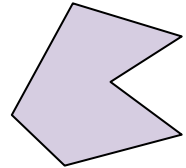


Espace et géométrie au cycle 3

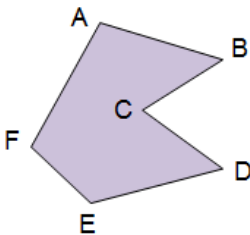
Les polygones

L'étude des polygones tient une place importante dans l'enseignement de la géométrie tout au long de la scolarité obligatoire. Les polygones constituent un ensemble de figures géométriques élémentaires simples permettant de modéliser la plupart des situations rencontrées dans la vie quotidienne et à l'école (sol d'une classe, mur, terrain, surface d'une table, etc.). Historiquement également, des polygones ont souvent été utilisés pour répondre à des problèmes que se posaient les savants, on peut par exemple penser à Archimède utilisant des polygones pour estimer l'aire d'un disque, il y a plus de 2000 ans, pour en déduire un encadrement de π entre $3 + \frac{10}{71}$ ($\approx 3,1408$) et $3 + \frac{1}{7}$ ($\approx 3,1429$), ou encore Delambre et Méchain utilisant des triangles pour estimer la longueur de la méridienne entre Dunkerque et Barcelone, à la fin du dix-huitième siècle, afin de déterminer la longueur du mètre préalablement défini comme le dix-millionième du quart de méridien terrestre. Il est donc important que les élèves sachent identifier un certain nombre de polygones particuliers et en connaissent les principales propriétés.

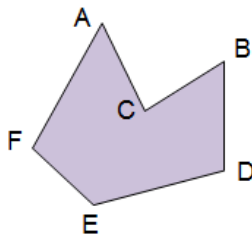
Revenons à la définition du mot polygone, étymologiquement le mot est construit à partir des racines grecques *poly/polus* signifiant plusieurs et *gonia* signifiant angles ; un polygone est une surface délimitée par une ligne brisée fermée constituée de segments de droites.



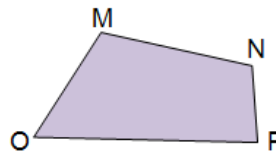
La notion de convexité n'apparaît pas dans les programmes de la scolarité obligatoire, il n'est pas utile de parler de polygone convexe, polygone concave ou de polygone croisé au cycle 3. Néanmoins lorsqu'un polygone sera désigné par des lettres, l'élève de cycle 3 devra être conscient de l'importance de l'ordre de ces lettres.



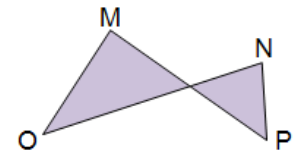
Polygone ABCDEF



Polygone ACBDEF



Polygone MNOP



Polygone MPNO

Les noms des polygones à trois et quatre côtés, triangles et quadrilatères, sont construits à partir de racines latines, les deux mots sont rencontrés par les élèves aux cycles 1 ou 2. Ils doivent faire partie du vocabulaire des élèves au cycle 3. Les noms des polygones à cinq côtés ou plus ne sont pas explicitement dans les programmes, mais en fin de cycle 3 un élève doit pouvoir dire si un polygone est ou non un pentagone, un hexagone, un octogone ou un décagone, sans toutefois exiger qu'il sache répondre à la question « Comment appelle-t-on un polygone à 6 côtés ? ». Le mot pentagone pourra être rapproché du quartier général du ministère de la défense des États-Unis et le mot hexagone de son utilisation pour désigner la France en s'appuyant à chaque fois sur des supports visuels.

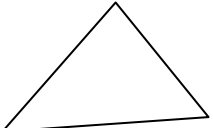
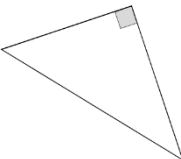
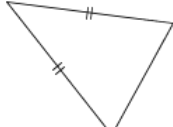
Les autres noms de polygones peuvent être utilisés si nécessaire en veillant à ce qu'ils soient bien compris des élèves ou pour répondre à des interrogations de leur part. Pour mémoire les noms des polygones de 5 à 12 côtés sont : pentagone, hexagone, heptagone, octogone, enneagone, décagone, undécagone et dodécagone.

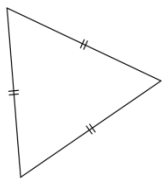
Les triangles

Les élèves ont appris à reconnaître et à nommer des triangles dès le cycle 1. Au cycle 2, ils ont poursuivi ce travail et ont commencé à reproduire des triangles en s'aidant notamment de quadrillage ou en travaillant sur du papier pointé. À partir de la deuxième année du cycle ils ont appris à nommer un premier triangle particulier : le triangle rectangle. Ce triangle particulier a permis de proposer des constructions dans des conditions très différentes de supports (papier pointé, quadrillé ou uni) ou de matériel disponible (règle, gabarit d'angle droit, règle graduée, équerre) tout au long du cycle.

Au CM1-CM2, les élèves utilisent leur définition pour reconnaître ou construire les triangles particuliers et observent certaines des propriétés de ces polygones. Les définitions devront être construites collectivement lors des temps d'institutionnalisation et écrites dans les cahiers des élèves et leurs propriétés seront observées progressivement et ajoutées dans les cahiers tout au long du cycle.

Certaines propriétés caractéristiques ci-dessous, pourront être abordées dès la dernière année du cycle 3 ; elles seront réinvesties et enrichies tout au long du cycle 4. Le tableau ci-dessous n'est pas destiné à être reproduit dans les cahiers des élèves, il est à l'usage des enseignants uniquement et compile les énoncés que peuvent avoir rencontrés les élèves, d'autres formulations peuvent être choisies.

TRIANGLE (LA FIGURE CODEE ILLUSTRE LA DEFINITION)	UNE DEFINITION POSSIBLE DES LE DEBUT DU CYCLE	DES PROPRIETES A OBSERVER PROGRESSIVEMENT	DES PROPRIETES CARACTERISTIQUES ACCESSIBLES A LA FIN DU CYCLE
Triangle 	Un triangle est un polygone qui a trois côtés.		
Triangle rectangle  Triangle rectangle en ...	Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.		
Triangle isocèle 	Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.	Un triangle isocèle a un axe de symétrie, cet axe passe par le sommet principal et le milieu de la base du triangle.	Si un triangle a un axe de symétrie alors il est isocèle. Si un triangle a deux angles de même mesure

TRIANGLE (LA FIGURE CODEE ILLUSTRE LA DEFINITION)	UNE DEFINITION POSSIBLE DES LE DEBUT DU CYCLE	DES PROPRIETES A OBSERVER PROGRESSIVEMENT	DES PROPRIETES CARACTERISTIQUES ACCESSIBLES A LA FIN DU CYCLE
<p>Triangle isocèle en ...</p> <p>La base du triangle isocèle est ...</p> <p>Le sommet principal du triangle isocèle est ...</p>		<p>Un triangle isocèle a deux angles superposables.</p> <p>Un triangle isocèle a deux angles de même mesure.</p>	<p>alors ce triangle est isocèle.</p>
<p>Triangle équilatéral</p> 	<p>Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.</p>	<p>Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie.</p> <p>Un triangle équilatéral a trois angles superposables.</p> <p>Les angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°.</p>	<p>Si un triangle a trois angles superposables alors ce triangle est équilatéral.</p> <p>Un triangle qui a trois (deux suffisent) axes de symétrie est équilatéral.</p>

D'autres propriétés, hors programme, peuvent être rencontrées dans le cadre de la résolution d'exercices ou de problèmes, sans faire l'objet d'une institutionnalisation dans le cahier « de leçons » mais seulement d'une trace écrite élaborée collectivement dans le cahier de recherche, d'exercices, du jour, de brouillon, donnant à cette propriété un statut de savoir commun partagé mais dont la mémorisation n'est clairement pas exigée par l'enseignant. On peut penser par exemple à un exercice conduisant à démontrer qu'une médiane¹ d'un triangle partage le triangle en deux triangles ayant la même aire, ou encore un problème conduisant à conclure que les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes et que le point de concours est le centre du cercle circonscrit au triangle.

Les quadrilatères


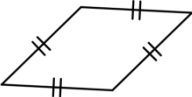
Le mot quadrilatère n'apparaît que dans les programmes de cycle 3, néanmoins des quadrilatères particuliers sont rencontrés dès le cycle 1 (carré et rectangle), les élèves apprennent à les reconnaître, les nommer, puis au cycle suivant à les décrire et à les construire dans des situations variées. Au cycle 1, le carré et le rectangle sont clairement différenciés, le carré garde la même forme quand on le tourne d'un quart de tour, ce qui n'est pas le cas du rectangle qui est « allongé ». En début de cycle 2, cette catégorisation est toujours d'actualité, un exercice consistant à colorier d'une couleur les rectangles et d'une autre couleur les carrés parmi un ensemble de polygones dessinés est donc envisageable en CP et en début de CE1. Progressivement, à partir de la deuxième année du cycle 2, le vocabulaire des élèves s'enrichit, les quadrilatères sont décomposés en sommets, côtés et angles, et la notion d'angle droit est introduite et l'équerre utilisée. Le rectangle est alors reconnu grâce à ses quatre angles droits, l'exercice décrit précédemment, consistant à colorier d'une couleur les rectangles et d'une autre couleur les carrés parmi un ensemble de polygones, n'a alors plus de sens à ce stade, mais demander aux élèves de comprendre que les carrés sont des rectangles est également prématuré pour la plupart des élèves. L'enseignant veillera donc à proposer des exercices qui ne conduisent pas à opposer carrés et

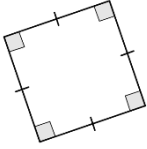
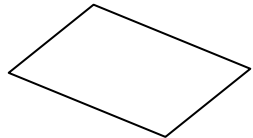
¹ Dans un triangle une médiane est une droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet.

rectangles, afin de ne pas dire de choses mathématiquement fausses, et qui ne nécessitent pas d'avoir compris que les carrés sont des rectangles, la compréhension de cette inclusion étant encore prématurée. Au cycle 3, la connaissance de définitions pour les carrés et les rectangles conduit à comprendre que les carrés sont des rectangles particuliers. Les élèves doivent se rendre compte que les carrés « répondent » à la définition donnée pour le rectangle et donc que le carré est un rectangle. Le travail mené au cycle 3 doit conduire à ce que tous les élèves soient conscients de cette inclusion en fin de cycle 3, comme des autres inclusions rencontrées (tous les rectangles sont des parallélogrammes, tous les carrés sont des losanges, etc.).

Les énoncés faisant intervenir les diagonales ne sont rencontrés qu'à partir de la dernière année du cycle 3.

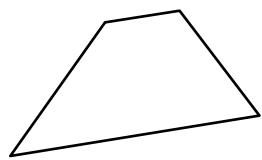
Certaines propriétés caractéristiques ci-dessous, pourront être abordées dès la dernière année du cycle 3 ; elles seront réinvesties et enrichies tout au long du cycle 4. Le tableau ci-dessous n'est pas destiné à être reproduit dans les cahiers des élèves, il est à l'usage des enseignants uniquement et compile les énoncés que peuvent avoir rencontrés les élèves, d'autres formulations peuvent être choisies.

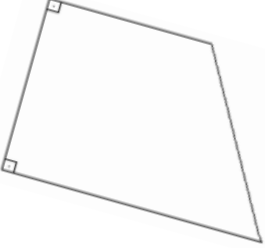
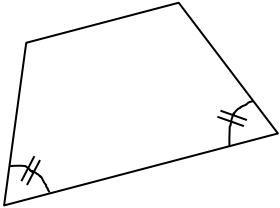
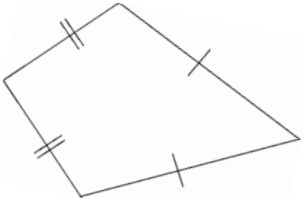
<p>QUADRILATERE (LA FIGURE CODEE ILLUSTRE LA DEFINITION)</p>	<p>UNE DEFINITION POSSIBLE DES LE DEBUT DU CYCLE</p>	<p>DES PROPRIETES A OBSERVER PROGRESSIVEMENT</p>	<p>DES PROPRIETES CARACTERISTIQUES ACCESSIBLES A LA FIN DU CYCLE</p>
<p>Rectangle</p> 	<p>Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.</p>	<p>Un rectangle a deux axes de symétries.</p> <p>Un rectangle a des côtés opposés de la même longueur.</p> <p>Un rectangle a ses côtés opposés parallèles deux à deux.</p> <p>Un rectangle a des diagonales qui ont la même longueur.</p> <p>Un rectangle a des diagonales qui ont le même milieu.</p>	<p>Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur et a un angle droit alors ce quadrilatère est un rectangle.</p> <p>Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont même longueur et même milieu alors ce quadrilatère est un rectangle.</p>
<p>Losange</p> 	<p>Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.</p>	<p>Un losange a deux axes de symétrie.</p> <p>Un losange a ses diagonales perpendiculaires.</p> <p>Un losange a ses diagonales qui ont le même milieu.</p> <p>Un losange a ses angles opposés de même mesure.</p>	<p>Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires et qui ont le même milieu alors ce quadrilatère est un losange.</p>

QUADRILATÈRE (LA FIGURE CODÉE ILLUSTRE LA DÉFINITION)	UNE DÉFINITION POSSIBLE DES LE DÉBUT DU CYCLE	DES PROPRIÉTÉS À OBSERVER PROGRESSIVEMENT	DES PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES ACCESSIBLES À LA FIN DU CYCLE
<p>Carré</p> 	<p>Un carré est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur et qui a quatre angles droits.</p>	<p>Un carré a quatre axes de symétrie.</p> <p>Un carré a des diagonales de la même longueur.</p> <p>Un carré a des diagonales perpendiculaires.</p> <p>Un carré a des diagonales qui ont le même milieu.</p>	<p>Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires et qui ont le même milieu et la même longueur alors ce quadrilatère est un carré.</p> <p>Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur et un angle est droit alors ce quadrilatère est un carré.</p>
<p>Parallélogramme</p>  <p>(introduit comme « objet d'étude » en classe de 6^{ème})</p>	<p>Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.</p>	<p>Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.</p> <p>Les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.</p>	

D'autres quadrilatères particuliers peuvent être rencontrés au cycle 3, lors d'exercices en classe ou lors d'échanges entre les élèves et leurs parents ou leurs frères ou sœurs. L'absence de leur présence dans les programmes ne signifie pas l'interdiction de les mentionner en classe et des travaux avec ces quadrilatères peuvent être réalisés lors des séances de géométrie. Des définitions précises seront données à chaque fois aux élèves, mais la façon de noter ces définitions rendra clair pour les élèves et leurs familles qu'il ne s'agit pas de savoirs exigibles à mémoriser.

Le tableau ci-dessous contient une liste de définitions de quelques quadrilatères particuliers non mentionnés dans les programmes.

QUADRILATÈRE (LA FIGURE CODÉE ILLUSTRE LA DÉFINITION)	UNE DÉFINITION POSSIBLE	COMPLÈMENTS
<p>Trapèze</p> 	<p>Un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles.</p>	<p>Les deux côtés opposés parallèles s'appellent les <i>bases</i> du trapèze. On parle alors de <i>petite base</i> et <i>grande base</i>.</p> <p>La distance entre les deux droites parallèles (portant les deux bases) est appelée <i>hauteur</i> du trapèze.</p>

QUADRILATERE (LA FIGURE CODEE ILLUSTRE LA DEFINITION)	UNE DEFINITION POSSIBLE	COMPLEMENTS
<p>Trapèze rectangle</p> 	<p>Un trapèze rectangle est un trapèze ayant un angle droit (il en a alors au moins deux car les bases sont parallèles).</p>	
<p>Trapèze isocèle</p> 	<p>Un trapèze est dit isocèle si les deux angles que forment les côtés adjacents à une des bases avec cette base ont même mesure.</p>	<p>un trapèze isocèle à un axe de symétrie.</p>
<p>Cerf-volant</p> 	<p>Un cerf-volant est un quadrilatère ayant une diagonale comme axe de symétrie.</p>	<p>Un cerf-volant a deux cotés consécutifs de même longueur et les deux autres cotés sont aussi de même longueur.</p>