de réactivité, de bon sens et d'esprit d'analyse.

## ***5 – LA SESSION 2010 DU CONCOURS***

À la rentrée 2009, de nouveaux programmes de mathématiques et de sciences physiques et chimiques seront en vigueur pour les classes de seconde préparant au baccalauréat professionnel. La liste des sujets de l'épreuve professionnelle pour la session 2010, publiée au BOEN spécial n°6 du 25 juin 2009, prend en compte cette évolution.

Le jury recommande donc aux futurs candidats de se préparer à l'épreuve professionnelle :

- en tenant compte de cette évolution en termes de contenus et de démarches,
- en croisant les thèmes des sujets de l'épreuve professionnelle de physique ou de chimie et le contenu des programmes de la voie professionnelle,
- en prenant en compte l'utilisation des TIC et des thématiques pour préparer la présentation d'une utilisation pédagogique des TICE lors de l'épreuve professionnelle de mathématiques.

**Épreuve professionnelle en mathématiques (concours interne)**

- Min1 Sens de variation d'une fonction définie sur un intervalle de  $\mathbf{R}$ , à valeurs dans  $\mathbf{R}$ .
- Min2 Nombre dérivé, fonction dérivée d'une fonction définie sur un intervalle de  $\mathbf{R}$ , à valeurs dans  $\mathbf{R}$ .
- Min3 Recherche d'extremums d'une fonction définie sur un intervalle de  $\mathbf{R}$ , à valeurs dans  $\mathbf{R}$ .
- Min4 Exemples d'étude (sens de variation et représentation graphique) des fonctions  $f + g$  et  $\lambda f$  où  $f$  et  $g$  sont des fonctions de référence (affine, carre, cube, inverse, racine, sinus) et  $\lambda$  un réel donné.
- Min5 Équation d'inconnue réelle  $x$ ,  $f(x) = g(x)$  avec  $g(x) = ax + b$ , où  $f$  est une fonction de  $\mathbf{R}$  vers  $\mathbf{R}$ , et où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels donnés.
- Min6 Fonction logarithme népérien.
- Min7 Fonction logarithme décimal.
- Min8 Fonction exponentielle réelle de base  $e$ .
- Min9 Fonction sinus.
- Min10 Fonction  $f$  définie, pour tout nombre réel  $t$ , par  $f(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ , où  $A$ ,  $\omega$  et  $\varphi$  sont des nombres réels donnés.
- Min11 Intégrale définie.
- Min12 Inéquation du second degré à une inconnue réelle et à coefficients réels. Exemples d'étude de situations.
- Min13 Information chiffrée, proportionnalité.
- Min14 Équation différentielle  $y' - ay = f$ , où  $a$  est un nombre réel et  $f$  est une fonction donnée.
- Min15 Propriété de Thalès.
- Min16 Vecteurs du plan. Somme de vecteurs, multiplication par un réel.
- Min17 Application du produit scalaire à l'étude de problèmes relatifs au cercle et au calcul de distances et d'angles dans les configurations usuelles du plan.
- Min18 Relations métriques et trigonométriques dans le triangle quelconque.
- Min19 Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle.
- Min20 Équation trigonométrique, d'inconnue réelle  $x$ , de la forme  $a \cos x + b \sin x = c$ , où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres réels donnés.
- Min21 Représentation géométrique des nombres complexes.
- Min22 Caractères de position et de dispersion (moyenne, médiane, écart type) pour une série statistique à une variable.
- Min23 Exemples de problèmes où interviennent des droites remarquables du triangle.
- Min24 Fluctuation d'une fréquence relative à un caractère, sur des échantillons de taille  $n$  fixée.
- Min25 Ajustements affines pour une série statistique à deux variables.
- Min26 Suites arithmétiques et suites géométriques de nombres réels.
- Min27 Expériences aléatoires, probabilités élémentaires.
- Min29 Stabilisation relative des fréquences vers la probabilité d'un événement quand la taille  $n$  de l'échantillon augmente.

**Épreuve sur dossier en physique ou en chimie (concours externe)**

**Épreuve professionnelle en physique ou en chimie (concours interne)**

- L'épreuve sur dossier du concours externe et l'épreuve professionnelle du concours interne reposent sur l'un des sujets de la liste suivante. Au cours de l'épreuve, le candidat exposera une démarche visant à répondre à la question posée. Il explicitera les notions entre parenthèses et réalisera au moins une activité à caractère expérimental pour :
- illustrer le sujet par des exercices pour l'épreuve sur dossier du concours externe ;
  - présenter une séquence d'enseignement pour l'épreuve professionnelle du concours interne.
- T1- Comment peut-on décrire le mouvement d'un véhicule ?  
(Notion de référentiel - Trajectoires - Mouvement uniforme et mouvement uniformément varié)
  - T2- Comment passer de la vitesse des roues à celle de la voiture ?  
(Fréquence de rotation - Relation entre fréquence de rotation et vitesse linéaire)
  - T3- comment protéger un véhicule contre la corrosion ?  
(Mise en évidence de la corrosion électrochimique - Facteurs favorisant la corrosion électrochimique - caractéristiques d'une réaction d'oxydoréduction - Exemples de protection)
  - T4- Pourquoi éteindre ses phares quand le moteur est arrêté ?  
(Principes d'une pile et d'un accumulateur - Charge et décharge d'un accumulateur - Redressement d'un courant alternatif)
  - T5- Pourquoi un bateau flotte-t-il ?  
(Principe fondamental de l'hydrostatique - Poussée d'Archimède)
  - T6- Qu'est-ce qu'une voiture puissante ?  
(Notion de couple moteur - Puissance mécanique - Énergie cinétique)
  - T7.1- A quoi servent les amortisseurs d'une voiture ?  
(Oscillations d'un système mécanique : aspects dynamique et énergétique, période et fréquence propre d'un système oscillant - Influence des frottements sur un système oscillant)
  - T7.2- Pourquoi des pneus sous gonflés présentent-ils un danger ?  
(Modèle du gaz parfait - Transformations thermodynamiques du gaz parfait - Équation d'état d'un gaz)

T8- Comment faire varier la vitesse d'un véhicule électrique ?

(Force électromotrice d'un moteur à courant continu - Lien entre force électromotrice et fréquence de rotation d'un moteur à courant continu - Lien entre fréquence de rotation d'un moteur asynchrone et fréquence de la tension d'alimentation)

CME1- Quelle est la différence entre température et chaleur ?

(Échelles de température - Changements d'état - Énergie thermique - Transferts d'énergie thermique)

CME2- Comment sont alimentés nos appareils électriques ?

(Tensions électriques continue, alternative et sinusoïdale - Protection des installations électriques et des personnes - Puissance et énergie électriques en régime continu, alternatif et sinusoïdal)

CME3- Comment isoler une pièce du bruit ?

(Production et réception d'un son - Caractéristiques d'un son - Niveau d'intensité acoustique - Isolations phoniques)

CME4.1- Comment chauffer ou se chauffer à l'aide de l'électricité ?

(Conduction, convection et rayonnement : trois modes de transfert d'énergie – Puissance et énergie électriques dissipées par effet joule)

CME4.2 - Comment chauffer ou se chauffer en utilisant un hydrocarbure ?

(Chaleur et rayonnement : deux modes transfert d'énergie - Réactions chimiques exothermiques - Combustion des hydrocarbures)

CME5.1- Comment économiser l'énergie ?

(Différencier énergie et puissance – Rendement des appareils et systèmes de chauffage - Isolation thermique - Flux thermique à travers une paroi – Résistance thermique d'un matériau)

CME5.2- Qu'est-ce qu'une pluie acide ?

(pH d'une solution aqueuse, couple acide-base de Bronsted, pKa, solubilité d'un gaz, dosage)

CME5.3- Pourquoi adoucir l'eau ?

(Dureté de l'eau : origine et influence - Degré hydrotimétrique de l'eau : définition et détermination - Résine échangeuse d'ions)

CME6.1- Comment fonctionne une plaque à induction ?

(Effet Joule - Champ magnétique créé par un courant électrique - Courant induit - Loi de Faraday - Loi de Lenz)

CME6.2- Quelles contraintes faut-il prendre en compte dans une installation de chauffage central ?

(Principe de conservation du débit volumique d'un fluide en écoulement permanent - Relation de Bernoulli)

CME7- Comment l'énergie électrique est-elle distribuée à l'entreprise ?

(Distribution triphasée, monophasée, rôle d'un transformateur - Puissance électrique en régime sinusoïdal monophasé)

HS1- Comment prévenir les risques liés aux gestes et postures ?

(Mise en évidence du centre de gravité - Caractéristiques d'une force - Conditions d'équilibre d'un objet - Moment d'une force - Couple de forces)

HS2- Les liquides d'usage courant : que contiennent-ils et quels risques peuvent-ils présenter ?

(Règles et dispositifs de sécurité en chimie - Caractère acide ou basique d'une solution - Concentration molaire ou massique d'une espèce chimique en solution - Analyse qualitative et quantitative)

HS3- Faut-il se protéger des sons ?

(Production d'un son - Caractéristiques d'un son - Niveau d'intensité acoustique - Bande passante de l'oreille - Effets des nuisances sonores - Dispositifs de protection)

HS4- Comment peut-on améliorer sa vision ?

(Rayon lumineux - Éléments remarquables d'une lentille sphérique mince convergente - Obtention d'une image nette dans les conditions de Gauss - Relations de conjugaison)

HS5.1- Quels sont les principaux constituants du lait ?

(Groupes fonctionnels caractéristiques des espèces chimiques présentes dans le lait - Acidité du lait : mise en évidence et quantification)

HS5.2- Comment peut-on aromatiser une boisson ?

(Groupes fonctionnels acide carboxylique et alcool - Réaction d'estérification - Synthèse d'un arôme)

HS 6- Quels sont le rôle et les effets d'un détergent ?

(Groupes fonctionnels caractéristiques des tensioactifs et des huiles/grasses - Action d'un détergent sur une salissure - Saponification des esters d'acides gras et émulsification - Fabrication d'un savon)

SL1- Comment dévier la lumière ?

(Rayon lumineux - Lois de la réflexion et de la réfraction, cas de la réflexion totale - Propagation d'un rayon lumineux dans une fibre optique)

SL2- Comment un son se propage-t-il ?

(Propagation d'une onde sonore dans un milieu matériel - Vitesse de propagation et longueur d'onde d'une onde sonore dans l'air - Lois de la réflexion et de la réfraction d'une onde sonore)

SL3- Comment transmettre un son à la vitesse de la lumière ?

(Ordres de grandeurs des vitesses de propagation de la lumière et du son dans l'air - Transmission d'un signal sonore par une fibre optique)

SL4- Comment voir ce qui est faiblement visible à l'œil ?

(Éléments remarquables d'une lentille sphérique mince convergente - Obtention d'une image nette dans les conditions de Gauss - Relations de conjugaison d'une lentille mince - Montage optique modélisant le fonctionnement d'une loupe et d'un microscope)

SL5- Pourquoi les objets sont-ils colorés ?

(Décomposition et recombinaison de la lumière blanche par un prisme ou un réseau - Reproduction d'une couleur par synthèse additive et soustractive)

SL6- Comment un haut-parleur fonctionne-t-il ?

(Induction magnétique - Propagation sonore - Force électromagnétique)

## Les textes officiels concernant le concours

Ces textes sont consultables sur le site : <http://perso.wanadoo.fr/caplp.maths-sciences/>.

Annexe : liste non exhaustive des livres et manuels scolaires de la bibliothèque de mathématiques

Niveau	Thème	Titre	Editeur	Auteur(s)
Sup	Algèbre et géométrie	Algèbre et géométrie pour le CAPLP	Ellipse	Danièle Gérard
Sup	Analyse	Analyse PCSI-PTSI	Dunod	Jean Marie Monier
Sup	Analyse	Analyse PC-PSI-PT	Dunod	Jean Marie Monier
Sup	Analyse	Fonction d'une variable : cours avec exercices corrigés	Masson	Bernard Calvo
Sup	Géométrie	Géométrie de l'espace et du plan	Hermann	Yvonne et René Sortais
Sup	Géométrie	Géométrie du triangle	Hermann	Yvonne et René Sortais
Sup	Géométrie	Géométrie	Ellipses	Gautier Christian, Colombo Philippe, Koechlin Benoît, Simsolo Pierre
Sup	Probabilités et statistiques	Probabilités et statistiques, cours exercices et problèmes résolus	Ellipses	Jacques Istas
Sup	Probabilités et statistiques	Itinéraires en statistiques et probabilités	Ellipses	H.Carnec, J.M Dagoury, R.Seroux, M.Thomas
Sup	Probabilités et statistiques	Cours de mathématiques Tome 4, Probabilités et statistiques pour les BTS et IUT	Eyrolles	Louis Gacogne et Gérard Frugier
Sup	Tous	Dictionnaire des mathématiques	PUF	A.Bouvier, Michel George, F.Le Lionnais
Secondaire	Analyse	Analyse, cours et exercices	Vuibert	M. Collet, C.Gautier, S.Nicolas, A.Warusfel, P.Attali
Secondaire	Géométrie	Géométrie, cours et exercices	Vuibert	M. Collet, C.Gautier, S.Nicolas, A.Warusfel, P.Attali
Secondaire	Probabilité	Probabilités, cours et exercices	Vuibert	M. Collet, C.Gautier, S.Nicolas, A.Warusfel, P.Attali
BTS	Algèbre et analyse	BTS industriels du groupement A Tome 1	Foucher	G.Saint-Pierre, B.Verlant
BTS	Statistiques et probabilités	Probabilités, statistiques inférentielles, fiabilité	Ellipses	G.Demengel, P.Bénichou, R.Bénichou, N.Boy, J.P Pouget
BTS	Statistiques et probabilités	BTS industriels du groupement A Tome 2	Foucher	G.Saint-Pierre, B.Verlant
LEGT	Tous	diverses collections CAP, BEP et Bac Pro		
LP	Tous	diverses collections CAP, BEP et Bac Pro		