

Secrétariat Général Direction générale des ressources humaines Sous-direction du recrutement	MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
---	--

Concours du second degré – Rapport de jury
Session 2011

AGRÉGATION DE MÉCANIQUE

Rapport de jury présenté par

Monsieur Norbert PERROT
Inspecteur général

Président de jury

Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury

MEMBRES DU JURY

Président

PERROT Norbert - IGEN

Vice-président

ROUCH Philippe – Professeur des Universités – Arts et Métiers Paristech - Paris

Secrétaire du jury

MENDÈS François - Professeur de chaire supérieure - Chef de Travaux - Lycée Chaptal - Paris

Épreuves d'admissibilité

Épreuve de mécanique générale et des milieux déformables

AÏACHE Jacques – Professeur de chaire supérieure - Lycée Louis-Le-Grand – Paris

LORONG Philippe - Professeur des Universités – Arts et Métiers Paristech - Paris

UTHEZA Françoise - Maître de conférences - Université Paris-Est Marne-la-Vallée – Marne-la-Vallée

Épreuve d'analyse et de conception des systèmes

BLANC-SERRIER Séverine - Professeure agrégée - Lycée Marceau - Chartres

MENDÈS François - Professeur de chaire supérieure - Chef de Travaux - Lycée Chaptal - Paris

MESSAGE Christian - IA-IPR – Paris

Épreuve d'automatique-informatique industrielle

ALTET Olivier - Professeur de chaire supérieure - Lycée Cormontaigne - Metz

DEJANS Michel – Professeur de chaire supérieure - Lycée Baggio - Lille

Épreuves d'admission

Leçon de mécanique

LORONG Philippe - Professeur des Universités – Arts et Métiers Paristech - Paris

LOISY Michel - IA-IPR - Grenoble

RENAUD Pierre - Maître de conférences - INSA Strasbourg - Strasbourg

UTHEZA Françoise - Maître de conférences - Université Paris-Est Marne-la-Vallée – Marne-la-Vallée

Soutenance d'un dossier industriel et interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »

DULUC Marie-Christine - Maître de conférences - CNAM - Paris

MESSAGE Christian - IA-IPR – Paris

NOËL Nadine - Professeure agrégée – INSA Lyon - Villeurbanne

RACINEUX Guillaume - Professeur d'Université – École Centrale de Nantes – Nantes

Travaux pratiques relatifs à un produit ou système technique

AÏACHE Jacques – Professeur de chaire supérieure - Lycée Louis-Le-Grand – Paris

ALTET Olivier - Professeur de chaire supérieure - Lycée Cormontaigne - Metz

BLANC-SERRIER Séverine - Professeure agrégée - Lycée Marceau - Chartres

CROGUENNEC Christian - IA-IPR - Caen

DEJANS Michel – Professeur de chaire supérieure - Lycée Baggio - Lille

FICHOU Philippe - IA-IPR - Rennes

RIOU Hervé - Professeur de chaire supérieure - Lycée Chaptal - Paris

Le lycée Chaptal à Paris a accueilli les réunions préparatoires à cette session 2011 de l'agrégation de mécanique ainsi que les épreuves d'admission qui se sont déroulées dans de très bonnes conditions du 8 juin au 16 juin 2011. Les membres du jury adressent de vifs remerciements madame la Proviseure de cet établissement ainsi qu'à leurs collaborateurs pour l'accueil chaleureux qui leur a été réservé.

RÉSULTATS STATISTIQUES DE LA SESSION 2011

Inscrits	Nombre de postes	Présents aux trois épreuves d'admissibilité	Admissibles	Admis
274	25	106	56	25

Moyenne obtenue par le premier candidat admissible	18,08
Moyenne obtenue par le dernier candidat admissible	8,17
Moyenne obtenue par le premier candidat admis	16,43
Moyenne obtenue par le dernier candidat admis	9,81

ÉVOLUTION DEPUIS 1996

Session	Inscrits	Présents Première épreuve	Présents Dernière épreuve	Admissibles	Admis	Nombre de postes
1996	694	424	397	171	90	123
1997	792	526	491	175	101	116
1998	757	451	426	165	85	85
1999	736	393	363	167	81	81
2000	665	398	376	144	61	61
2001	598	377	358	141	61	61
2002	598	296	274	137	61	61
2003	491	301	286	94	49	49
2004	475	257	237	96	40	40
2005	442	212	204	96	43	43
2006	390	204	187	72	30	30
2007	324	153	144	75	30	30
2008	220	96	92	54	25	25
2009	195	93	84	54	25	25
2010	225	88	80	56	25	25
2011	274	111	107	56	25	25

Avant-propos

La session 2011 de l'agrégation de mécanique est la première faisant suite à la mise en place des nouvelles conditions pour pouvoir se présenter aux concours de recrutement des professeurs. Ces nouvelles dispositions ne sont pas sans conséquence sur les épreuves. En effet le master 2 validant le niveau scientifique, les épreuves d'admissibilité et d'admission de l'agrégation n'ont plus ce rôle. Elles doivent au contraire valider des compétences, en s'appuyant sur ce niveau scientifique, pour résoudre un problème technique au plus haut niveau. Elles évaluent l'esprit de synthèse du candidat et ses capacités à mobiliser ses compétences pour proposer des séquences pédagogiques. Dans cet esprit, les candidats bénéficient pour leurs préparations lors des épreuves d'admission d'une liaison internet. Le raisonnement et la réflexion sont privilégiés au détriment de la restitution pure et simple de connaissances.

L'autre conséquence est que l'obtention du master 2 est obligatoire pour pouvoir concourir. Un candidat sur les 56 admissibles n'ayant pas validé son master 2 n'a pu participer aux épreuves d'admission.

L'agrégation est un concours prestigieux destiné au départ aux métiers de l'enseignement, il est normal que les épreuves valident les compétences à exercer ce métier. Chaque épreuve d'admission comporte une partie destinée à tester ces compétences. Il est souhaitable que les candidats se préparent en conséquence.

Pour cette session, la nouveauté est liée à la deuxième épreuve d'admission qui se déroule en deux parties :

- soutenance du dossier industriel ;
- interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable ».

La première partie est classique ; le dossier présenté par le candidat doit être relatif à un système technique à dominante mécanique. Son authenticité et son actualité sont des éléments décisifs. Il doit se caractériser par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, que le produit soit de type « grand public » ou de type « équipement industriel » non unitaire. Il est clair que l'évolution vers des produits type « grand public » ne s'est pas encore faite. Le jury y sera sensible au cours des prochaines sessions.

La deuxième partie « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable » a été relativement bien négociée par les candidats même par ceux qui n'ont jamais enseigné. Sur ce point, les prestations de certains candidats manifestement en poste interrogent sur leur implication dans le système éducatif. Le jury regrette que, dans leur majorité, les candidats ne se soient pas plus engagés dans leur réponse. Cette prudence est peut-être légitime pour une première année, mais le jury attend un peu plus d'engagement pour les prochaines sessions. Le jury tient à rappeler qu'il est préférable de construire sa réflexion et ses arguments en s'appuyant sur les textes officiels.

Pour cette session, le coefficient de cette deuxième épreuve d'admission a été fixé à 2 dans les textes officiels contrairement à la demande initiale. Le coefficient de cette épreuve sera normalement ramené à 1.

Pour conclure sur les épreuves, il est important de rappeler que l'épreuve de travaux pratiques, peut-être plus que les autres, ne s'improvise pas. Un effort particulier doit être fait dans ce sens pour les futurs candidats.

Globalement, les prestations des candidats sont correctes et conformes à celles des années précédentes, il faut remercier pour cela les formateurs.

D'un point de vue quantitatif, le nombre de candidats a augmenté, ce qui est encourageant. Il faut simplement espérer que cette tendance se confirme pour les années à venir.

Les épreuves d'admission ont joué pleinement leur rôle en bousculant le classement établi après les épreuves d'admissibilité. Mais surtout elles ont permis à huit candidats qui n'étaient pas dans les vingt-cinq premiers à l'issue de l'admissibilité d'être déclarés admis ; parmi les candidats admis, un candidat a progressé de vingt-six places et deux de vingt-quatre. Cela prouve, s'il en était besoin, l'intérêt de préparer sérieusement les six épreuves de l'agrégation.

L'agrégation est un concours prestigieux qui impose de la part des candidats un comportement et une présentation irréprochable. Le jury reste vigilant sur ce dernier aspect et invite les candidats à avoir une tenue adaptée aux circonstances particulières d'un concours de recrutement de cadres A de la fonction publique.

Norbert PERROT
Président du jury

Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité de mécanique générale et des milieux déformables

Question 1 : Montrer que la puissance électrique volumique, dissipée par effet Joule, générée dans le fil de contact s'écrit

$q_p = \frac{U^2}{\rho_e l^2}$ où U représente la tension transportée dans le fil, ρ_e la résistivité électrique et l la longueur d'un tronçon de fil. Pour cela on supposera que le flux de courant est homogène.

$$P = UI \quad (1) \quad P = RI^2 = \rho_e \frac{l}{S_{section}} I^2 \quad (2)$$

$$q_p = \rho_e j^2 \quad (3) \quad I = j \cdot S_{section} \quad (4)$$

$$(4) \Rightarrow j = \frac{I}{S_{section}}$$

$$(3) \Rightarrow q_p = \rho_e \frac{I^2}{S_{section}^2}$$

$$(1)-(2) \Rightarrow U \cdot I = \rho_e \frac{l}{S_{section}} I^2 \quad \rightarrow \quad I = \frac{S_{section}^2 U^2}{\rho_e l} \quad (3) \Rightarrow q_p = \frac{U^2}{\rho_e l^2}$$

Question 2 : Sachant que la résistivité électrique du fil de contact est $\rho_e = 17.10^{-8} \Omega.m$, calculer la puissance volumique q_p pour une longueur de canton $l = 1 \text{ 200 m}$.

$$q_p = \frac{(1,5.10^3)^2}{17.10^8 \cdot 1200}$$

Question 3 : En considérant un volume de contrôle homogène V à l'intérieur du fil, écrire la conservation de l'énergie pendant un temps dt . En appliquant la loi de Fourier ($\vec{q} = -k \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T$), montrer que l'équation de conduction s'écrit :

$k \cdot \Delta T + q_p \cdot = \rho \cdot C \cdot \frac{dT}{dt}$ (E) en supposant que l'énergie reçue dans le fil de contact ne l'est que par conduction.

où $k = 382 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$: conductivité thermique du fil de contact

ΔT : Laplacien de la température

$\rho = 8940 \text{ kg.m}^{-3}$: masse volumique du fil

$C = 0,38 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$: capacité calorifique du fil

$T(r)$: température du fil variant selon le rayon r

$\frac{dT}{dt}$: taux de température dans le fil en fonction du temps.

Conservation de l'énergie

Énergie reçue par conduction dans le volume V pendant dt (1)	+ Énergie produite dans V pendant dt (2)	+ Énergie reçue de l'extérieur autrement que par conduction dans V pendant dt (3)	= Élévation de l'énergie interne de V pendant dt (4)
---	---	--	---

(1) = Énergie reçue par conduction = $\int_{S_i} \vec{q} \cdot \vec{n}_i dS - \int_{S_e} \vec{q} \cdot \vec{n}_e dS$ avec S_i : parties de la surface S (du volume V) où la normale est dirigée vers l'intérieur et S_e : parties de la surface S (du volume V) où la normale est dirigée vers l'extérieur.

Soit q_p le débit de chaleur produit dans le volume V :

$$(2) = \text{Énergie produite} = \int_V q_p dV$$

(3) = Pas de terme (3) si l'on ne considère que les échanges par conduction sinon (3) = Énergie reçue par convection = $h \cdot S(T - T_\infty)$

Soit E_0 l'énergie interne du volume V :

$$(4) = \frac{dE_0}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \int_V \rho e_0 dV \right\} \text{ avec } \rho \text{ la masse volumique et } e_0 \text{ l'énergie interne de l'unité de masse}$$

$$\frac{dE_0}{dt} = \int_V \frac{d}{dt} (\rho e_0 dV) \text{ car le milieu est au repos}$$

$$\frac{dE_0}{dt} = \int_V \rho \frac{de_0}{dt} dV \text{ car } \rho = \text{cste}$$

D'après la première formule de Clapeyron $de_0 = C_v dT + (1 - p)dV$ (ici $dV = 0$)

$$\frac{dE_0}{dt} = \int_V \rho C_v \frac{dT}{dt} dV = \rho C_v \int_V \frac{dT}{dt} dV$$

L'équation bilan s'écrit donc (si l'on ne considère que le cas où la normale est sortante)

$$- \int_{S_e} \vec{q} \cdot \vec{n}_e dS + \int_V q_p dV = \rho C_v \int_V \frac{dT}{dt} dV$$

D'après le théorème d'Ostrogradsky : $\int_{S_e} \vec{q} \cdot \vec{n}_e dS = \int_V \text{div} \vec{q} dV$

$$- \int_V \text{div} \vec{q} dV + \int_V q_p dV = \rho C_v \int_V \frac{dT}{dt} dV$$

d'où l'équation ponctuelle de la conduction : $(-\text{div} \vec{q} + q_p - \rho C \frac{dT}{dt}) = 0$ et compte tenu de la loi de Fourier :

$$\text{div}(k \cdot \vec{\nabla} T) + q_p - \rho C_v \frac{dT}{dt} = 0 \text{ puisque } k \text{ n'est pas fonction de } T, \text{ alors l'équation bilan de la conservation de}$$

$$\text{l'énergie est : } k \cdot \Delta T + q_p - \rho C \frac{dT}{dt} = 0$$

Question 4 : Si l'on suppose que le régime permanent est atteint, simplifier l'équation (E) en considérant le problème comme monodimensionnel. Intégrer cette équation, écrire les conditions aux limites et montrer que le profil de température dans le fil s'écrit :

$$T(r) - T_s = \frac{q_p}{4k} (r_s^2 - r^2) \text{ avec } T_s \text{ température de surface du fil de contact et } r_s \text{ rayon externe du fil de contact.}$$

On suppose que l'énergie reçue ne l'est que par conduction. Cela implique que le milieu est au repos et que le corps n'est pas déformable. Dans ce cas, le terme (3) est nul.

En régime permanent : (E) $\rightarrow k \cdot \Delta T + q_p = 0$

En coordonnées cylindriques monodimensionnel : $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{q_p}{k}$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{q_p}{k} r \text{ soit } r \frac{dT}{dr} = -\frac{q_p}{k} \frac{r^2}{2} + A$$

$$\text{en } r = 0 ; T \text{ finie } \Rightarrow \frac{dT}{dr} = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q_p r}{k} \text{ soit } T = -\frac{q_p r^2}{2k} + B$$

$$\text{en } r = r_s \quad T = T_s \quad \Rightarrow \quad T_s = -q_p \frac{r_s^2}{4} + B \Rightarrow \quad B = T_s + \frac{q_p r_s^2}{4}$$

$$\text{Donc } T(r) = \frac{q_p}{4k} (r_s^2 - r^2) + T_s$$

Question 5 : Calculer la différence de température entre le centre et la périphérie du fil de contact ($T(r=0) - T_s$). Conclure.

$$T(r) - T_s = \frac{q_p}{4k} (r_s^2 - r^2) \text{ d'où } T(r=0) - T_s = \frac{q_p}{4k} r_s^2$$

A.N. : $T(r=0) - T_s = 0,866 \text{ K}$ [Négligeable donc $T(r=0) = T_s$].

Question 6 : Si l'on suppose que :

- la surface externe du fil de contact est diffuse ;
- le soleil est assimilé à un corps noir à $T_{sol} = 5800 \text{ K}$ et que l'environnement est très grand par rapport au fil, l'éclairement du soleil est $E_{sol} = 800 \text{ W.m}^{-2}$;
- l'absorptivité totale de la surface vis-à-vis du rayonnement solaire est égale à $\alpha_{sol} = 0,297$;
- l'absorptivité totale de la surface vis-à-vis du rayonnement provenant de l'environnement est égale à $\alpha_{env} = 0,210$;
- l'émissivité totale hémisphérique de la surface du fil est constante et égale à $\varepsilon_s = 0,270$.

Montrer que le flux de rayonnement s'écrit : $Q_{ray} = S(\varepsilon_s \sigma T_s^4 - \alpha_{sol} E_{sol} - \alpha_{env} \sigma T_{env}^4)$.

Le flux de rayonnement (flux net) = Flux émis - Flux absorbé

Avec flux absorbé = Flux émis par le soleil et atteignant le fil + Flux émis par l'environnement et atteignant le fil

$$\text{Donc : Flux de rayonnement} = S(\varepsilon_s M_s^0 - \alpha_{sol} E_{sol} - \alpha_{env} E_{env})$$

Par définition, $M_s^0 = \sigma T_s^4$ et puisque l'environnement est très grand par rapport au fil, on dit qu'il règne un rayonnement de corps noir et donc $E_{env} = \sigma T_{env}^4$

$$\text{D'où : } Q_{ray} = S(\varepsilon_s \sigma T_s^4 - \alpha_{sol} E_{sol} - \alpha_{env} \sigma T_{env}^4)$$

Question 7 : Écrire le flux de chaleur par convection.

$$Q_{conv} = hS(T_s - T_\infty)$$

Question 8 : Écrire l'équation de bilan thermique sur le fil de contact.

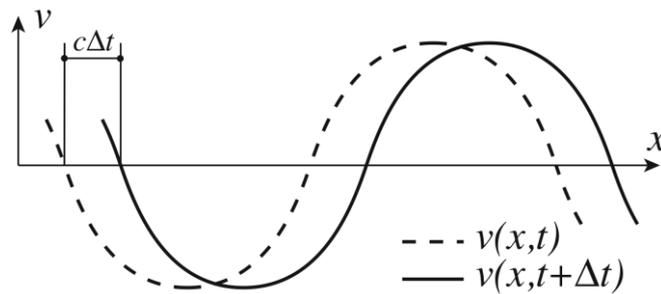
$$\text{Bilan thermique : } Q = S\varepsilon_s \sigma T_s^4 - S\alpha_{sol} E_{sol} - S\alpha_{env} \sigma T_{env}^4 + hS(T_s - T_\infty) - q_p \cdot V$$

Question 9 : Trouver la température d'équilibre de la surface externe du fil de contact T_s .

A l'équilibre $Q = 0$, d'où $T_s^4 \cdot 1,5309 \cdot 10^{-8} + 10T_s - 3204,35 = 0$ soit $T_s = 307 \text{ K} = 33^\circ\text{C}$.

Question 10 : Montrer par un schéma que c représente une vitesse de propagation et qu'il s'agit bien d'une onde progressive (se déplaçant dans le sens des x croissants).

La figure ci-dessous trace l'évolution de $v(x, t)$ à deux instants consécutifs proches (t et $t + \Delta t$) ce qui permet d'observer un décalage de $c\Delta t$ de l'onde dans le sens des x croissants.



Question 11 : Expliquer l'absence de moment fléchissant.

La corde ne possède pas de raideur en flexion, le tronçon x^+ ne peut donc transmettre de moment fléchissant autour de \bar{z} .

Question 12 : Ecrire l'équilibre dynamique du tronçon de fil dx en résultante selon \bar{y} et en moment autour de \bar{z} . En retenant θ petit, montrer que cela permet de déduire l'équation de mouvement (S est la section du fil) :

$$F \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \text{Équation 2}$$

Sachant que $\theta \ll 1$, on se limite aux termes du premier ordre soit :

$$\text{Résultante // } \bar{y} : F(\theta + d\theta) - F\theta + T(x + dx) - T(x) = \rho S dx \frac{d^2 v}{dt^2} \Rightarrow F \frac{d\theta}{dx} + \frac{dT}{dx} = \rho S \frac{d^2 v}{dt^2}$$

Moment en G // \bar{z} : $T(x + dx).dx = 0$ et donc $T(x + dx) = T(x) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = 0$ ce qui, avec $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$, permet d'aboutir à l'équation 2.

Question 13 : En déduire la vitesse critique V_C^{Corde} due à la propagation des ondes pour le mouvement harmonique décrit par l'Equation 1.

Pour obtenir V_C^{Corde} il suffit de reporter la forme de l'onde (équation 1) dans l'équation 2 pour avoir :

$$v_M F \left(\frac{\omega}{V_C^{\text{Corde}}} \right)^2 \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{V_C^{\text{Corde}}} x\right) = v_M \rho S \omega^2 \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{V_C^{\text{Corde}}} x\right) \text{ soit } V_C^{\text{Corde}} = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}$$

Question 14 : Que garantit en termes de déformation la relation $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$?

Une déformation de cisaillement transverse nul : $\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} - \theta = 0$

Question 15 : Donner la loi de comportement reliant le moment fléchissant M à la dérivée seconde de la flèche v . Le moment d'inertie de la section du fil de contact autour de l'axe (G, \bar{z}) est noté I .

$$M = EI \frac{d^2 v}{dx^2}$$

Question 16 : Si on néglige l'inertie en rotation des sections droites, écrire l'équilibre dynamique du tronçon de poutre dx en résultante selon \bar{y} et en moment autour de \bar{z} . Montrer que la prise en compte de la réponse à la question précédente conduit à :

$$F \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \text{Équation 3}$$

L'écriture de l'équilibre du tronçon de poutre de la figure 6 donne :

$$\text{Résultante // } \vec{y} : F \frac{d\theta}{dx} + \frac{dT}{dx} = \rho S \frac{d^2 v}{dt^2}$$

$$\text{Moment en } G \text{ // } \vec{z} : \frac{dM}{dx} + T = 0$$

Ainsi en remplaçant T par $-\frac{dM}{dx}$ dans l'équation en résultante et en tenant compte de la relation de comportement on aboutit, avec $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$, à l'équation 3.

Question 17 : En déduire V_c^{EB} la vitesse critique due à la propagation des ondes pour le mouvement harmonique décrit par Equation 1.

Pour obtenir V_c^{EB} il suffit, comme précédemment, de reporter la forme de l'onde (équation 1) dans l'équation 3 pour avoir :

$$F(V_c^{EB})^2 + EI\omega^2 = \rho S(V_c^{EB})^4 \text{ soit } V_c^{EB} = \sqrt{\frac{F}{2\rho S}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4EI\rho S\omega^2}{F^2}}}$$

Question 18 : Comparer les 3 modèles. Proposer une démarche du choix de la tension F pour une vitesse de croisière de 270 km/h.

Les trois modèles donnent des vitesses de propagation similaires pour $f < 33\text{Hz}$. Au delà, on observe une augmentation de la vitesse de propagation pour les deux modèles poutre. Le modèle de corde n'est donc plus valable pour $f \gg 33\text{Hz}$.

Une fréquence naturelle d'excitation sera donnée par la distance entre pendules. La fréquence de 33Hz sera atteinte pour une vitesse du TGV de $L^p.f_c = 74\text{ms}^{-1}$ soit 267km/h . Pour une fréquence de $f < 100\text{Hz}$, la différence entre les modèles reste réduite et la vitesse correspondante du TGV devrait être de 800km/h . On peut donc dire que pour la gamme de fréquence liée au passage du TGV sous les pendules le modèle de corde est suffisant pour estimer la vitesse de propagation des ondes dans le fil de contact. Ce modèle peut donc être utilisé pour déterminer F . Si on souhaite garder une marge de 50 km/h sur la vitesse cible de 270 km/h il faudra ainsi appliquer une tension de 1080 daN.

Par ailleurs, pour le modèle de poutre mince la vitesse de propagation tend vers l'infini lorsque la fréquence croit. Ceci n'est pas physique. Le modèle de poutre épaisse n'a pas ce défaut et devra donc être utilisé pour les hautes fréquences (fréquences supérieures à 10^4Hz).

Question 19 : Lors du dernier record de vitesse le TGV a atteint 574,8 km/h. Pour établir ce record la tension du fil de contact a été portée à 4000 daN. Commenter ce choix.

On reste sur le modèle de corde qui donne comme vitesse de propagation 173ms^{-1} soit 623km/h . Il ya donc une marge de 49km/h qui est très proche de la valeur proposée.

Question 20 : Écrire la contribution E_c^e de l'élément e à l'énergie cinétique galiléenne totale du modèle. L'inertie en rotation des sections sera négligée.

L'énergie cinétique pour une poutre mince de longueur L_e est donnée par :

$$E_c^e = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \rho S \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] + I_x \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial t} \right)^2 + I_y \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial t} \right)^2 + I_z \left(\frac{\partial \theta_z}{\partial t} \right)^2 dx$$

On néglige les effets dynamiques longitudinaux et l'inertie en rotation des sections d'où finalement :

$$E_c^e = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \rho S \left[\left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx$$

Question 21 : Justifier cette expression.

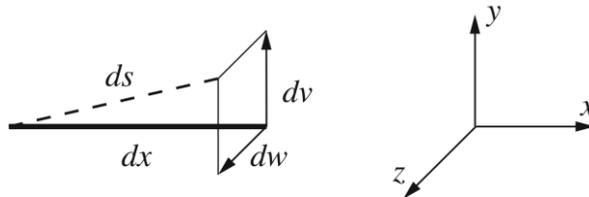
L'énergie de déformation pour une poutre mince est donnée par :

$$E_D^e = \frac{1}{2} \int_{e^e} ES \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + EI_z \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 + EI_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + GJ \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dx + E_D^e(F)$$

où $E_D^e(F)$ est la partie de l'énergie de déformation provenant de la tension F .

$E_D^e(F)$ peut se déterminer à partir du travail de F : $E_D^e(F) = \int_{e^e} dW$ où $dW = F(ds - dx)$

avec ds l'élément de longueur résultant de la déformation d'un l'élément de longueur dx suite à un déplacement transverse dv selon \bar{y} et dw selon \bar{z} (voir schéma ci-dessous).



Comme $ds^2 = dx^2 + dv^2 + dw^2$, il vient $ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2} \approx dx \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right]$

on en déduit : $E_D^e(F) = \int_{e^e} F \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right] dx$.

En négligeant la partie en flexion autour de \bar{y} ($EI_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 = 0$) car on a un modèle de corde dans le plan (\bar{x}, \bar{z})

et en négligeant la torsion du fil ($GJ \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 = 0$) on aboutit à l'expression attendue pour E_D^e .

Question 22 : Exprimer le travail développé par la pesanteur sur l'élément e .

On a simplement : $W_{Pes} = \int_{e^e} (-\rho S g \bar{y}) \cdot \bar{U} dx = -\rho S g \int_{e^e} v dx$.

\bar{U} est le déplacement du point courant de la ligne de référence ($\bar{U} = u\bar{x} + v\bar{y} + w\bar{z}$).

Question 23 : Montrer que l'interpolation choisie permet bien d'avoir continuité de la pente le long du fil de contact.

Soient deux éléments consécutifs e^a et e^b . e^a est connecté aux 2 nœuds n_1 et n_2 , et e^b est connecté aux nœuds n_2 et n_3 . La pente sur e^a en n_2 vaut :

$$\left(\frac{\partial v^a}{\partial x} \right)_{(x^a=L_a)} = \frac{1}{L_a} \left(\frac{\partial v^a}{\partial \bar{r}} \right)_{(\bar{r}=1)} = \left[\frac{1}{L_a} \left(\frac{\partial \psi_3}{\partial \bar{r}} \right) v_1 + \left(\frac{\partial \psi_4}{\partial \bar{r}} \right) \theta_1 + \frac{1}{L_a} \left(\frac{\partial \psi_5}{\partial \bar{r}} \right) v_2 + \left(\frac{\partial \psi_6}{\partial \bar{r}} \right) \theta_2 \right]_{(\bar{r}=1)} = \theta_2$$

et la pente sur e^b en n_2 vaut :

$$\left(\frac{\partial v^b}{\partial x} \right)_{(x^b=0)} = \frac{1}{L_b} \left(\frac{\partial v^b}{\partial \bar{r}} \right)_{(\bar{r}=0)} = \left[\frac{1}{L_b} \left(\frac{\partial \psi_3}{\partial \bar{r}} \right) v_2 + \left(\frac{\partial \psi_4}{\partial \bar{r}} \right) \theta_2 + \frac{1}{L_b} \left(\frac{\partial \psi_5}{\partial \bar{r}} \right) v_3 + \left(\frac{\partial \psi_6}{\partial \bar{r}} \right) \theta_2 \right]_{(\bar{r}=0)} = \theta_2$$

Ces deux pentes sont identiques, il y a donc continuité de la pente au passage des éléments. Par ailleurs sur chaque élément v a une forme polynomiale, il en va donc de même pour sa dérivée et la pente est donc également continue sur l'élément, elle est donc continue tout le long du fil de contact.

Question 24 : Préciser le contenu des matrices $\underline{\underline{N}}_e$ et $\underline{\underline{B}}_e$.

$$\text{On a } \underline{U}_e = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & 0 & 0 & \psi_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_3 & 0 & \psi_4 & 0 & \psi_5 & 0 & \psi_6 \\ 0 & 0 & \psi_1 & 0 & 0 & 0 & \psi_2 & 0 \end{bmatrix} \underline{q}_e = \underline{N}_e \underline{q}_e$$

Par ailleurs sachant que $r = \frac{x}{L_e}$ il vient $\frac{\partial \cdot}{\partial x} = \frac{1}{L_e} \frac{\partial \cdot}{\partial r}$, on a ainsi :

$$\underline{\varepsilon}_e = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{L_e} \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \psi_2}{\partial r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \psi_3}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \psi_4}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \psi_5}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \psi_6}{\partial r} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \psi_1}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \psi_2}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_e} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial r^2} & 0 & \frac{1}{L_e} \frac{\partial^2 \psi_4}{\partial r^2} & 0 & \frac{1}{L_e} \frac{\partial^2 \psi_5}{\partial r^2} & 0 & \frac{1}{L_e} \frac{\partial^2 \psi_6}{\partial r^2} \end{bmatrix} \underline{q}_e = \underline{B}_e \underline{q}_e$$

Après calcul \underline{B}_e vaut :

$$\underline{B}_e = \frac{1}{L_e} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6r + 6r^2 & 0 & L_e(1 - 4r + 3r^2) & 0 & 6r - 6r^2 & 0 & L_e(-2r + 3r^2) \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{6}{L_e}(-1 + 2r) & 0 & -4 + 6r & 0 & \frac{6}{L_e}(1 - 2r) & 0 & -2 + 6r \end{bmatrix}$$

Question 25 : Calculer la colonne élémentaire des efforts généralisés dus à l'action de la pesanteur.

$$\text{On a } W_{\text{Pes}} = -\rho Sg \int_0^{L_e} v dx = -\rho Sg \int_0^1 v L_e dr$$

En introduisant l'interpolation de v il vient :

$$W_{\text{Pes}} = -\rho Sg L_e \int_0^1 \underline{q}_e^T \begin{Bmatrix} 0 \\ \psi_3 \\ 0 \\ \psi_4 \\ 0 \\ \psi_5 \\ 0 \\ \psi_6 \end{Bmatrix} dr = \underline{q}_e^T (-\rho Sg L_e) \int_0^1 \begin{Bmatrix} 0 \\ \psi_3 \\ 0 \\ \psi_4 \\ 0 \\ \psi_5 \\ 0 \\ \psi_6 \end{Bmatrix} dr = \underline{q}_e^T \underline{Q}_e^{\text{Pes}} \quad \text{soit } \underline{Q}_e^{\text{Pes}} = -\rho Sg L_e \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \\ 12 \end{Bmatrix}$$

Question 26 : Montrer que la matrice de raideur élémentaire est décomposable en une somme de 3 matrices :

- \underline{K}_e^L provenant des déformations longitudinales ;
- \underline{K}_e^F provenant de l'effort de tension F ;
- \underline{K}_e^M provenant de la flexion.

Exprimer, *sans effectuer les calculs*, ces matrices élémentaires en fonction de E, S, F, I, L_e et des termes de \underline{B}_e (ne pas développer les produits des lignes de \underline{B}_e entre elles).

En introduisant l'interpolation dans l'expression de l'énergie de déformation cette dernière peut se mettre sous la forme : $E_D = \frac{1}{2} \underline{q}_e^T \cdot \underline{K}_e^L + \underline{K}_e^F + \underline{K}_e^M \underline{q}_e$ avec :

$$\underline{K}_e^L = ES \int \underline{B}_{e,1} \underline{B}_{e,1}^T L_e dr, \quad \underline{K}_e^F = F \int (\underline{B}_{e,2} \underline{B}_{e,2}^T + \underline{B}_{e,3} \underline{B}_{e,3}^T) L_e dr \quad \text{et} \quad \underline{K}_e^M = EI \int \underline{B}_{e,4} \underline{B}_{e,4}^T L_e dr$$

où les termes $\underline{B}_{e,i}^T$ sont les $i^{\text{èmes}}$ lignes de la matrice \underline{B}_e :

$$\underline{B}_{e,1}^T = 1/L_e \langle -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \rangle$$

$$\underline{B}_{e,2}^T = 1/L_e \langle 0 \ -6r+6r^2 \ 0 \ L_e(1-4r+3r^2) \ 0 \ 6r-6r^2 \ 0 \ L_e(-2r+3r^2) \rangle$$

$$\underline{B}_{e,3}^T = 1/L_e \langle 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \rangle$$

$$\underline{B}_{e,4}^T = 1/L_e \left\langle 0 \ \frac{6}{L_e}(-1+2r) \ 0 \ -4r+6r \ 0 \ \frac{6}{L_e}(1-2r) \ 0 \ -2+6r \right\rangle$$

Question 27 : D'où provient généralement le phénomène de battement ? Peut-on donner une piste d'explication à la présence du battement visible sur la figure 10.

Les phénomènes de battement s'observent lorsque qu'un système possède des fréquences propres voisines ce qui est visiblement le cas ici à la vue des valeurs des fréquences présentes sur la figure 10.

Il est possible de compléter cette réponse en utilisant d'avantage la figure 10 en notant que la superposition de deux signaux périodiques d'amplitude 1 et de pulsations respectives ω_1 et ω_2 a pour amplitude $A(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) = 2 \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$.

En notant $\Omega_1 = 2\pi F_1 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ et $\Omega_2 = 2\pi F_2 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ il vient : $A(t) = 2 \cos(\Omega_2 t) \cos(\Omega_1 t)$

où Ω_1 est la pulsation de battement.

Pour le signal représenté figure 10, $F_1 \approx 0,16\text{Hz}$ et $F_2 \approx 2\text{Hz}$ ce qui donne : $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} \approx 1,08$ et $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} \approx 0,92$ qui sont fréquences proches similaires aux fréquences propres des deux modes lignes 2 et 3, colonne de gauche de la figure 10.

Question 28 : Montrer que l'utilisation de la base modale contenue dans \underline{X} permet de passer de l'équation 5 à l'équation 6 où ξ_i désigne le taux d'amortissement modal pour le mode i . Que représentent les ω_i ? Relier les valeurs ξ_i à β et commenter la dépendance à ω_i .

Il est possible de calculer de façon approchée \underline{q} en le projetant dans la base modale \underline{X} . On a alors :

$$\underline{q}(t) \approx \underline{\tilde{q}}(t) = \underline{X} \cdot \underline{x}(t) \quad \text{avec} \quad \underline{x}^T(t) = \langle x_1(t) x_2(t) \dots x_n(t) \rangle.$$

En remplaçant \underline{q} par $\underline{\tilde{q}}$ dans l'équation 5 et en multipliant à gauche par \underline{X}^T il vient :

$$\underline{X}^T \underline{M} \underline{X} \cdot \underline{\ddot{x}} + \underline{X}^T \underline{C} \underline{X} \cdot \underline{\dot{x}} + \underline{X}^T \underline{K} \underline{X} \cdot \underline{x} = \underline{X}^T \underline{F} \quad \text{Équation 6b}$$

Sachant que les modes propres sont orthogonaux vis à vis de la matrice de masse et de rigidité, et sachant que la matrice d'amortissement est proportionnelle à la matrice de raideur, les matrices $\underline{X}^T \underline{M} \underline{X}$, $\underline{X}^T \underline{C} \underline{X}$ et $\underline{X}^T \underline{K} \underline{X}$ sont toutes les trois diagonales, la première étant égale à la matrice identité d'ordre n (modes normés vis à vis de la matrice de masse).

L'équation 6 correspond ainsi à la ligne i de l'équation 6b.

On en déduit en particulier que $\omega_i^2 = \underline{X}_i^T \underline{K} \underline{X}_i$ où ω_i est la pulsation propre associée au mode \underline{X}_i .

Enfin on en déduit également $2\xi_i \omega_i = \underline{X}_i^T \underline{C} \underline{X}_i = \beta \underline{X}_i^T \underline{K} \underline{X}_i = \beta \omega_i^2$ soit $\beta = \frac{2\xi_i}{\omega_i}$.

Pour la forme d'amortissement choisie, le taux d'amortissement ξ_i est proportionnel à ω_i : plus la pulsation croit, plus l'amortissement est important. Ainsi, avec ce modèle, plus les fréquences seront élevées, plus elles seront amorties.

Question 29 : Déterminer la valeur de ξ_0 à partir des données $A(t_1)$, $A(t_2)$, t_1 et t_2 présentes sur la figure 10. En déduire une valeur pour β .

$$AN : A(t_1) = 0,0375 \text{ m}$$

$$A(t_2) = 0,0275 \text{ m}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 10 \text{ s}$$

En utilisant la forme donnée pour le signal mono-fréquentiel il vient : $\frac{A(t_2)}{A(t_1)} = \frac{e^{-\xi_0 \omega t_2} \cos(\omega_0 t_2 + \varphi)}{e^{-\xi_0 \omega t_1} \cos(\omega_0 t_1 + \varphi)}$

Les mesures de $A(t_1)$ et $A(t_2)$ sont faites pour des amplitudes maximales du signal, on en déduit : $\cos(\omega_0 t_2 + \varphi) = \cos(\omega_0 t_1 + \varphi) = 1$.

$$\text{Il vient alors : } \frac{A(t_2)}{A(t_1)} = \frac{e^{-\xi_0 \omega t_2}}{e^{-\xi_0 \omega t_1}} = e^{-\xi_0 \omega (t_2 - t_1)}$$

$$\text{Ce qui permet de déduire finalement : } \xi_0 = \frac{\ln(A(t_2)/A(t_1))}{-2\pi f_0 \Delta t} \quad AN : \xi_0 = 0,0049 ; \quad \beta = 0,016$$

Question 30 : Exprimer $T(E/R_g)$ énergie cinétique galiléenne du système matériel E en utilisant comme paramètres cinématiques uniquement les variables θ_{2R} et θ_1 et leurs dérivées temporelles.

$$T(E/R_g) = T(1/R_g) + T(2/R_g)$$

$$\text{avec } T(1/R_g) = \frac{1}{2} m_1 V^2(G_1/R_g) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 \text{ et } T(2/R_g) = \frac{1}{2} m_2 V^2(G_2/R_g) + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_{2R}^2$$

$$\vec{V}(G_1/R_g) = \left[\frac{d\vec{AG}_1}{dt} \right]_{R0} = -L_{G1} \left[\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{R0} = -L_{G1} \dot{\theta}_1 \vec{y}_1 \quad \vec{V}(G_2/R_g) = \left[\frac{d\vec{AG}_2}{dt} \right]_{R0} = -L_1 \dot{\theta}_1 \vec{y}_1 - L_{G2} \dot{\theta}_{2R} \vec{y}_2$$

$$\text{soit } T(E/R_g) = \frac{1}{2} (m_1 L_{G1}^2 + m_2 L_1^2) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 L_{G2}^2) \dot{\theta}_{2R}^2 - m_2 L_1 L_{G2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \cos(\theta_1 - \theta_{2R})$$

Question 31 : Déterminer le travail extérieur galiléen agissant sur E

$$W_{EXT}(E/R_g) = \int M d\theta + \int F dy + g (m_1 L_{G1} + m_2 L_1) (\sin \theta_1 - \sin \theta_{10}) - m_2 g L_{G2} (\sin \theta_{2R} - \sin \theta_{2R0})$$

$$W_{EXT}(E/R_g) = \int_{\theta_{1i}}^{\theta_1} M d\theta + \int_{\theta_{2Ri}}^{\theta_{2R}} FL_1 \cos \theta_1 d\theta_1 - \int_{\theta_{2Ri}}^{\theta_{2R}} FL_2 \cos \theta_{2R} d\theta_{2R} + g (m_1 L_{G1} + m_2 L_1) (\sin \theta_1 - \sin \theta_{1i}) - m_2 g L_{G2} (\sin \theta_{2R} - \sin \theta_{2Ri})$$

$$W_{EXT}(E/R_g) = M(\theta_1 - \theta_{1i}) + FL_1 (\sin \theta_1 - \sin \theta_{1i}) - FL_2 (\sin \theta_{2R} - \sin \theta_{2Ri}) + g (m_1 L_{G1} + m_2 L_1) (\sin \theta_1 - \sin \theta_{1i}) - m_2 g L_{G2} (\sin \theta_{2R} - \sin \theta_{2Ri})$$

Question 32 : Déterminer la puissance de dissipation visqueuse.

$$P_D = \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})^2$$

Question 33 : A l'aide d'une fermeture géométrique, exprimer θ_{2R} en fonction de θ_1 et des paramètres géométriques utiles sous la forme $A(\theta_1) \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) + B(\theta_1) \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) = C(\theta_1)$. Identifier $A(\theta_1)$, $B(\theta_1)$ et $C(\theta_1)$.

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CE} + \vec{EA} = \vec{0} \text{ soit } -L_1 \vec{x}_1 - L'_2 \vec{u} + L_3 \vec{x}_3 + a \vec{x} + c \vec{z} = \vec{0}$$

$$-L_1 \cos \theta_1 - L'_2 \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) + L_3 \cos \theta_3 + a = 0 \quad L_1 \sin \theta_1 + L'_2 \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) - L_3 \sin \theta_3 + c = 0$$

$$L_1 \cos \theta_1 + L'_2 \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) = a \quad L_1 \sin \theta_1 + L'_2 \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) = c = L_3$$

$$2L'_2 \left[L_1 \cos \theta_1 - a \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) \right] + 2L'_2 \left[L_1 \sin \theta_1 + c \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) \right] = L_3^2 - L_1^2 - a^2 - c^2 - L_2^2 + 2L_1 a \cos \theta_1 - 2L_1 c \sin \theta_1$$

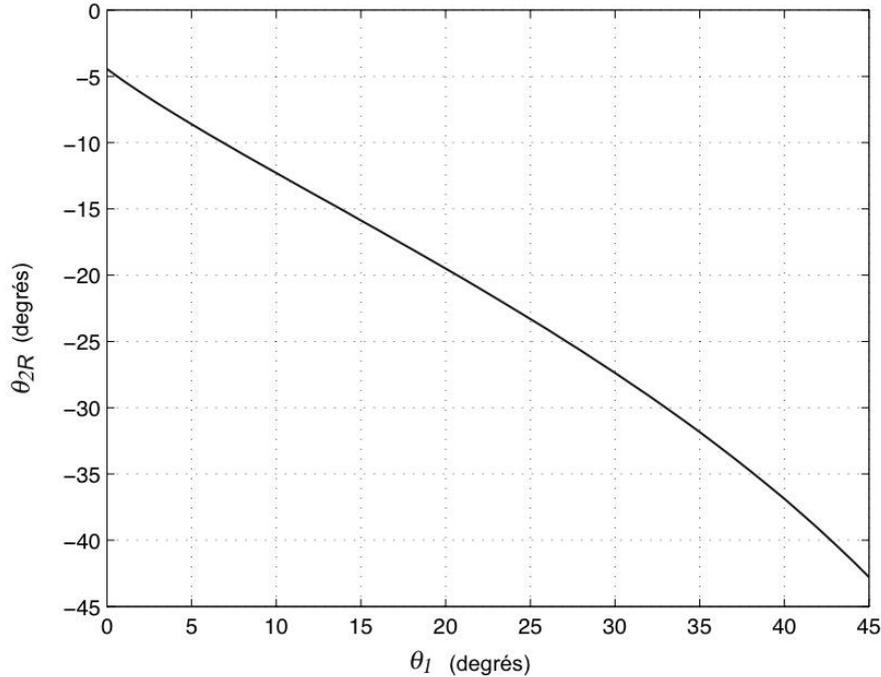
$$A(\theta_1) \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) + B(\theta_1) \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) = C(\theta_1)$$

On pose $\cos \Phi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ $\sin \Phi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ $\cos \Psi = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

$$\theta_{2R} = \text{Arc cos} \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \pm \text{Arc cos} \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} - \alpha_2$$

Question 34 : Déterminer graphiquement les coefficients a et b pour $0 < \theta_1 < 35^\circ$.

On obtient :



Le développement vertical du pantographe est donné par : $z = l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin \theta_{2R}$ avec $\theta_{2R} = a + b\theta_1$, avec $a = -0,0903 \text{ rad}$ $b = -0,724$.

Question 35 : Par la méthode de Lagrange, déterminer l'équation de mouvement du pantographe $L\theta_1$, notée (2). La prise en compte de la relation géométrique (1) se fera grâce à un multiplicateur de Lagrange noté λ .

$$L_{\theta_1} : \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = - \left(\frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_1} \right) \text{ avec } L = T + W_{\text{ext}} - W_{\text{int}} + \lambda(\theta_{2R} - a - b\theta_1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \left(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_{2R} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = 0 \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = 0 \text{ soit}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \left(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_{2R} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \theta_1} \right) = m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\left(\frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \theta_1} \right) = M + F l_1 \cos \theta_1 + m_1 g L_{G_1} \cos \theta_1 + m_2 g L_1 \cos \theta_1 = M + F l_1 \cos \theta_1 + g \cos \theta_1 \left(m_1 L_{G_1} + m_2 L_1 \right)$$

$$\left(\frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \theta_1} \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_1} \left(\theta_{2R} - a - b\theta_1 \right) = -b\lambda$$

Et donc
$$\left(\frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) + M + FL_1 \cos \theta_1 + g \cos \theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) b\lambda$$

Puis
$$\left(\frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_1} \left(\frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})^2 \right) = C_1 \dot{\theta}_1 + C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})$$

Soit finalement L1 :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = - \left(\frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_1} \right)$$

$$\left(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_{2R} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) - M - FL_1 \cos \theta_1 - g \cos \theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) b\lambda = -C_1 \dot{\theta}_1 - C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})$$

$$\left(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} - m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \dot{\theta}_{2R}^2 - g \cos \theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) b\lambda + C_1 \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_{2R} + b\lambda = M + FL_1 \cos \theta_1$$

$$L_{\theta_{2R}} : \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_{2R}} \right) = - \left(\frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) \text{ avec } L = T + W_{\text{ext}} - W_{\text{int}} + \lambda(\theta_{2R} - a - b\theta_1)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) = \left(m_2 L_{G_2}^2 + I_2 \right) \dot{\theta}_{2R} - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \quad \left(\frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \theta_{2R}} \right) = 0 \quad \left(\frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \theta_{2R}} \right) = 0$$

Et donc
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) = \left(m_2 L_{G_2}^2 + I_2 \right) \ddot{\theta}_{2R} - m_2 L_{G_2} L_1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \theta_{2R}} \right) = -m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \quad \left(\frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \theta_{2R}} \right) = -FL_2 \cos \theta_{2R} - m_2 g L_{G_2} \cos \theta_{2R} \quad \left(\frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \theta_{2R}} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \lambda(\theta_{2R} - a - b\theta_1)}{\partial \theta_{2R}} = \lambda$$

Et donc
$$\left(\frac{\partial L}{\partial \theta_{2R}} \right) = -m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) - FL_2 \cos \theta_{2R} - m_2 g L_{G_2} \cos \theta_{2R} + \lambda$$

$$\left(\frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \left(\frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})^2 \right) = -C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})$$

$$-m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_1 + \left(m_2 L_{G_2}^2 + I_2 \right) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) + FL_2 \cos \theta_{2R} + m_2 g L_{G_2} \cos \theta_{2R} - \lambda = C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})$$

finalement

$$-m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_1 + \left(m_2 L_{G_2}^2 + I_2 \right) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \dot{\theta}_1^2 + m_2 g L_{G_2} \cos \theta_{2R} - C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) - \lambda = -FL_2 \cos \theta_{2R}$$

Question 36 : Mettre le système d'équations (E1) sous la forme $\underline{M} \underline{\ddot{x}} + \underline{F} \underline{\dot{x}} + \underline{K} \underline{x} = \underline{F}$ avec $\underline{x} = \langle \theta_1, \theta_{2R}, \lambda \rangle$. Identifier les matrices \underline{M} , \underline{F} , \underline{K} et la colonne \underline{F} .

$$\begin{cases} (m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_{G_1}^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) \ddot{\theta}_{2R} + C_1 + C_2 \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_{2R} + (m_1 g L_{G_1} + m_2 g L_1 + F_0 L_1) \sin \theta_{10} \dot{\theta}_1 \\ = M + FL_1 \cos \theta_{10} - b \lambda \\ - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) \ddot{\theta}_1 + (m_2 L_{G_2}^2) \ddot{\theta}_{2R} - C_2 \dot{\theta}_1 + C_2 \dot{\theta}_{2R} - (m_2 g L_{G_2} + F_0 L_2) \sin \theta_{2R0} \dot{\theta}_{2R} = -FL_2 \cos \theta_{2R0} + \lambda \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 + m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 & -m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) & 0 \\ -m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) & I_2 + m_2 L_{G_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_{2R} \\ \ddot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_{2R} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (m_1 L_1 + m_1 g L_{G_1} + m_2 g L_1) \sin \theta_{10} & 0 & b \\ 0 & -(m_2 L_2 + m_2 g L_{G_2}) \sin \theta_{2R0} & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_{2R} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M + FL_1 \cos \theta_{10} \\ -FL_2 \cos \theta_{2R0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 \\ m_{21} & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_{2R} \\ \ddot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_{2R} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & b \\ k_{21} & k_{22} & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_{2R} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M + FL_1 \cos \theta_{10} \\ FL_2 \cos \theta_{2R0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

INDEX

Question 37 : Exprimer $\theta_1(p)$ et $\theta_{2R}(p)$ en fonction de $F(p)$ et des paramètres utiles. En déduire l'expression du déploiement vertical $Y(p)$.

$$\begin{cases} (m_{11} p^2 + c_{11} p + k_{11}) \theta_1(p) + (m_{12} p^2 + c_{12} p) \theta_{2R}(p) = FL_1 \cos \theta_{10} \\ (m_{21} p^2 + c_{21} p) \theta_1(p) + (m_{22} p^2 + c_{22} p + k_{22}) \theta_{2R}(p) = FL_2 \cos \theta_{2R0} \end{cases}$$

$$\theta_1(p) = \frac{L_1 \cos \theta_{10} (m_{22} p^2 + c_{22} p + k_{22}) - (m_{12} p^2 + c_{12} p) L_2 \cos \theta_{2R0}}{(m_{11} p^2 + c_{11} p + k_{11}) (m_{22} p^2 + c_{22} p + k_{22}) - (m_{12} p^2 + c_{12} p) (m_{21} p^2 + c_{21} p)} F(p)$$

$$\theta_{2R}(p) = \frac{(m_{11} p^2 + c_{11} p + k_{11}) L_2 \cos \theta_{2R0} - (m_{21} p^2 + c_{21} p) L_1 \cos \theta_{10}}{(m_{11} p^2 + c_{11} p + k_{11}) (m_{22} p^2 + c_{22} p + k_{22}) - (m_{12} p^2 + c_{12} p) (m_{21} p^2 + c_{21} p)} F(p)$$

Le développement vertical du pantographe est donné par : $z = l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin \theta_{2R}$ avec $\theta_{2R} = a + b \theta_1$ avec $a = -0,0903 \text{ rad}$ $b = -0,724$.

Question 38 : Le système proposé présente-t-il une ou plusieurs pulsations propres réelles ? Comment peut-on expliquer la forme de la fonction de transfert donnée figure 14 ?

Le système à deux degrés de liberté obtenu possède deux fréquences propres réelles. La plus basse (inférieure à 1 Hz) est très amortie, le seconde plus élevée est très dépendante de la valeur de K_2 et correspond au pic à 9 Hz observé sur la figure 15.

Question 39 : Conclure quant à la corrélation entre les essais réalisés et le modèle rigide du grand cadre.

Le modèle rigide ne permet de déceler ni la résonance ni l'antirésonance (système à un seul degré de liberté). Afin de corriger cela l'observation du comportement dynamique du pantographe suggère d'introduire une flexibilité entre les deux bras 1 et 2. Il est ainsi proposé de différencier la rotation θ_2 réelle du bras 2 de la rotation θ_{2R} induite par une liaison cinématique stricte. Une raideur K_2 (N.m.rad⁻¹) va servir de "variable d'ajustement" pour limiter l'écart entre θ_2 et θ_{2R} .

Question 40 : Par la méthode de Lagrange compléter l'équation (2) et déterminer l'équation de mouvement du pantographe $L\theta_1$ notée (4).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = - \left(\frac{\partial P_D}{\partial \theta_1} \right) \text{ avec } L = T + W_{\text{ext}} - W_{\text{int}}$$

$$T(E/R_g) = \frac{1}{2} (m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 L_{G_2}^2) \dot{\theta}_{2R}^2 - m_2 L_1 L_{G_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \cos(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$W_{\text{ext}}(E/R_g) = M(\theta_1 - \theta_{1i}) + FL_1 [\sin\theta_1 - \sin\theta_{1i}] - FL_2 [\sin\theta_{2R} - \sin\theta_{2Ri}] + g(m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) [\sin\theta_1 - \sin\theta_{1i}] - m_2 g L_{G_2} [\sin\theta_{2R} - \sin\theta_{2Ri}]$$

$$W_{\text{int}} = \frac{1}{2} K_2 (\theta_2 - a - b\theta_1)^2$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = (m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_{2R} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = 0 \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = 0$$

$$\text{Donc } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = (m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \theta_1} \right) = m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\left(\frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \theta_1} \right) = M + FL_1 \cos\theta_1 + m_1 g L_{G_1} \cos\theta_1 + m_2 g L_1 \cos\theta_1 = M + FL_1 \cos\theta_1 + g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1)$$

$$\left(\frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \theta_1} \right) = -K_2 b (\theta_2 - a - b\theta_1)$$

$$\text{Et donc } \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + M + FL_1 \cos\theta_1 + g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) - K_2 b (\theta_2 - a - b\theta_1)$$

$$\left(\frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_1} \left(\frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^2 \right) = C_1 \dot{\theta}_1 + C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

Soit finalement L_{θ_1} :

$$(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} - m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \dot{\theta}_{2R}^2 - g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1)$$

$$+ C_1 + C_2 \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_{2R} + b\lambda = M + FL_1 \cos\theta_1$$

$$(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 - M - FL_1 \cos\theta_1$$

$$- g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) - K_2 b (\theta_2 - a - b\theta_1) = -C_1 \dot{\theta}_1 - C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

$$(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 - g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1)$$

$$+ C_1 + C_2 \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_2 + K_2 b^2 \theta_1 - K_2 b \theta_2 = M + FL_1 \cos\theta_1 - K_2 ab$$

Question 41 : Par la méthode de Lagrange compléter l'équation (3) et déterminer l'équation de mouvement du pantographe $L\theta_2$ notée (5).

$$L_{\theta_2} : \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_2} \right) = - \left(\frac{\partial P_D}{\partial \theta_2} \right)$$

$$\text{avec } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = (m_2 L_{G_2}^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \theta_2} \right) = -m_2 L_1 L_{G_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\left(\frac{\partial W_{ext}}{\partial \theta_2} \right) = -FL_2 \cos \theta_2 - m_2 g L_{G_2} \cos \theta_2$$

$$\left(\frac{\partial W_{int}}{\partial \theta_2} \right) = K_2 (\theta_2 - a - b\theta_1)$$

$$\text{Et donc } \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_2} \right) = -m_2 L_1 L_{G_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - FL_2 \cos \theta_2 - m_2 g L_{G_2} \cos \theta_2 - K_2 (\theta_2 - a - b\theta_1)$$

$$\left(\frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_2} \left(\frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^2 \right) = -C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

Soit finalement L_{θ_2} :

$$(m_2 L_{G_2}^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2 L_1 L_{G_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + FL_2 \cos \theta_2 + m_2 g L_{G_2} \cos \theta_2 + K_2 (\theta_2 - a - b\theta_1) = C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

$$-m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (m_2 L_{G_2}^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 + m_2 L_{G_2} L_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 + m_2 g L_{G_2} \cos \theta_2 - C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - K_2 b\theta_1 + K_2 \theta_2 = -FL_2 \cos \theta_2 + K_2 a$$

Question 42 : Exprimer le système d'équations (4) (5) sous la forme (E2) suivante :

$$(E2) \quad \begin{bmatrix} M \\ P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ H \end{bmatrix} \quad \text{où } \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 + m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 & -m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{20}) \\ -m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{20}) & I_2 + m_2 L_{G_2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) F_0 L_1 \sin \theta_{10} + K_2 b^2 & -K_2 b \\ -K_2 b & (m_2 L_2 + m_2 L_{G_2} g) \sin \theta_{20} + K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M + FL_1 \cos \theta_{10} - K_2 ab \\ -FL_2 \cos \theta_{20} + K_2 a \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} M \\ P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ H \end{bmatrix}}$$

Question 43 : Déterminer la relation liant K_2 à la seconde fréquence propre. Choisir une valeur de K_2 en vous aidant de la figure 17.

On trouve $f = 0,64K_2 + 4,2$ avec f en Hz.

Question 44 : Conclure quant à la corrélation entre les essais et le modèle souple du grand cadre (pantographe sans archet).

Le modèle évolué permet de trouver la résonance et une anti résonance proche de 6,7 Hz.

Les valeurs de fréquences propres correspondent aux valeurs observées.

Question 45 : Conclure quant à la validité du modèle « grand cadre souple avec archet ».

Le modèle « grand cadre souple avec archet » correspond assez bien aux observations expérimentales qui donnent les valeurs des fréquences de résonance et d'antirésonance. Toutefois, certains décalages d'amplitude et de fréquence persistent encore.

Question 46 : Exprimer l'équation de mouvement de ce système sous la forme suivante :

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = \mathbf{F} \text{ avec } \mathbf{x}^T = \langle x_1, x_2, x_3 \rangle$$

Théorème de la résultante dynamique appliqué à la masse M_1

$$\begin{aligned} -M_1g - k_1(l_{1e} - l_{10}) - k_2(l_{2e} - l_{20}) &= 0 \\ -M_1g - k_1(l_1 - l_{10}) - k_2(l_2 - l_{20}) - C_1\dot{l}_1 - C_2\dot{l}_2 &= M_1\ddot{x}_{G1} \\ \text{Soit } -k_1(l_1 - l_{1e}) - k_2(l_2 - l_{2e}) - C_1\dot{l}_1 - C_2\dot{l}_2 &= M_1\ddot{x}_{G1} \\ \text{En remarquant que } x_1 = l_1 - l_{1e} \text{ et } x_1 - x_2 = l_2 - l_{2e} \end{aligned}$$

$$\text{on obtient : } M_1\ddot{x}_1 + C_1\dot{x}_1 + C_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = 0$$

Théorème de la résultante dynamique appliqué à la masse M_2

$$\begin{aligned} -M_2g - k_2(l_{2e} - l_{20}) - k_3(l_{3e} - l_{30}) &= 0 \\ -M_2g - k_2(l_2 - l_{20}) - k_3(l_3 - l_{30}) - C_2\dot{l}_2 - C_3\dot{l}_3 &= -M_2\ddot{x}_{G2} \\ \text{Soit } -k_2(l_2 - l_{2e}) - k_3(l_3 - l_{3e}) - C_2\dot{l}_2 - C_3\dot{l}_3 &= -M_2\ddot{x}_{G2} \end{aligned}$$

En posant $x_1 - x_2 = l_2 - l_{2e}$ et $x_3 - x_2 = l_3 - l_{3e}$

$$\text{on obtient } -k_2(x_1 - x_2) - k_3(x_3 - x_2) - C_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - C_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = -M_2\ddot{x}_2$$

$$M_2\ddot{x}_2 - C_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - C_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_2(x_1 - x_2) + k_3(x_3 - x_2) = 0$$

Théorème de la résultante dynamique appliqué à la masse M_3

$$\begin{aligned} -M_3g - k_3(l_{3e} - l_{30}) &= 0 \\ -M_3g - k_3(l_3 - l_{30}) - C_3\dot{l}_3 + F &= M_3\ddot{x}_{G3} \end{aligned}$$

$$\text{Soit } -k_3(l_3 - l_{3e}) - C_3\dot{l}_3 + F = M_3\ddot{x}_{G3}$$

En remarquant que $x_3 - x_2 = l_3 - l_{3e}$

$$\text{on obtient : } M_3\ddot{x}_3 + k_3(x_3 - x_2) - C_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = F$$

$$\begin{aligned} M_1\ddot{x}_1 + C_1\dot{x}_1 + C_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) &= 0 \\ \text{Finalement } M_2\ddot{x}_2 - C_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - C_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_2(x_1 - x_2) + k_3(x_3 - x_2) &= 0 \\ M_3\ddot{x}_3 + k_3(x_3 - x_2) - C_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) &= F \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 \\ 0 & -C_3 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix}$$

Question 47 : Conclure quant à la validité du modèle « 3 masses ».

La modélisation du pantographe en multi-corps flexible représente la description la plus fine du pantographe. Elle permettra notamment d'étudier la flexion des barres composant le cadre du pantographe et sera, à terme, utilisée pour développer un pantographe asservi.

Question 48 : L'ordre de montée du pantographe est donné. Expliquer le fonctionnement du système.

L'ordre de montée du pantographe commande le basculement de l'électrovalve 2 qui devient passante.

L'air filtré par l'élément 1 passe au travers du régulateur de débit 3 qui contrôle la vitesse de montée du pantographe.

Le régulateur de pression 4 assure une pression constante dans le coussin du pantographe.

Le régulateur de débit 5 contrôle la vitesse de descente du pantographe en cas de désexcitation de l'électrovalve 2.

Lorsque le pantographe fonctionne, le régulateur de pression doit garantir une pression précise et constante dans le coussin, quel que soient les variations de volume de celui-ci. Ces variations sont engendrées par le pantographe qui oscille en suivant les variations de hauteur de la caténaire.

La pression de consigne du régulateur est ajustée à la valeur correspondant à l'effort statique du pantographe.

Question 49 : Expliquer le fonctionnement en cas de panne du module de pilotage.

En cas de panne du module de pilotage ou de la carte électronique, la commande de pilotage se désactive et l'électrovalve 6 se met à la purge. Le pantographe fonctionne alors en mode dégradé avec la seule pression de consigne donnée par le ressort et correspondant à l'effort statique.

Ce dispositif de secours permet également de disposer d'une référence de pression correspondant à l'effort statique de chaque pantographe. Lors d'une procédure d'auto tarage cette valeur est prise en compte automatiquement, dans la carte électronique, comme référence pour le calcul de la pression de pilotage.

Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité de mécanique générale et des milieux déformables

1. Présentation du sujet

Le support retenu pour l'épreuve de Mécanique générale et Milieux déformables de la session 2011 est le système caténaire-pantographe qui assure l'alimentation électrique du TGV.

Cette épreuve a permis de tester, chez les candidats, connaissances et capacités requises des champs disciplinaires suivants :

- mécanique du solide et des systèmes de solides ;
- mécanique des milieux continus ;
- commande des systèmes ;
- énergétique et transferts de chaleur ;
- méthodes de résolution numérique (méthode des éléments finis).

Le sujet comporte 5 parties indépendantes organisées autour d'une analyse systémique du système. Chaque partie s'attache à tester les compétences des candidats pour prédire les performances liées à une ou plusieurs fonctions techniques, ou valider le dimensionnement d'un composant du système.

2. Analyse globale des résultats

L'épreuve de mécanique générale et de milieux déformables a conduit les candidats à :

- vérifier les performances du système caténaire-pantographe ;
- construire et valider des modélisations du comportement de la ligne caténaire et du pantographe en vue de prévoir les performances d'un pantographe évolué.

Concernant les transferts de chaleur, le jury note avec satisfaction qu'une majorité de candidats développe les compétences requises à ce niveau. Toutefois, l'expression de l'opérateur Laplacien en coordonnées cylindriques 1D pose toujours autant de problème. Enfin, bien qu'écrire un bilan d'énergie relève d'un savoir faire indispensable à ce niveau, le jury constate que, lors de cette session, trop peu de candidats y parviennent sans encombre.

Concernant la mécanique des milieux continus (propagation d'ondes dans des milieux curvilignes) le jury constate que 30% des candidats ont bien traité les questions concernées. En revanche, pour ce qui est des savoirs faire relatifs aux méthodes de résolution numérique (méthode des éléments finis), le jury déplore un succès moindre. Une minorité de candidats est à l'aise avec cette méthode de résolution pourtant très répandue dans le domaine de la mécanique.

Concernant la mécanique du solide, le jury regrette qu'une majorité des candidats ne maîtrise pas correctement le formalisme de Lagrange (avec ou sans multiplicateur) d'autant que la démarche d'obtention des équations était clairement proposée dans le sujet.

Le jury se félicite de la présence de très bonnes copies mais regrette leur trop faible quantité.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Partie 1

L'objectif de cette partie était de valider le dimensionnement du fil de contact de la caténaire d'un point de vue thermique. Cette partie était sous-divisée en deux sous-parties.

La première sous-partie permettait de vérifier l'homogénéité de la température à l'intérieur du fil de contact. Pour ce faire, le candidat devait calculer la puissance électrique volumique générée dans le fil de contact puis écrire l'équation de conduction. En simplifiant cette équation au maximum (régime permanent, génération interne, 1D cylindrique), le candidat obtenait le profil de température dans le fil. Le calcul de la différence de température entre le centre et la périphérie du fil de contact permettait de conclure quant à l'échange par conduction au niveau du fil de contact.

Dans une seconde sous-partie, le candidat était amené à vérifier la température de la surface externe du fil de contact. Il était donc nécessaire que le candidat écrive un bilan thermique sur le fil de contact. Le candidat est guidé de bout en bout pour cette sous-partie : indication pour l'écriture du flux de rayonnement, écriture du flux de chaleur par convection puis détermination du bilan thermique sur le fil de contact pour calculer la température d'équilibre du fil de contact

Cette partie comportait 9 questions. Dans l'ensemble cette partie a été largement abordée par les candidats (seuls 14 candidats sur 118 ne l'ont pas traitée). Parmi les 104 candidats qui ont traités cette partie, 13 l'ont fait entièrement. La première sous-partie a été traitée très convenablement alors que la suivante, nécessitant plus de raisonnement, a été nettement moins abordée.

Partie 2

L'objectif de cette partie était de prédire l'évolution de la tension mécanique de la caténaire.

La principale limitation de la vitesse des TGV provient de la vitesse de propagation des ondes dans la caténaire : apparition du phénomène de mur du son lorsque le TGV s'approche de cette vitesse. Cette dernière est directement liée à la tension de la caténaire et dépend également de la fréquence à laquelle est excitée la caténaire.

L'objet de cette partie est, tout en guidant le candidat, de l'amener à comparer deux modélisations de la caténaire : un modèle de corde tendue et un modèle de poutre mince tendue. Il s'agit au final de proposer une démarche argumentée de choix de la tension appliquée et de valider le choix de la tension utilisée lors du dernier record de vitesse du TGV.

Cette partie fait appel à la capacité du candidat à faire un bilan d'actions mécaniques pour en déduire des équations d'équilibre puis de mouvement. Enfin il doit utiliser ces résultats pour proposer une démarche de choix de tension et vérifier la valeur de tension choisie pour le record. Beaucoup de candidats ont abordé cette partie dans laquelle la démarche est très cadrée. Cependant dans de nombreuses copies l'origine des équations écrites n'est pas précisée. Dans les questions relatives à l'équilibre dynamique des tronçons de corde ou de poutre une part importante des candidats ne précise ni s'il s'agit d'un équilibre en résultante ou en moment ni dans quelle direction sont projetées ces équations d'équilibre.

Partie 3

L'objectif de cette partie est de prédire le comportement dynamique de la caténaire en vue de valider la fonction technique FT4 « Assurer le maintien du contact caténaire / pantographe ». Seul un modèle éléments finis est apte à prédire le comportement dynamique de l'ensemble caténaire (fil de contact + suspensions). L'étude des éléments de poutre tendue n'est pas « classique » mais le sujet est centré sur les méthodologies habituellement mises en œuvre lors des modélisations par éléments finis. Des aspects liés à l'amortissement ont également été abordés.

À la correction des copies il apparaît clairement qu'un nombre important de candidats n'est pas familier avec la méthode des éléments finis alors même qu'un nombre réduit la maîtrise bien. Une question maltraitée portait sur le travail développé par la pesanteur. Trop nombreux sont les candidats qui ne font apparaître ni une intégrale sur l'élément (chargement réparti) ni, ce qui est plus grave, un résultat homogène au produit d'un déplacement par un effort.

Toutes les questions de cette partie ont été abordées avec succès par certains candidats (excepté la question 21 relative à l'énergie de déformation). Certains candidats, bien que peu familiers avec les éléments finis, ont su tirer partie du sujet et ont traité correctement les questions 27 à 29 relatives à l'amortissement.

Partie 4

L'objectif de cette partie était de prédire le comportement dynamique du pantographe en vue de valider la fonction technique FT4 « Assurer le maintien du contact caténaire / pantographe ».

Les compétences nécessaires pour traiter cette étude relevaient de la mécanique des solides et du comportement élastique linéaire.

Dans un premier temps, les candidats sont amenés à rejeter une première modélisation rigide du grand cadre du pantographe par comparaison des résultats issus de cette modélisation avec les mesures expérimentales obtenues sur le système réel.

Dans un second temps, les candidats doivent valider une évolution de la modélisation du grand cadre pour laquelle on retient une élasticité du bras supérieur par comparaison des résultats issus de cette seconde modélisation avec les mesures expérimentales obtenues sur le système réel.

Enfin, les candidats sont amenés à valider une modélisation du pantographe complet par comparaison des résultats issus de cette dernière modélisation avec les mesures expérimentales obtenues sur le système réel.

Cette partie a été abordée par une majorité de candidats avec plus ou moins de succès. Ainsi, le formalisme de Lagrange nécessaire aux mises en équations demandées n'est traité que par 4 candidats sur 10. Le jury recommande donc aux futurs candidats de mieux maîtriser le formalisme lagrangien.

Partie 5

L'objectif de cette partie est de valider la fonction technique « Commander la montée et le maintien du pantographe ».

Dans cette partie, les candidats sont conduits à détailler le fonctionnement de la commande de montée et du maintien du pantographe en mode normal et en mode de secours. Cette étude a été conduite avec plus ou moins de succès par un candidat sur deux.

Conseils du jury

Le jury encourage les candidats à tirer partie au maximum du sujet en ne restant pas bloqués sur certaines questions. Cependant, le sujet est composé de parties présentant chacune un cheminement reproduisant les démarches rencontrées en sciences de l'ingénieur. Ainsi le jury apprécie les copies où les candidats tentent de traiter ces parties dans leur ensemble en gardant à l'esprit de revenir, en fin de partie, sur l'objectif initial proposé.

Pour ce qui est de la présentation des copies, il est souhaitable de bien indiquer le numéro des questions traitées, d'encadrer le résultat et d'indiquer, tout en étant concis, la démarche de résolution. Un minimum de soin est à apporter aux schémas produits. Plusieurs candidats ont reproduit des schémas du sujet ou recopié des parties de question. Cela est bien évidemment totalement inutile.

Pour ce qui est du fond, trop de réponses sont données sans vérification de l'homogénéité du résultat (entre les termes d'une même équation ou quant à un résultat dont la grandeur physique n'est pas celle espérée).

Le jury apprécie les candidats qui justifient ou même simplement expliquent les démarches adoptées pour résoudre les questions posées. Un rappel bref sur le domaine d'applicabilité des formules employées est également souhaitable. Enfin, le jury valorise également les candidats qui, lors des applications numériques, indiquent les unités choisies et restent critique vis-à-vis de leurs réponses.

L'épreuve de mécanique générale et des milieux déformables de l'Agrégation de Mécanique requiert un haut niveau de connaissances scientifiques et la maîtrise de compétences propres aux sciences de l'ingénieur et à ce titre une préparation spécifique est indispensable.

Dans ce but, le jury invite les futurs candidats qui souhaitent bénéficier d'une préparation efficace, à se rapprocher des formations mises en place par les différents centres de préparation (Universités, ENS, CNED). Enfin, les rapports de jury et les corrigés de cette session et des sessions antérieures doivent être mis à profit pour préparer au mieux l'épreuve de mécanique générale et des milieux déformables en particulier et, plus généralement, le concours exigeant de l'Agrégation de Mécanique.

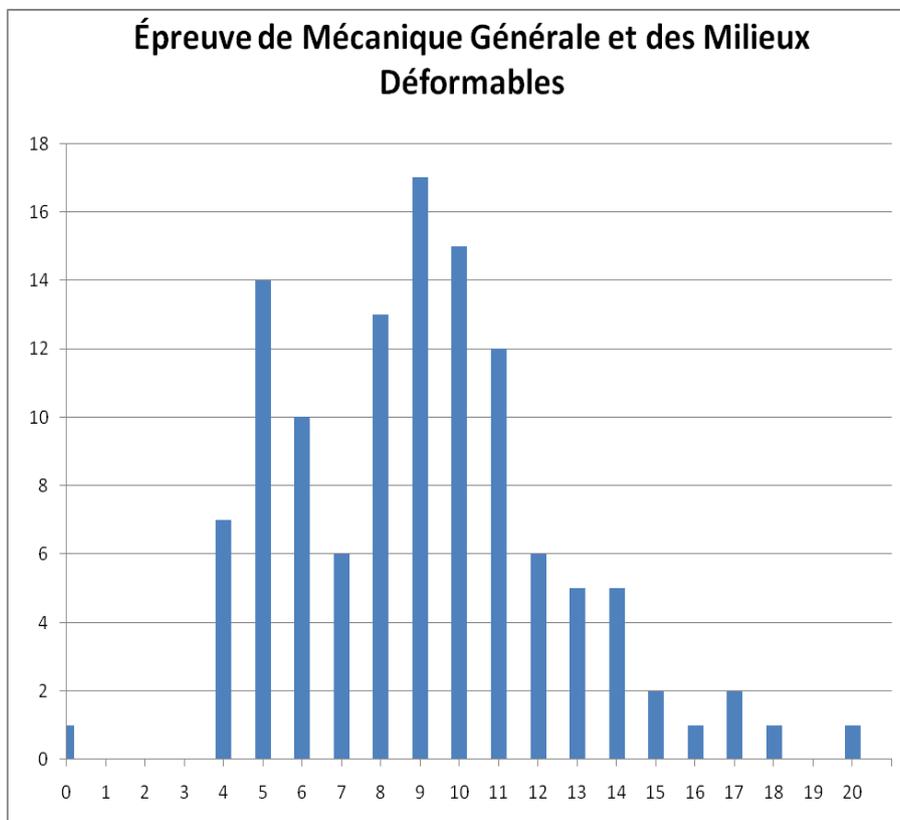
4. Conclusions

Le sujet a été conçu pour permettre aux candidats d'exprimer au mieux leurs compétences. Les 49 questions du sujet ont toutes été abordées et seules 5 d'entre elles n'ont vu aucun candidat atteindre le maximum de points alloués.

5. Résultats

118 candidats, dont 7 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,49 avec :

- 19,1 comme meilleure note ;
- 0 comme note la plus basse.

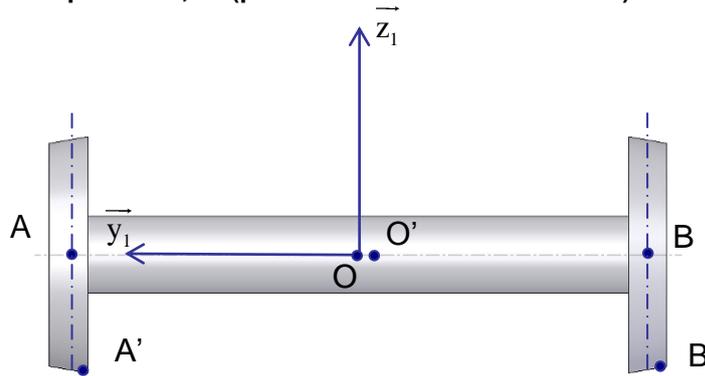


Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité d'analyse et de conception des systèmes

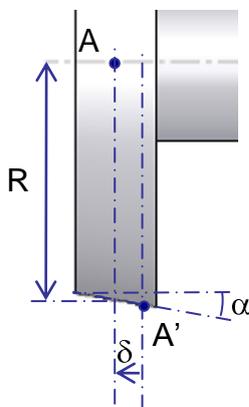
Étude comparative : solution sur rails - solution sur pneus

Étude de la stabilité de guidage d'un essieu de train

- Q1** En vous inspirant de la vue 2 du document DT1, représenter en vue de face, l'essieu dans la configuration $\gamma = 0$ et $\delta > 0$. Indiquer sur votre schéma la position des points A, B (centres de deux roues) et des points A', B' (points de contact Roues/Rails) définis sur le document DT1.



- Q2** Déterminer dans la configuration $\gamma = 0$ et $\delta \neq 0$, dans la base B_1 , les vecteurs $\overline{A'A}$ et $\overline{B'B}$ en fonction du déplacement latéral δ , de l'angle de conicité des roues α et du rayon R.



$$\overline{A'A} = \delta \overline{y_1} + (R + \delta \tan \alpha) \overline{z_1}$$

$$\overline{B'B} = \delta \overline{y_1} + (R - \delta \tan \alpha) \overline{z_1}$$

- Q3** Toujours dans la configuration $\gamma = 0$ et $\delta \neq 0$, en supposant qu'il y a roulement sans glissement en A' et B', exprimer dans la base B_1 , $\overline{V_{A \in 1/0}}$ et $\overline{V_{B \in 1/0}}$ en fonction des vitesses de rotation ω et $\dot{\gamma}$ de l'essieu, du déplacement latéral δ et des différents paramètres géométriques.

$$\overline{V_{A \in 1/0}} = \overline{V_{A' \in 1/0}} + \overline{AA'} \wedge \overline{\Omega_{1/0}} \quad \text{avec} \quad \overline{V_{A' \in 1/0}} = 0 \quad (\text{Roulement sans glissement})$$

$$\text{et} \quad \overline{\Omega_{1/0}} = \omega \overline{y_1} + \dot{\gamma} \overline{z_1} \quad (\text{cf remarque})$$

$$\text{d'où : } \overline{V_{A \in 1/0}} = (R + \delta \tan \alpha) \omega - \delta \dot{\gamma} \overline{x_1}$$

$$\text{de même : } \overline{V_{B \in 1/0}} = (R - \delta \tan \alpha) \omega - \delta \dot{\gamma} \overline{x_1}$$

Remarque : Les variations de l'angle de roulis (rotation autour de \vec{x}_1) sont négligeables devant les variations de l'angle de rotation autour de l'axe vertical γ .

Q4 À partir d'une relation liant $\vec{V}_{A \in 1/0}$ à $\vec{V}_{B \in 1/0}$ et des résultats précédents, déterminer une relation liant δ , ω , $\dot{\gamma}$ et les différents paramètres géométriques.

$$\vec{V}_{A \in 1/0} = \vec{V}_{B \in 1/0} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = -L\vec{y}_1 \wedge (\omega\vec{y}_1 + \dot{\gamma}\vec{z}_1) = -L\dot{\gamma}\vec{x}_1$$

On a donc :

$$(R + \delta \tan \alpha)\omega - \delta\dot{\gamma} = (R - \delta \tan \alpha)\omega - \delta\dot{\gamma} - L\dot{\gamma} \text{ d'où } 2\delta \tan \alpha \omega + L\dot{\gamma} = 0$$

Q5 À partir de la vue 3 du document DT1, dans la configuration $\gamma \neq 0$ et $\delta \neq 0$, déterminer l'expression de $\dot{\delta} = \vec{V}_{O \in 1/0} \cdot \vec{y}$ en fonction de V et γ .

$$\dot{\delta} = \vec{V}_{O \in 1/0} \cdot \vec{y} = V\vec{x}_1 \cdot \vec{y} \quad \text{d'où} \quad \dot{\delta} = V \sin \gamma$$

Q6 Montrer, en combinant les équations obtenues aux questions Q4 et Q5, que l'équation différentielle caractérisant l'évolution du déplacement latéral δ de l'essieu est de la forme :

$$\frac{\ddot{\delta}}{\omega_0^2} + \delta = 0 \text{ avec } \omega_0 = 12,4 \text{ rad/s (avec les valeurs numériques du document DT1).}$$

$$\gamma \text{ petit donc } \sin \gamma \approx \gamma. \text{ On a donc } \dot{\delta} \approx V\gamma \text{ d'où } \dot{\gamma} \approx \frac{\ddot{\delta}}{V}$$

$$\text{Dans l'équation de la question Q4, on a alors } 2\delta \tan \alpha \omega + L \frac{\ddot{\delta}}{V} = 0$$

$$\text{D'où } \frac{L}{2 \tan \alpha \omega V} \ddot{\delta} + \delta = 0 \text{ ou } \frac{LR}{2 \tan \alpha V^2} \ddot{\delta} + \delta = 0 \text{ (car } \omega = \frac{V}{R} \text{)}$$

$$\text{Par identification on a } \omega_0 = V \cdot \sqrt{\frac{2 \tan \alpha}{LR}}$$

On retrouve bien $\omega_0 = 12,4 \text{ rad/s}$

Q7 Conclure sur la pertinence du modèle proposé et sur l'auto-stabilité de l'essieu.

Le modèle ne prend pas en compte le frottement, dissipateur d'énergie, qui fait que l'amplitude des oscillations décroît.

L'auto-stabilité est obtenue car l'écart tend rapidement vers 0.

Remarque : Le modèle complet à utiliser est le modèle de Kalker. On montre que l'amortissement dépend fortement de V ce qui engendre une instabilité à partir d'une certaine vitesse.

Q8 Quelles contraintes techniques cela impose t'il et quelles en sont les conséquences ?

Si on veut un plancher bas sur l'ensemble de la rame, cela suppose de désaccoupler les 2 roues. On perd alors l'équation définie à la question Q4 qui assurait l'auto-stabilité de l'essieu. Dans ce cas, la « stabilité » est assurée par les boudins latéraux des roues ce qui est éventuellement possible à basse vitesse pour un tramway mais impossible pour un train. Dans tous les cas, on perd la précision de guidage, et le frottement des boudins sur les rails conduit à une usure importante et des crissements problématiques en milieu urbain.

Étude de la stabilité de guidage d'un Module Intermédiaire (MI)

- Q9** Relativement à la solution classique sur rails, expliquer en quoi la solution proposée par Lohr permet d'abaisser le plancher à 25 cm du sol.

La solution proposée ne comporte pas d'essieu traversant. Ainsi, chaque roue a sa propre liaison pivot ce qui permet de faire passer le couloir passager au milieu, en dessous de l'axe des roues.

- Q10** À partir de la Vue 1 du document DT3, en utilisant une fermeture géométrique, déterminer la relation liant γ à δ .

Dans le triangle (O'_1, O_1, P_1) on a :

$$\overrightarrow{O'_1 O_1} + \overrightarrow{O_1 P_1} + \overrightarrow{P_1 O'_1} = 0$$
$$\delta \vec{y} + d \vec{x}_1 + \overrightarrow{P_1 O'_1} = 0$$

En projection sur \vec{y} , on a : $\delta + d \vec{x}_1 \cdot \vec{y} + 0 = 0$, d'où $\delta + d \sin \gamma = 0$

- Q11** En supposant qu'il y a roulement sans glissement en A'_1 et B'_1 (points de contact Roues/Sol) donner, sans faire de calculs, la direction de la vitesse du centre de l'essieu $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$. En déduire la relation liant $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \vec{y}$, V et γ . Évaluer qualitativement le domaine de validité de ce modèle.

S'il y a roulement sans glissement en A'_1 et B'_1 alors $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$ a pour direction \vec{x}_1 .

On a donc $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} = V \vec{x}_1 = V \cos \gamma \vec{x} + V \sin \gamma \vec{y}$

On en déduit donc $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \vec{y} = V \sin \gamma$

Ce modèle est très simple (Roulement sans glissement) et décrit correctement le comportement à basse vitesse et lorsque le rail de guidage est quasi-rectiligne. Pour des vitesses plus élevées il faudra adopter le modèle de la partie 2.

- Q12** Déduire des 2 questions précédentes, l'équation différentielle caractérisant l'évolution du déplacement latéral δ du module intermédiaire. Déterminer la solution de cette équation.

En combinant les équations obtenues aux questions Q10 et Q11, on obtient : $\delta + \frac{d}{V} \dot{\delta} = 0$

La solution de cette équation différentielle du 1^{er} ordre est : $\delta = \delta_0 e^{-\frac{V}{d} t}$

- Q13** Quels sont les paramètres influant sur la stabilité du module intermédiaire et conclure sur l'auto-stabilité du module intermédiaire.

Le module intermédiaire est naturellement stable. La vitesse de convergence est influencée par V et d .

- si V augmente on a une convergence **plus rapide** ;
- si d augmente on a une convergence **plus lente**.

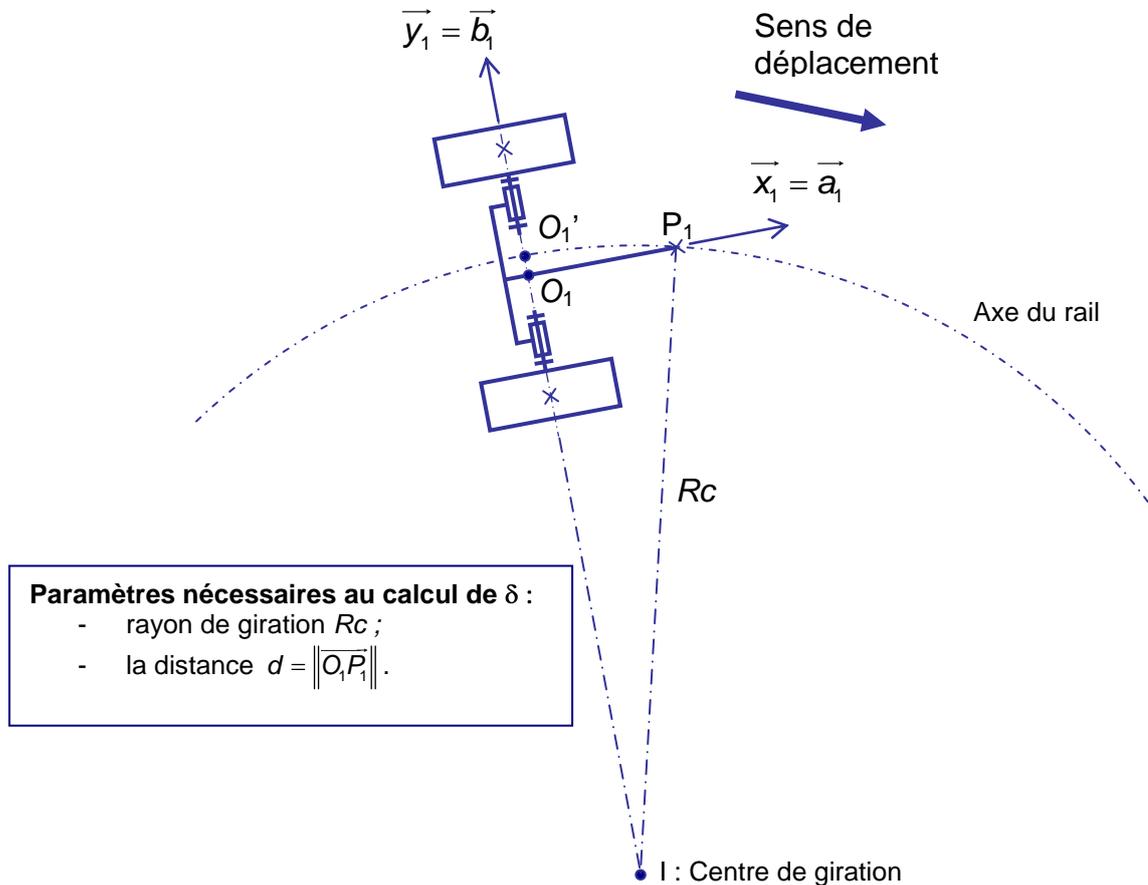
- Q14** Que se passe-t-il si le Translohr part accidentellement en marche arrière ? Quelle solution technique a prévu Lohr dans cette situation ?

Dans ce cas le système devient instable car le signe de la constante de temps est lié au signe de V .

Pour éviter une divergence catastrophique du système de guidage, en cas de marche arrière accidentelle, l'organe de guidage situé derrière vient se mettre en butée et ainsi limiter la divergence de l'essieu.

Vérification du gabarit en courbe du Translohr

- Q15** Caractériser la position d'un module intermédiaire relativement au rail de guidage. Proposer un schéma en vue de dessus représentant le module intermédiaire en situation et faites apparaître les paramètres nécessaires au calcul du déport de voie $|\delta|$.



Si le module intermédiaire occupe une position stable sur la voie, alors **l'axe de l'essieu passe par le centre de giration**. En effet, la vitesse du point O_1 lié au module intermédiaire doit être constamment parallèle à la tangente à l'axe du rail.

- Q16** En déduire l'expression du déport de voie $|\delta|$ en fonction du rayon Rc .

Dans le triangle rectangle (O_1, P, I) on a : $Rc^2 = d^2 + (Rc - |\delta|)^2$

$$\text{On a donc : } |\delta| = Rc - \sqrt{Rc^2 - d^2} \quad (1)$$

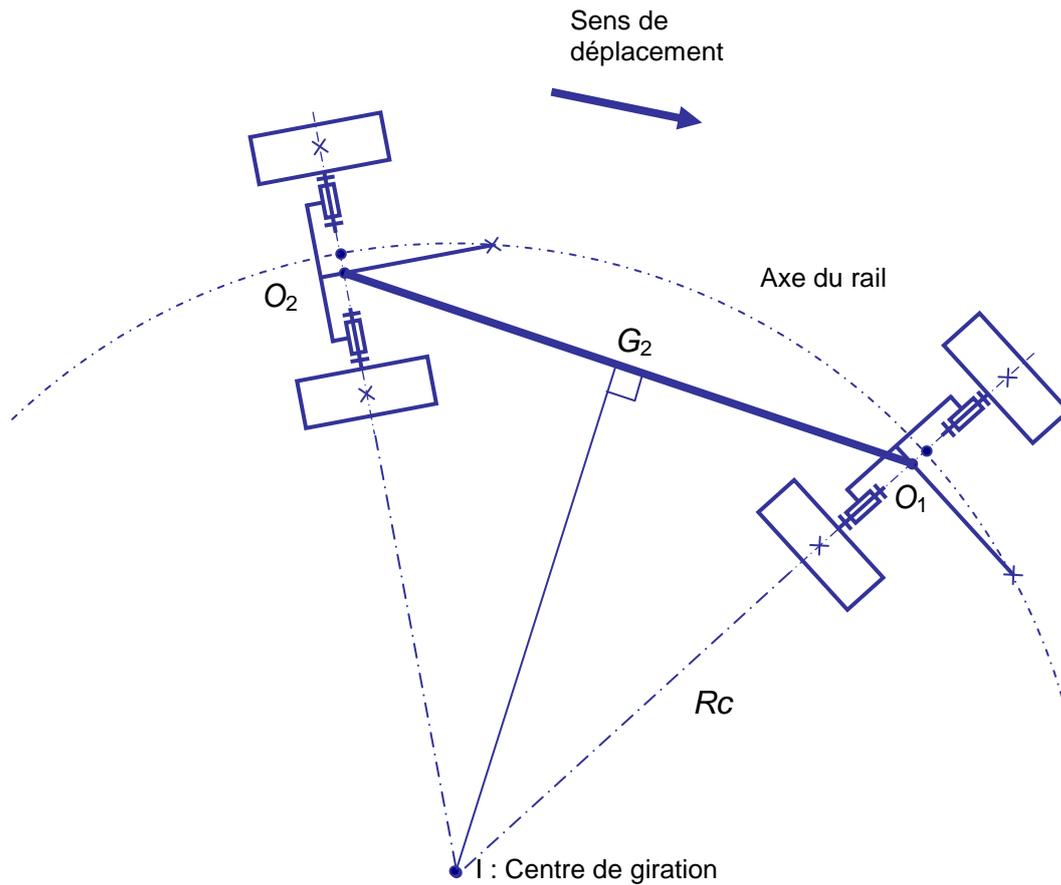
- Q17** Déterminer les rayons Ri et Re (cf document DT4) limitant le gabarit pour une voie en fonction de Rc , δ et des paramètres géométriques. On pourra supposer $e \ll Lv$.

À partir du paramétrage du document DT4 on déduit les relations suivantes :

$$\begin{cases} Ri = IG - \frac{lV}{2} \\ Re = Rc - |\delta| + \frac{lV}{2} \quad \left(\text{ou } Re = Rc + \delta + \frac{lV}{2} \text{ car } \delta < 0 \text{ dans ce cas} \right) \end{cases}$$

avec I , centre de giration et G , milieu d'une caisse.

Si $e \ll Lv$, on peut confondre les points L , K et O . On obtient donc le modèle simplifié suivant :



On a donc : $IG = \sqrt{OI^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2}$ avec $OI = Rc - |\delta| = Rc + \delta$ (car $\delta < 0$)

$$\text{On obtient ainsi : } \begin{cases} Ri = \sqrt{Rc - |\delta|^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{Lv}{2} = \sqrt{Rc + \delta^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{Lv}{2} & (2) \\ Re = Rc - |\delta| + \frac{Lv}{2} = Rc + \delta + \frac{Lv}{2} & (3) \end{cases}$$

Q18 Pour un rayon de giration Rc de 10,5 m de la voie intérieure, déterminer le gabarit global en voie double et comparer aux 5,4 m annoncés. En cas de non respect des 5,4 m, proposer des compromis compatibles avec le milieu urbain.

Données : $Rc = 10,5$ m $Lv = 6,6$ m $lv = 2,2$ m $d = 1,2$ m

Pour la voie intérieure :

D'après la formule (1) de la question Q16 : $|\delta| = Rc - \sqrt{Rc^2 - d^2} = 10,5 - \sqrt{10,5^2 - 1,2^2} = 0,0688$ m

On en déduit :

$$\begin{cases} Ri = \sqrt{Rc - |\delta|^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{Lv}{2} = \sqrt{10,5 - 0,0688^2 - \left(\frac{6,6}{2}\right)^2} - \frac{2,2}{2} = 8,795 \text{ m} \\ Re = Rc - |\delta| + \frac{Lv}{2} = 10,5 - 0,0688 + \frac{2,2}{2} = 11,531 \text{ m} \end{cases}$$

Pour la voie extérieure :

On impose $Ri_{\min} = 11,531$ m (Re de la voie 1 - distance nulle entre les deux voies)

$$\text{On a alors d'après (2) : } Rc - |\delta| = \sqrt{\left(Ri + \frac{IV}{2}\right)^2 + \left(\frac{LV}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(11,531 + \frac{2,2}{2}\right)^2 + \left(\frac{6,6}{2}\right)^2} = 13,055 \text{ m}$$

$$\text{(D'après (1) : } Rc = \sqrt{Rc - |\delta|^2 + d^2} = \sqrt{13,055^2 + 1,2^2} = 13,110 \text{ m)}$$

$$\text{D'après (3), on obtient alors : } Re = Rc - |\delta| + \frac{IV}{2} = 13,055 + \frac{2,2}{2} = 14,155 \text{ m}$$

Conclusion :

La largeur minimale en voie double est donc de : $14,155 - 8,795 = 5,36 \text{ m}$

Le gabarit global est donc bien inférieur à 5,40 m. Cependant la marge est quasi-nulle (4 cm). En cas de rayon de courbure de 10,5 m, il est préférable d'espacer localement les voies ou de mettre des feux pour éviter les croisements dans cette zone.

Validation du comportement du Translohr

Modélisation du contact pneu-route

- Q19** Estimer, à l'aide d'un modèle très simple et des données du tableau Figure 15, l'effort $F_{y_{max}}$ supporté par chaque roue. En déduire, à partir de la Courbe 1 du document DT5, les valeurs extrêmes de l'angle de dérive du pneu α .

Pour déterminer les valeurs extrêmes de α , il nous faut $F_{y_{max}}$. En courbe, la vitesse maximale du translohr doit être telle que l'accélération latérale ne dépasse pas 1 m/s^2 ($\|\overline{a_{max}}\| = 1 \text{ m/s}^2$).

Si on isole l'ensemble (un module intermédiaire + deux demi-caisses), on a d'après le PFD :

$$Ma_{max} = F_{y_1} + F_{y_2} \text{ avec } M, \text{ la masse d'un module intermédiaire et de deux demi-caisses.}$$

Si on suppose que les efforts F_y sont identiques sur les 2 roues du module intermédiaire on a alors :

$$Ma_{max} = F_{y_1} + F_{y_2} = 2F_{y_{max}} \text{ d'où } F_{y_{max}} = \frac{Ma_{max}}{2} = \frac{6500 + 1758 \times 1}{2} = 4129 \text{ N}$$

D'après la Courbe 1 du document DT5, pour $F_y = 4129 \text{ N}$ et $F_z = 40000 \text{ N}$ on a α voisin de 1° .

α évolue donc dans l'intervalle : $[-1^\circ, 1^\circ]$

- Q20** En justifiant vos hypothèses, déduire les relations $\alpha = f(F_y)$ et $Mz = f(\alpha)$. Compléter le document réponse DR1 en inscrivant les relations obtenues dans le cadre correspondant.

Pour $\alpha \in [-1^\circ, 1^\circ]$, on peut approximer les courbes du document DT5 par des droites. On pose :

$$\alpha = C_\alpha \cdot F_y \text{ et } Mz = C_{Mz}(\alpha - \alpha_0) \text{ avec } \alpha_0 = 0,4^\circ$$

Pour $\alpha = 1^\circ$ et $F_z = 39,85 \text{ kN}$ on a $F_y = 4500 \text{ N}$. On en déduit :

$$C_\alpha = \frac{1}{4500} = 2,22 \times 10^{-4} \text{ }^\circ/\text{N} = 3,87 \times 10^{-6} \text{ rad/N}$$

Pour $\alpha = 0^\circ$ et $F_z = 39,85 \text{ kN}$ on a $Mz = 90 \text{ Nm}$. On en déduit :

$$C_{Mz} = \frac{90}{-0,4} = -225 \text{ Nm/}^\circ = -12892 \text{ Nm/rad}$$

Comportement cinématique d'un essieu

- Q21** Tracer sur le document réponse DR2 la direction de la vitesse du centre de la roue A_1 , la direction de la vitesse du centre de la roue B_1 et la direction de la vitesse $\overline{V_{O_1 \in 1/0}}$. Placer les angles de dérive α_1 et α_2 liés respectivement aux roues A_1 et B_1 .

(Cf DR2)

- Q22** Placer α sur le document réponse DR2. Compléter le document réponse DR1 en inscrivant la relation obtenue dans le cadre correspondant. Critiquer le modèle retenu.

(Cf DR1 et DR2)

En toute rigueur, $\alpha \neq \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$. Cependant, comme nous l'avons vu dans la partie 2.1 les angles de dérive restent faibles. D'autre part, le rayon de giration du Translohr étant relativement grand devant la distance AB les vitesses en A et B sont relativement parallèles. En conséquence, en première approximation, le modèle adopté semble légitime.

Modélisation du suivi de trajectoire

Q23 À partir du paramétrage défini sur le document DT3, et de la direction de $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$ déterminer la relation liant $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \overrightarrow{y}$, V , γ et α .

$$\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \overrightarrow{y} = V \cos(\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{y})$$

$$\text{Or } (\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{y}) = (\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{x_1}) + (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}) + (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y}) = \alpha + \frac{\pi}{2} - \gamma$$

$$\text{On a donc } \dot{\delta} = -V \sin(\alpha - \gamma)$$

Q24 En utilisant la relation déterminée à la question Q10, déterminer l'équation différentielle du premier ordre caractérisant l'évolution du déplacement latéral δ du module intermédiaire en fonction de la vitesse V , de la distance d et de l'angle de dérive globale α . Compléter le document réponse DR1 en inscrivant la relation obtenue dans le cadre correspondant.

$$\text{D'après la question Q10 : } \delta + d \sin \gamma = 0$$

Les angles α et γ restent petit, on a donc :

$$\gamma = -\frac{\delta}{d} \text{ et } \dot{\delta} = -V(\alpha - \gamma) \text{ d'où } \dot{\delta} = -V\alpha - \frac{\delta}{d} \text{ et donc } \dot{\delta} + \frac{V}{d}\delta = -V\alpha$$

Modélisation dynamique du Translohr

Q25 Pour une vitesse de vent v de 120 km/h, calculer l'effort latéral Fy_0 s'appliquant par caisse ($Fy_0 = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot Cx$).

$$\text{AN : } Fy_0 = \frac{1}{2} 1,295 \times \left(120 \times \frac{1000}{3600} \right)^2 \times 21 \times 1 = 15100 \text{ N}$$

Approche simplifiée

Q26 En utilisant les données de la Figure 15, le paramétrage du document DT3, déterminer l'équation dynamique reliant $\ddot{\delta}_2$, Fy , et Fy_0 . En combinant cette équation aux équations obtenues précédemment, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution du déplacement latéral de l'essieu δ_2 soumis à une perturbation Fy_0 (échelon).

On isole le MI2 de masse ($M_c + M_m$)

Bilan des actions :

- Fy_0 ;
- $T_{\text{rail/galets}} (Fyg = 0)$;
- $T_{\text{route/roue1}}$;
- $T_{\text{route/roue2}}$.

PFD : Équation de la résultante suivant \bar{y}

$$Mc + Mm \ddot{\delta} = 2Fy \cos \gamma + Fyg + Fy_0$$

Or $\cos \gamma \approx 1$, $Fyg = 0$ et $Fy = C_{Fy} \cdot \alpha$ d'où :

$$Mc + Mm \ddot{\delta} = 2C_{Fy} \cdot \alpha + Fy_0$$

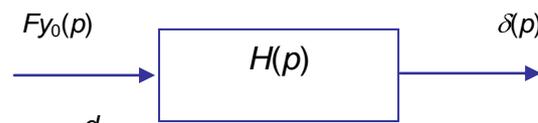
D'après la question Q24 : $\dot{\delta} + \frac{V}{d} \delta = -V\alpha$

$$\text{On a donc : } Mc + Mm \ddot{\delta} = -\frac{2C_{Fy}}{V} \cdot \left(\dot{\delta} + \frac{V}{d} \delta \right) + Fy_0$$

$$\text{Ainsi : } Mc + Mm \ddot{\delta} + \frac{2C_{Fy}}{V} \dot{\delta} + \frac{2C_{Fy}}{d} \delta = Fy_0$$

Q27 Mettre cette équation sous forme canonique et déterminer la pulsation propre ω_0 et l'amortissement ξ . Conclure sur l'incidence des différents paramètres sur le comportement dynamique du Translohr. À ce stade de l'étude, quelles préconisations techniques qualitatives pouvez vous faire afin d'améliorer le comportement du Translohr ?

Le système peut se modéliser sous la forme suivante :



$$\text{Avec : } H(p) = \frac{\frac{d}{2C_{Fy}}}{\frac{d}{2C_{Fy}} p^2 + \frac{d}{V} p + 1}$$

$$\text{Par identification : } \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{2C_{Fy}}{d Mc + Mm}} \\ \xi = \frac{1}{2} \frac{d}{V} \sqrt{\frac{2C_{Fy}}{d Mc + Mm}} \end{cases}$$

Incidence des différents paramètres :

- augmente lorsque d augmente ;
- diminue lorsque V et M augmentent.
- $\frac{1}{C_{Fy}}$ représente « une raideur » de pneu ;
- ξ diminue lorsque $\frac{1}{C_{Fy}}$ augmente

Préconisations : On veut augmenter ξ afin de limiter les oscillations. Pour cela, il faut :

- augmenter d ;
- diminuer la raideur des pneus ;
- limiter la vitesse et la masse.

Approche complète pour simulation numérique

Q28 En supposant $\beta_2, \gamma_2, \beta_3$ petit (cf. document DT4 représentant le Translohr en vue de dessous), à l'aide de fermetures géométriques, déterminer les relations $\gamma_2 = f(\delta_2)$, $\beta_2 = f(\delta_2)$ et $\beta_3 = g(\delta_2)$.

Fermeture géométrique (O_2' , O_2 , P_2)

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 P_2} + \overline{P_2 O_2} = 0$$

$$\delta_2 \vec{y} + d \vec{x}_2 + \overline{P_2 O_2} = 0$$

En projection sur \vec{y} : $\delta_2 + d \sin \gamma_2 = 0$

Comme γ_2 est petit, nous avons : $\gamma_2 = -\frac{\delta_2}{d}$

Fermeture géométrique (O_2' , O_2 , K_2 , L_1)

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 K_2} + \overline{K_2 L_1} + \overline{L_1 O_2} = 0$$

$$\delta_2 \vec{y} + e \vec{x}_2 + L_v \vec{u}_2 + \overline{L_1 O_2} = 0$$

En projection sur \vec{y} : $\delta_2 + e \sin \gamma_2 + L_v \sin \beta_2 = 0$

Comme β_2 est petit, en remplaçant γ_2 nous avons : $\delta_2 - \frac{e}{d} \delta_2 + L_v \beta_2 = 0$

$$\text{D'où : } \beta_2 = -\frac{1}{L_v} \left[1 - \frac{e}{d} \right] \delta_2$$

Fermeture géométrique (O_2' , O_2 , L_2 , K_3)

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 L_2} + \overline{L_2 K_3} + \overline{K_3 O_2} = \vec{0}$$

$$\delta_2 \vec{y} - e \vec{x}_2 - L_v \vec{u}_3 + \overline{K_3 O_2} = \vec{0}$$

En projection sur \vec{y} : $\delta_2 - e \sin \gamma_2 - L_v \sin \beta_3 = 0$

Comme β_3 est petit, en remplaçant γ_2 nous avons : $\delta_2 + \frac{e}{d} \delta_2 - L_v \beta_3 = 0$

$$\text{D'où : } \beta_3 = \frac{1}{L_v} \left[1 + \frac{e}{d} \right] \delta_2$$

Q29 Sans faire aucun calcul, proposer une démarche de résolution permettant de déterminer les actions de la route sur les roues en fonction des variables d'entrée définies Figure 14. Pour chaque isolement on prendra soin de définir l'ensemble isolé, le bilan des actions mécaniques extérieures, l'équation à utiliser et les variables obtenues à l'issue de l'isolement.

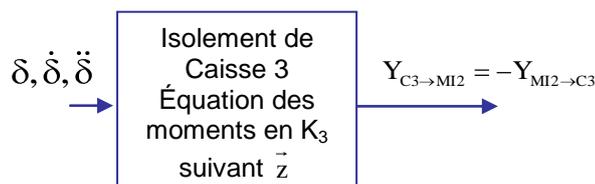
On peut traiter le problème comme un problème plan

On isole la Caisse 3

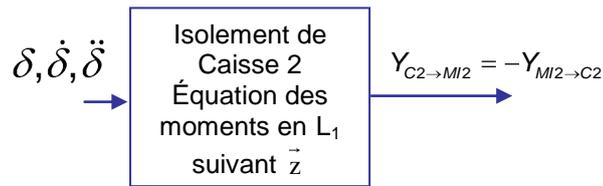
BAME :

- action du MI3 sur la Caisse 3 : $T_{MI3 \rightarrow C3}$
- action du MI2 sur la Caisse 3 : $T_{MI2 \rightarrow C3}$
- action du Poids

Le théorème du moment dynamique en K_3 en projection sur \vec{z} nous donne la composante $Y_{MI2 \rightarrow C3}$ en fonction de $\ddot{\beta}_3, \beta_3, \gamma_2, \dot{\beta}_3, \dot{\gamma}_2$ et donc, en utilisant la question précédente, de $\delta_2 = \delta$.



De même, on isole la Caisse 2

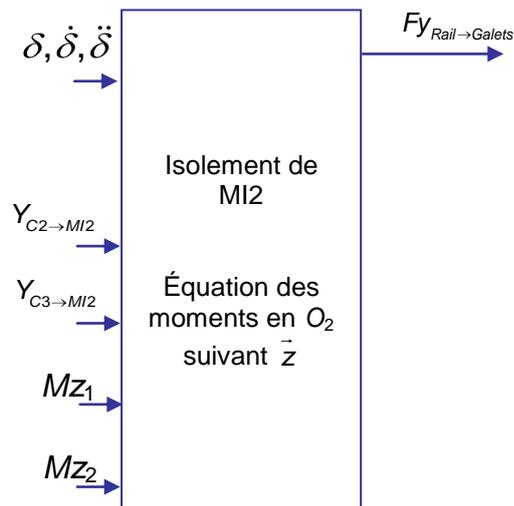


On isole le MI 2

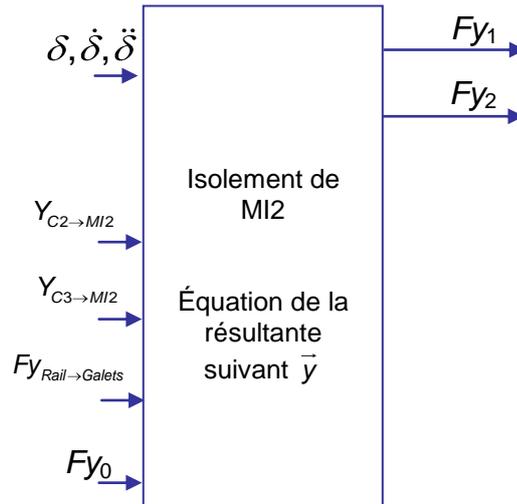
BAME :

- action de la caisse 2 sur MI2 : $T_{C2 \rightarrow MI2}$
- action de la caisse 3 sur MI2 : $T_{C3 \rightarrow MI2}$
- action de la pesanteur
- action de la route sur la roue 1 : $T_{Route \rightarrow Roue1}$
- action de la route sur la roue 2 : $T_{Route \rightarrow Roue2}$
- action du rail sur les galets de guidage : $T_{Rail \rightarrow Galets}$
- action de la perturbation Fy_0

Le théorème du moment dynamique en O_2 en projection sur \vec{z} donne :



Le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{y} donne :

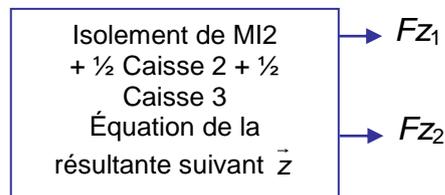


On isole l'ensemble MI 2 + $\frac{1}{2}$ Caisse 2 + $\frac{1}{2}$ Caisse 3

BAME :

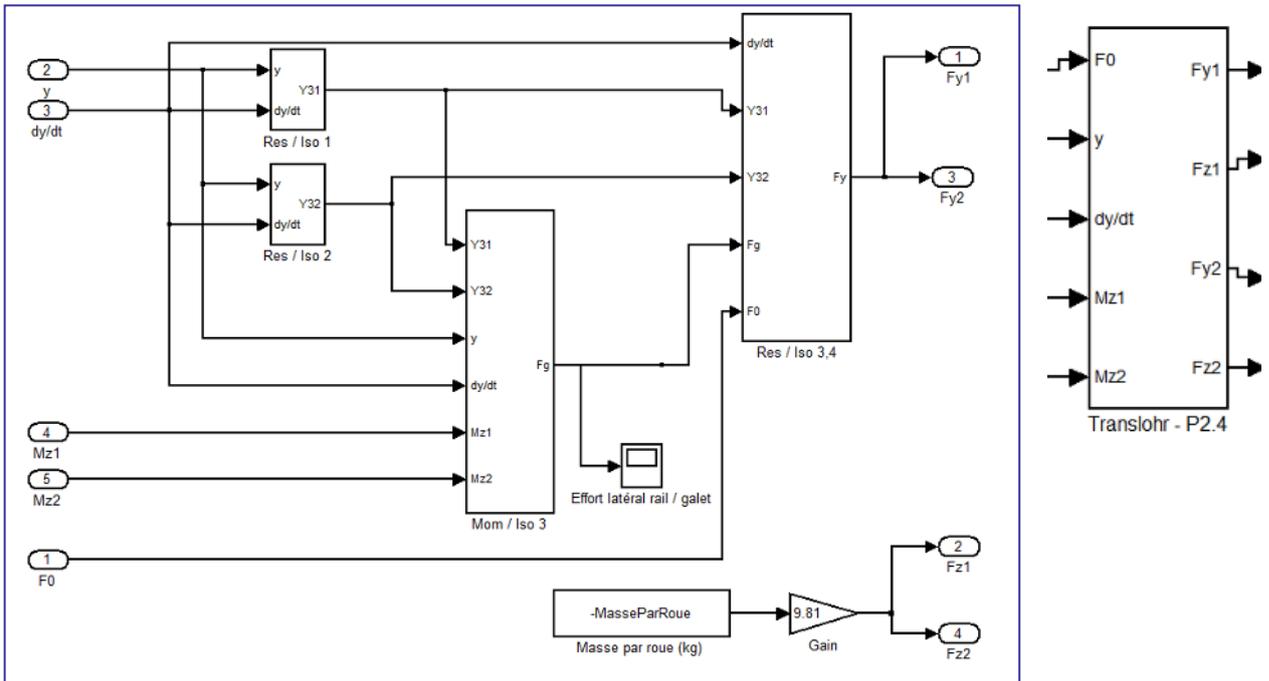
- action de la pesanteur ;
- action de la route sur la roue 1 : $T_{Route \rightarrow Roue1}$;
- action de la route sur la roue 2 : $T_{Route \rightarrow Roue2}$;
- action du rail sur les galets de guidage : $T_{Rail \rightarrow Galets}$;
- action de la perturbation F_{y_0}

Le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{z} donne :



Q30 Compléter le document réponse DR3 représentant graphiquement les équations issues de votre démarche. Chaque bloc de ce document doit représenter une équation conformément à l'exemple donné.

(Cf DR3) Pour information, voici le modèle utilisé pour la simulation donnée sur le document DT6 :



Exploitation et analyse des résultats

Q31 Analyser les résultats de simulations et proposer une analyse comparative conduisant à des préconisations techniques concernant la distance d et la présence ou non d'un système antilacet.

Analyse des effets de la distance d

Même si l'augmentation de d se traduit par un meilleur amortissement, d a une incidence modérée sur les effets dynamiques (cf. (courbes 1 et 3) et (courbes 2 et 4)).

En revanche, diminuer d conduit à augmenter de manière significative les efforts du rail sur les galets (cf. (courbes 1 et 3) et (courbes 2 et 4)).

Préconisation : $d = 1,2$ m est préférable (moins d'oscillations et moins d'efforts)

Analyse du système antilacet

L'antilacet diminue fortement la durée durant laquelle il y a oscillation (cf. (courbes 1 et 2) et (courbes 3 et 4)). Cependant, l'antilacet ne réduit pas l'amplitude de l'accélération initiale, qui est la plus ressentie par les passagers. De plus, l'antilacet augmente les efforts de guidage.

Préconisation : Il n'est pas nécessaire d'implanter un antilacet.

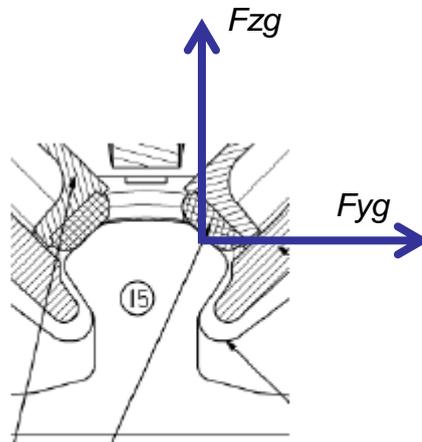
Définition du système de guidage

Détermination du ressort de plaquage

Q32 À partir de la Vue 3 du document DT7, déterminer la charge verticale minimale d'un galet sur le rail F_{zg} associée à la charge latérale normale de pilotage F_{yg} .

L'axe du galet étant incliné de 45° , pour obtenir une charge latérale normale de pilotage $F_{yg} = 140$ daN, on doit avoir :

$$F_{zg} = F_{yg} = 140 \text{ daN}$$



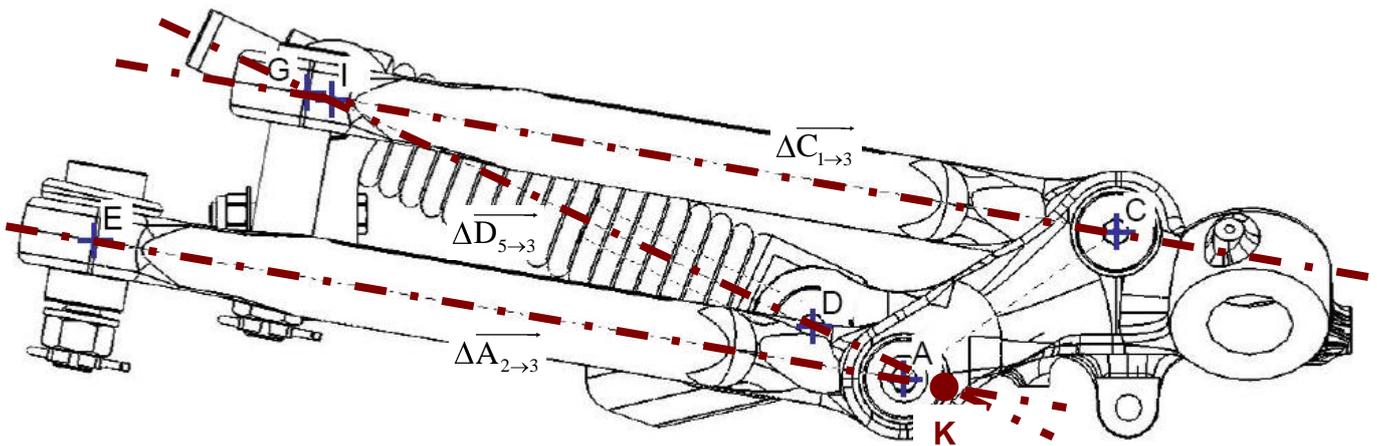
Q33 En justifiant clairement la méthode utilisée, à partir de F_{zg} , déterminer l'effort minimal que doit fournir le ressort de plaquage (Cf documents DT7 et DT8).

Le problème peut être assimilé à un problème plan.

La résolution peut se faire de manière graphique ou analytique.

Résolution graphique : (à partir de la vue 4 du document DT7)

Construction 1



Vue 4 : Vue de profil

P
+

Les pièces 1 et 2 et l'ensemble (5 + 6 + 7) sont, chacun d'entre eux, soumis à 2 glisseurs. On peut donc tracer :

$\Delta C_{1 \rightarrow 3}$, $\Delta D_{5 \rightarrow 3}$ et $\Delta A_{2 \rightarrow 3}$ (cf. construction 1)

On isole l'ensemble (3 + Galets)

BAME :

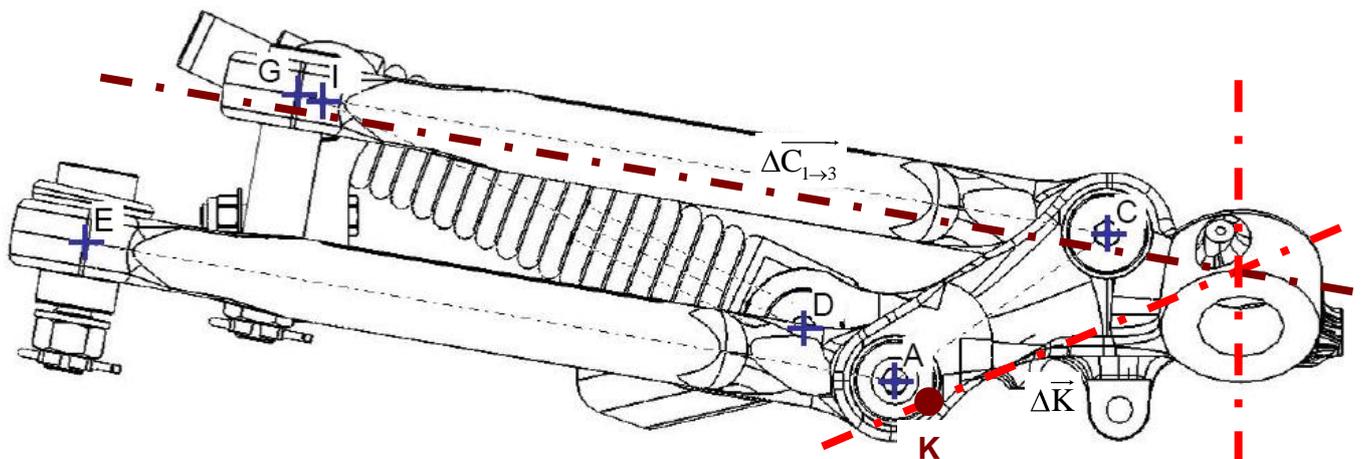
- $\overrightarrow{P_{r \rightarrow g}} = 140 \vec{z}$ (daN) en P
- $\overrightarrow{C_{1 \rightarrow 3}}$, direction et point d'application connus ;
- $\overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$, direction et point d'application connus ;
- $\overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}}$ direction et point d'application connus.

Soit $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ appliqué en K ($K = \Delta \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} \cap \Delta \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$, cf. construction 1)

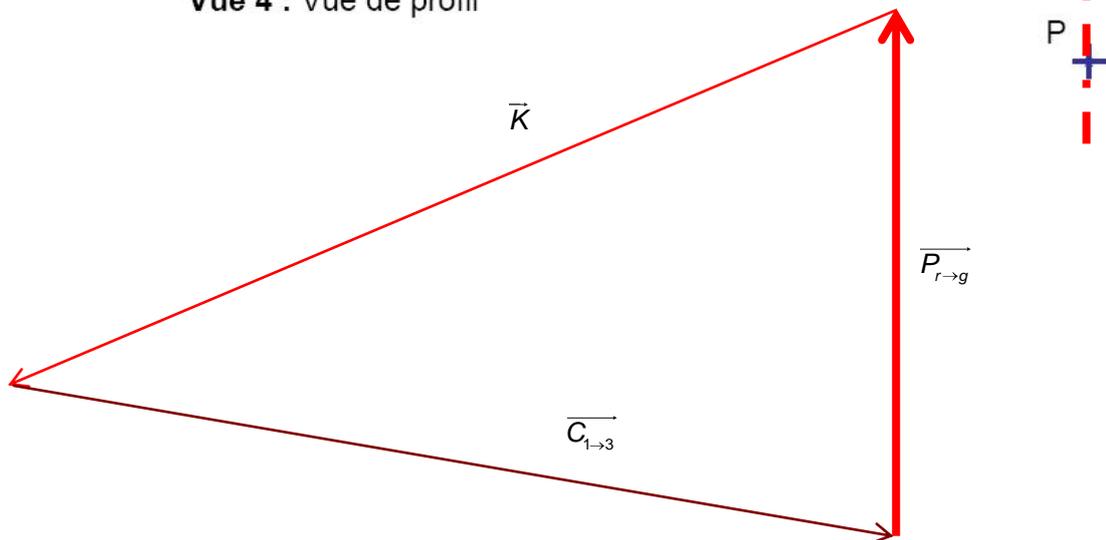
(3 + galets) est donc soumis à trois glisseurs : $\overrightarrow{P_{r \rightarrow g}}$, $\overrightarrow{C_{1 \rightarrow 3}}$ et $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$

On peut donc déterminer $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ (cf. Construction 2)

Construction 2 (20 daN \Leftrightarrow 1 cm)

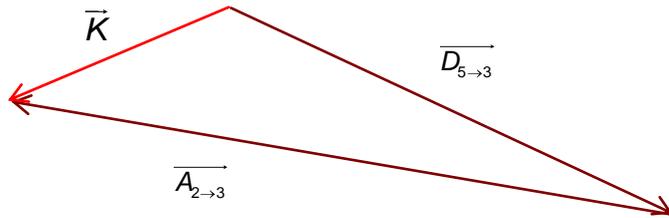


Vue 4 : Vue de profil



Connaissant $\overrightarrow{K}, \Delta \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}}, \Delta \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$, on peut en déduire $\overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ (cf. Construction 3)

Construction 3 (80 daN ⇔ 1 cm)



Le ressort de plaquage doit donc fournir un effort minimal d'environ **512 daN (6,4 cm)**.

Résolution analytique :

Dans le plan (O, \vec{z}, \vec{x}) , les pièces 1 et 2 et l'ensemble (5 + 6 + 7) sont, chacun d'entre eux, soumis à 2 glisseurs. On peut donc poser :

$$\vec{C}_{1 \rightarrow 3} = X_{13} \vec{x}_1 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{399,2\vec{x} - 68,5\vec{z}}{405,0}$$

$$\vec{A}_{2 \rightarrow 3} = X_{23} \vec{x}_2 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_2 = \frac{\vec{EA}}{\|\vec{EA}\|} = \vec{x}_1 \quad (\text{les bras 1 et 2 sont parallèles})$$

$$\vec{D}_{7 \rightarrow 3} = X_{73} \vec{x}_7 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_7 = \frac{\vec{ID}}{\|\vec{ID}\|} = \frac{237\vec{x} - 112,7\vec{z}}{262,4}$$

On isole l'ensemble (3 + Galets)

BAME :

- $\vec{P}_{r \rightarrow g} = 140 \vec{z}$ (daN) en P
- $\vec{C}_{1 \rightarrow 3}$
- $\vec{D}_{5 \rightarrow 3}$
- $\vec{A}_{2 \rightarrow 3}$

PFS : (équation de la résultante)

$$X_{73} \vec{x}_7 + (X_{13} + X_{23}) \vec{x}_1 + 140 \vec{z} = \vec{0}$$

En projection sur \vec{z}_1 , on a $X_{73} \vec{x}_7 \cdot \vec{z}_1 + 140 \vec{z} \cdot \vec{z}_1 = 0$ d'où $X_{73} = -\frac{140 \vec{z} \cdot \vec{z}_1}{\vec{x}_7 \cdot \vec{z}_1}$

$$\vec{x}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{399,2\vec{x} - 68,5\vec{z}}{405,0} \quad \text{donc} \quad \vec{z}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{68,5\vec{x} + 399,2\vec{z}}{405,0}$$

$$\text{D'où} \quad X_{73} = -\frac{140 \times 399,2 / 405}{(237 \times 68,5 - 112,2 \times 399,2) / (262,4 \times 405)} = 513,5 \text{ daN}$$

Dimensionnement de l'axe de retenue 5 (Cf DT7 et DT8)

Q34 Entourer sur le document DR4 les critères intervenant dans le choix du matériau de l'axe de retenue. Pour chaque critère retenu, entourer la ou les limites à renseigner (Mini, Maxi ou les deux). Justifier sur votre copie le choix de ces critères et indiquer au besoin des critères supplémentaires à considérer.

(Cf DR4)

Critère d'optimisation : **le prix**

La pièce est une **pièce de sécurité**, on doit donc imposer **la limite élastique** et la **ténacité**.

Pour éviter l'apparition de **jeu dans les liaisons** on doit avoir une **dureté** minimale.

Le matériau doit être recyclable (Considérations écologiques).

La pièce est usinée dans la masse (Forme simple + sécurité) et doit donc offrir une bonne usinabilité.

Critères supplémentaires

La pièce est sous le châssis, elle doit donc résister à la corrosion.

On peut **éventuellement** chercher à minimiser le **frottement** dans les liaisons.

Q35 Proposer un mode de réalisation, les traitements éventuels ainsi que les essais à réaliser pour valider le comportement du matériau retenu relativement aux fonctions de la pièce.

Mode de réalisation

On est **en petite série**, la pièce est une **pièce de sécurité** et la forme de la pièce est proche d'une **barre cylindrique**. Cette pièce est donc probablement **usinée dans la masse** car une ébauche estampée serait trop chère étant donné le faible nombre de pièces à fabriquer.

Traitements :

On peut augmenter **la dureté superficielle** au niveau du guidage par **une cémentation** et une **trempe** mais il est préférable d'effectuer **un chromage dur**. Ce traitement va permettre d'obtenir :

- une **dureté** de 65-70 HRc ;
- une résistance à l'usure ;
- une résistance à l'abrasion ;
- une **résistance à la corrosion** des agents chimiques ;
- un bas coefficient de frottement avec la pièce de guidage.

Essais à réaliser

La pièce étant une pièce de sécurité, il est important de vérifier la limite élastique annoncée. Pour cela on peut réaliser **un essai de traction** sur un échantillon du matériau.

Un **essai de dureté** peut éventuellement être pratiqué afin de vérifier la qualité du traitement de surface dans les zones de liaison.

Q36 Calculer la limite élastique minimale du matériau de l'axe de retenue, en justifiant clairement la méthode utilisée.

Par une méthode identique à celle décrite à la question Q33, nous pouvons déterminer l'effort maximal en traction que doit supporter la pièce.

La force verticale d'arrachement par couple de galets en statique étant de 5 000 daN nous trouvons un effort à supporter de 18339 daN.

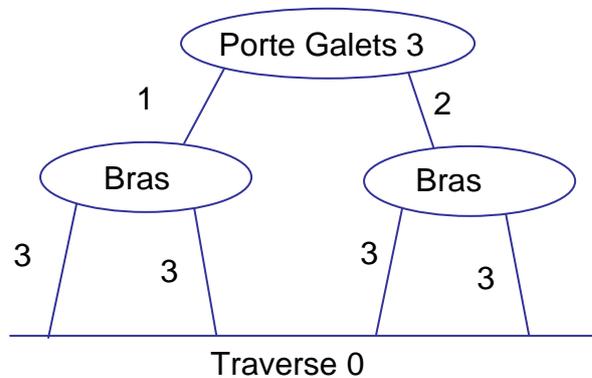
Le diamètre minimal de l'axe de retenue est de 22,5 mm (15 mm mesuré sur le plan $\times 3/2$).

La limite élastique doit donc être supérieur à : $\frac{183390}{\pi \frac{22,5^2}{4}} = 461 \text{ MPa}$

Spécifications du porte galets (Cf DT7)

Q37 Calculer le degré d'hyperstatisme du mécanisme de guidage. En déduire les contraintes géométriques à imposer aux différentes pièces constituant le mécanisme.

Grphe des liaisons (Cinématique)



Hyperstatisme global

$$Ec = 6 \gamma = 6 \times 3 = 18 \text{ équations}$$

$$m = 1 \text{ (1 mobilité)}$$

$$lc = 3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 1 = 15$$

$$h = (Ec - lc) + m = 18 - 15 + 1 = 4 \Rightarrow \text{Le système est hyperstatique d'ordre 4}$$

Étude de la boucle 0-2 :

$$h = (6 - 6) + 1 = 1$$

\Rightarrow La boucle est hyperstatique d'ordre 1 \Rightarrow **1 contrainte géométrique** sur les 2 pièces (**distance EF à imposer sur 0 et sur 2**)

Étude de la boucle 0-1 :

$$h = (6 - 6) + 1 = 1$$

\Rightarrow La boucle est hyperstatique d'ordre 1 \Rightarrow **1 contrainte géométrique** sur les 2 pièces (**distance GH à imposer sur 0 et sur 1**)

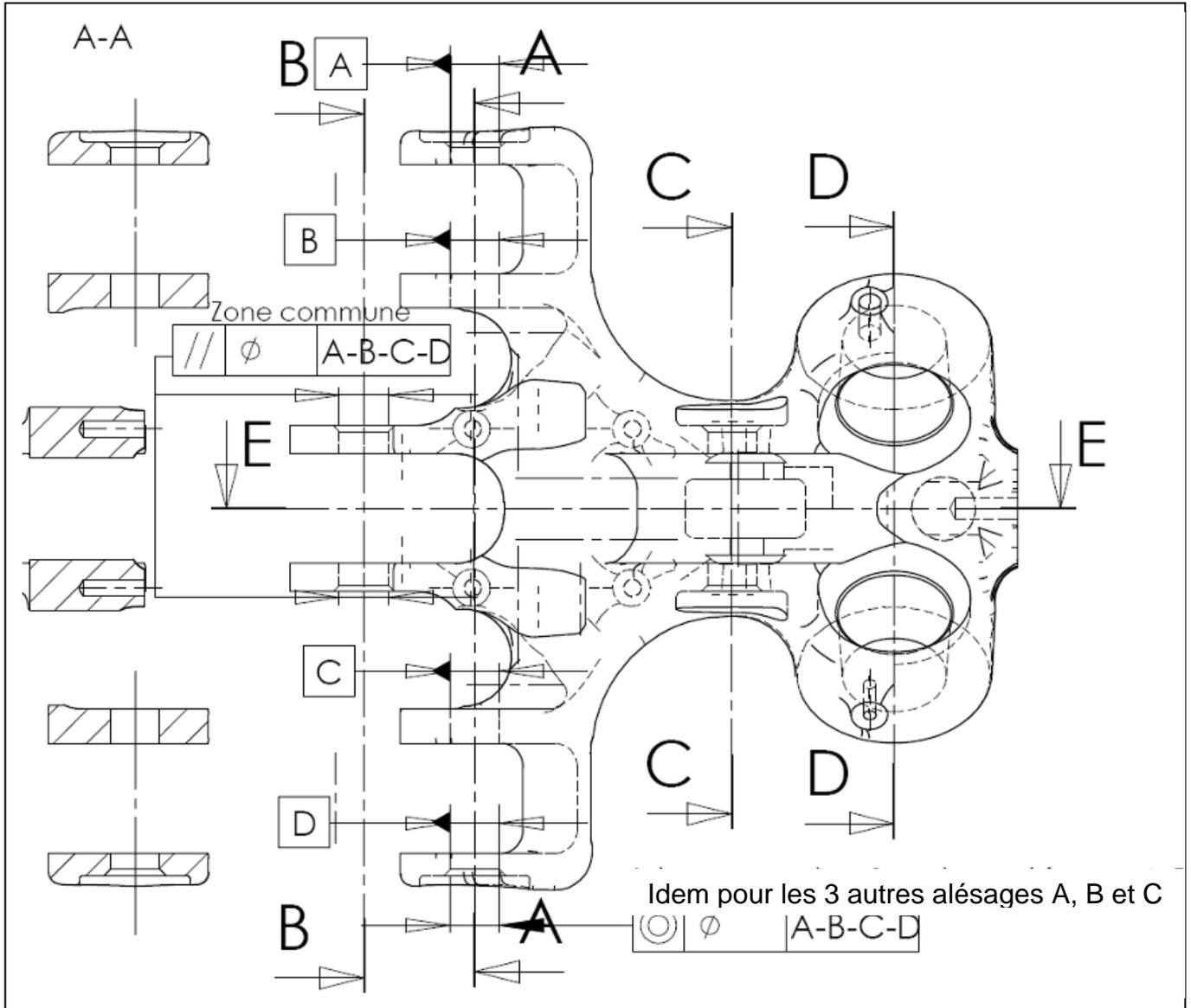
Positionnement de 3 :

Le système étant globalement hyperstatique d'ordre 4, il reste un hyperstatisme d'ordre 2 sur le positionnement de 3. On a donc **2 contraintes géométriques** à imposer sur chacune des pièces.

- sur 0 : parallélisme entre EF et GH (suivant 2 axes) ;

- sur 1 : parallélisme entre GH et (D, \vec{y}) (suivant 2 axes) ;
- sur 2 : parallélisme entre EF et AB (suivant 2 axes) ;
- sur 3 : parallélisme entre AB et (D, \vec{y}) (suivant 2 axes) ;

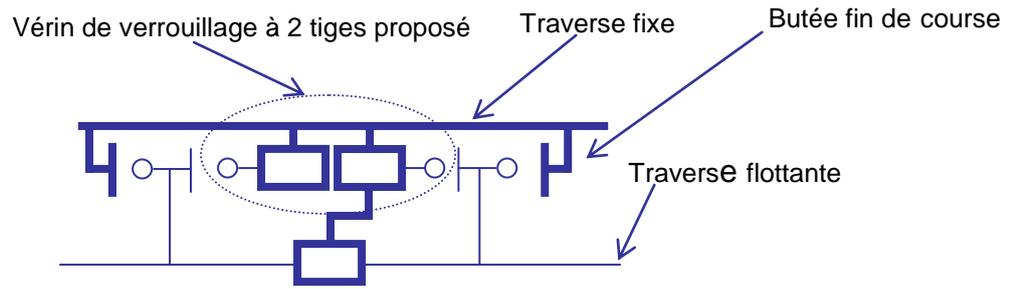
Q38 Sur le document réponse DR5, porter les spécifications liées au positionnement du Porte Galets issues de l'analyse précédente (Les valeurs numériques des tolérances ne sont pas demandées).



Conception du système de débrayage du système de guidage

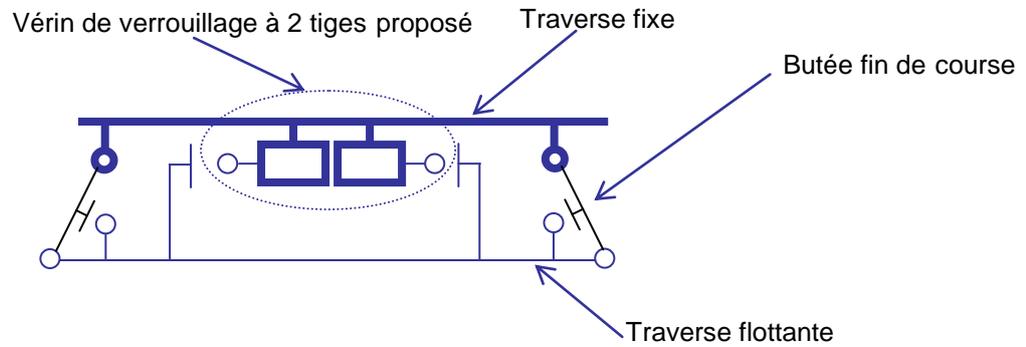
Q39 Proposer sous forme de croquis, schémas légendés, deux propositions de solutions technologiques. Vous pouvez utiliser le vérin à 2 tiges proposé document DT10 ou tout autre système que vous décrirez précisément.

Solution 1 : (basée sur une liaison glissière)

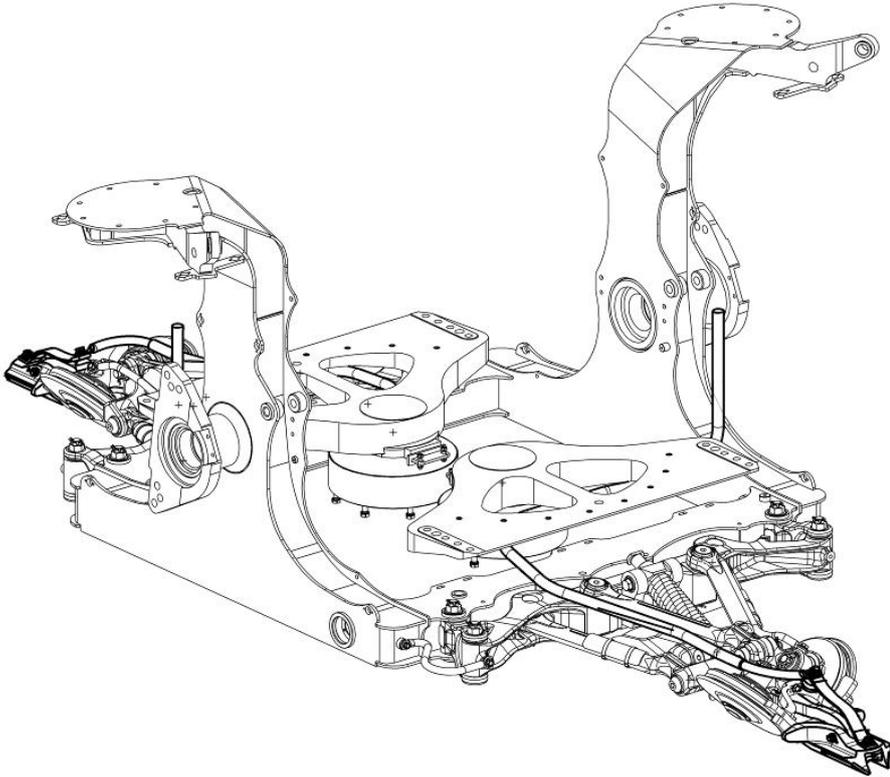
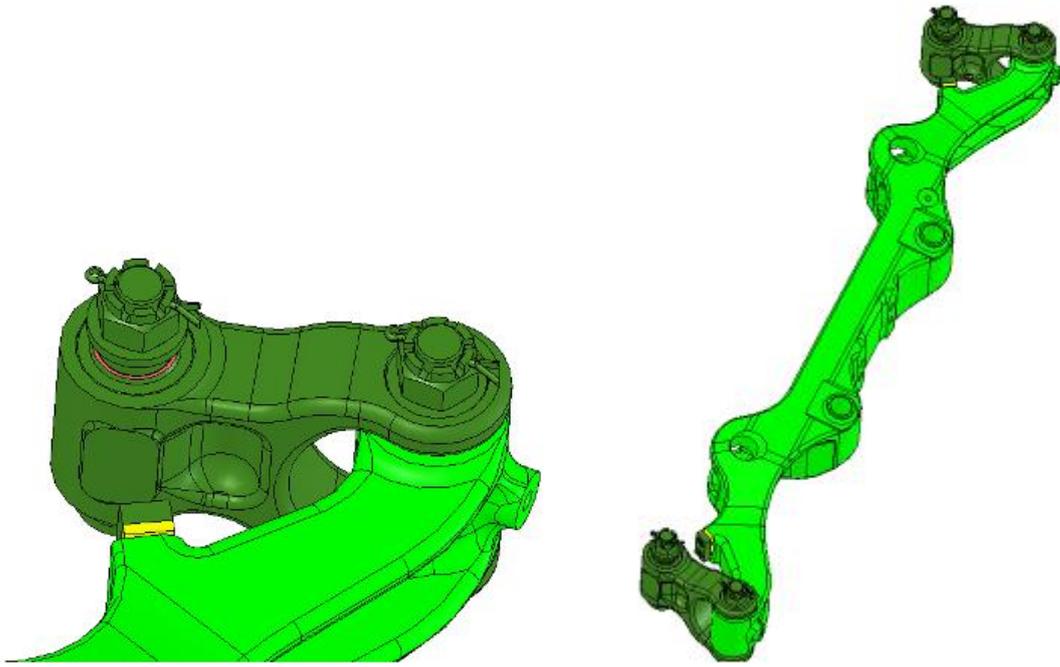


Cette solution comporte une liaison glissière entre la traverse fixe et la traverse flottante afin de permettre le débattement demandé.

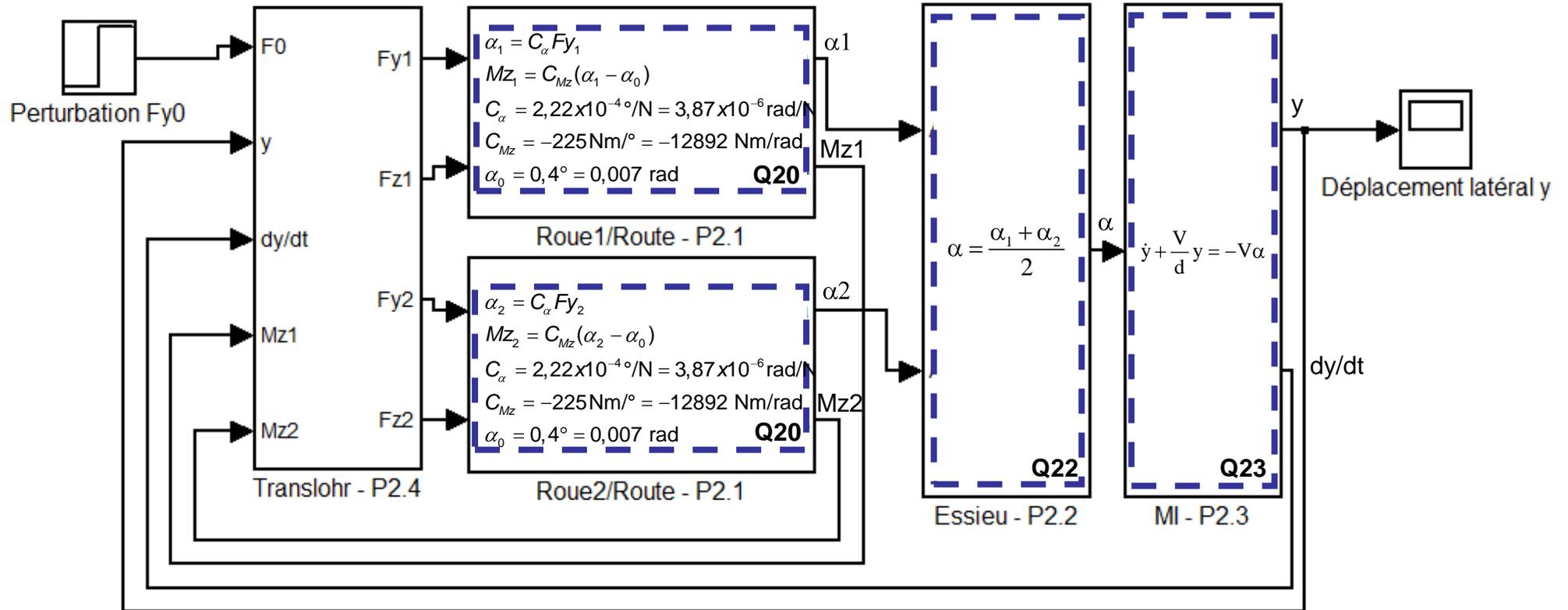
Solution 2 : (basée un système 4 barres)



Cette solution comporte deux bielles entre la traverse fixe et la traverse flottante afin de permettre le débattement demandé.

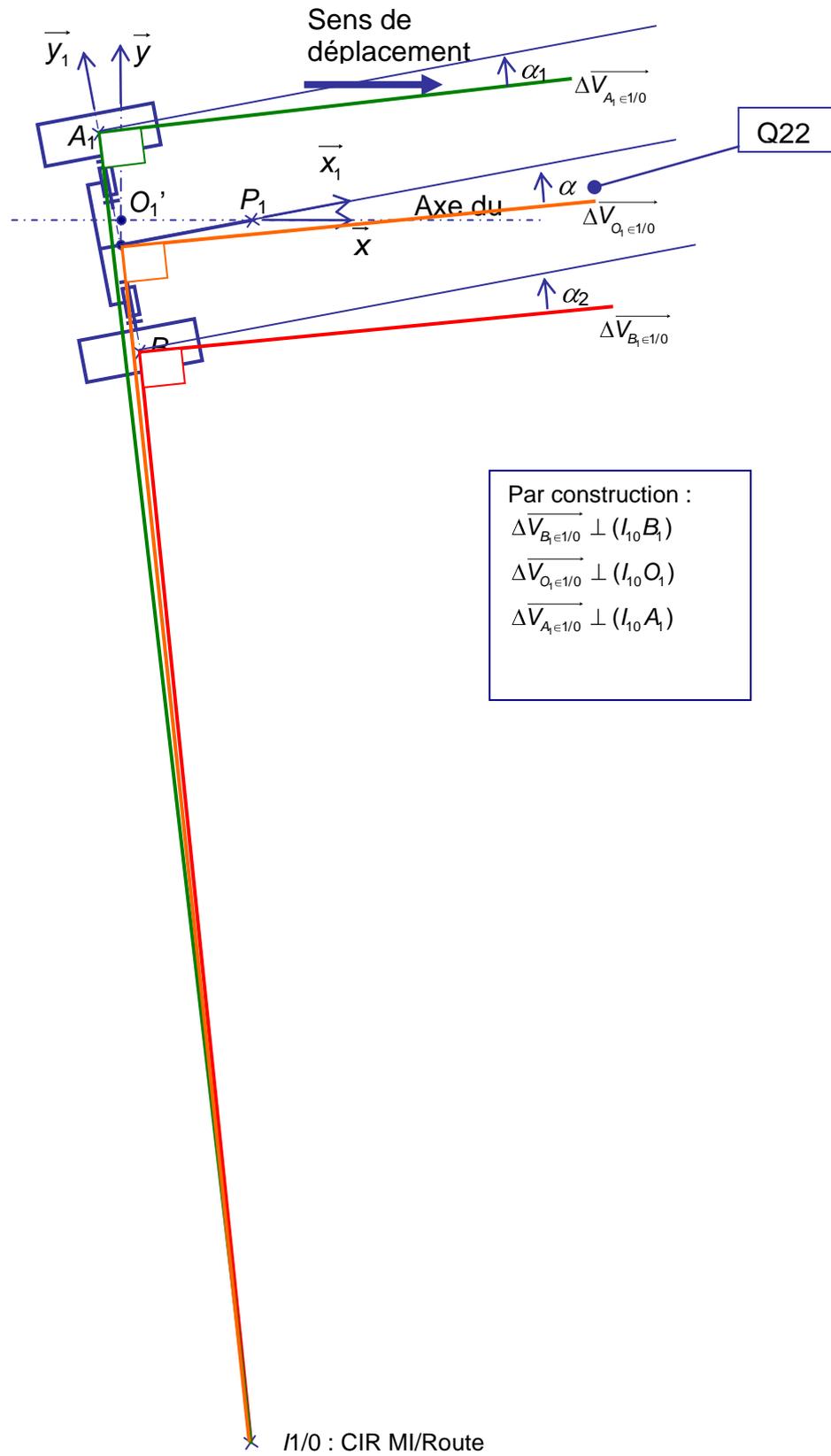


DR1 : MODÈLE GLOBAL DU TRANSLOHR



DR2 : COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DU MI

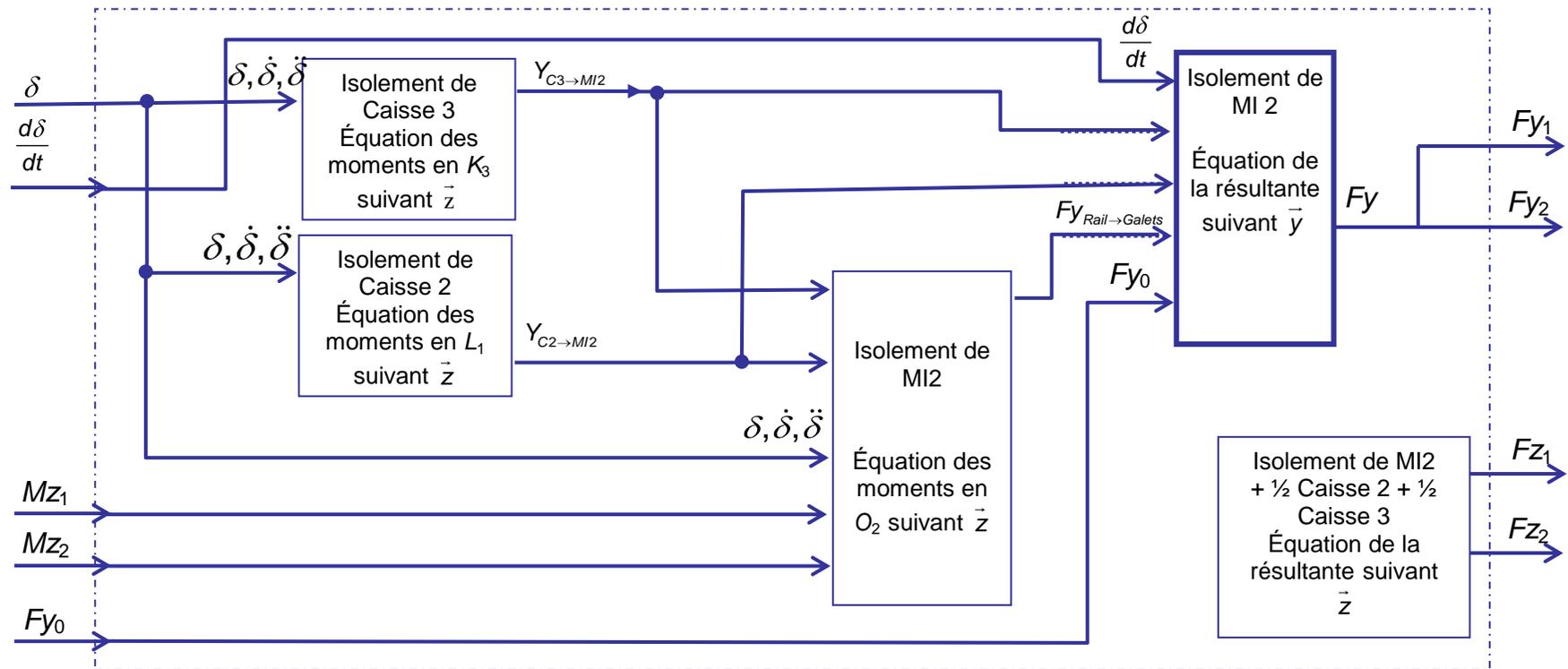
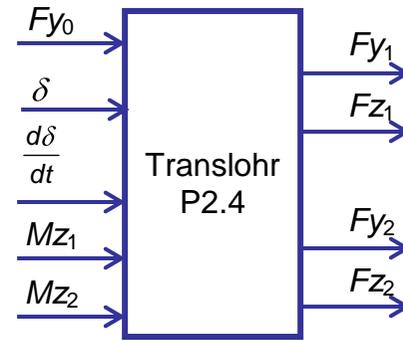
Q21 :



Par construction :

- $\overrightarrow{\Delta V_{B_1 \in 1/0}} \perp (I_0 B_1)$
- $\overrightarrow{\Delta V_{O_1' \in 1/0}} \perp (I_0 O_1')$
- $\overrightarrow{\Delta V_{A_1 \in 1/0}} \perp (I_0 A_1)$

DR3 : DÉMARCHE DE RESOLUTION P2.4



DR4 : CRITÈRES DE CHOIX DE MATÉRIAUX

Propriétés Générales

	Minimum	Maximum	
Masse Volumique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	kg/m ³
Prix	<input type="text"/>	<input type="text"/>	EUR/kg

Propriétés Mécaniques

	Minimum	Maximum	
Module de Young	<input type="text"/>	<input type="text"/>	GPa
Module de cisaillement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	GPa
Coefficient de Poisson	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Mesure de dureté Vickers	<input type="text"/>	<input type="text"/>	HV
Limite élastique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Résistance en traction	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Résistance à la compression	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Allongement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	%
Limite de fatigue	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Ténacité	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa.m ^{1/2}
Coefficient d'amortissement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	

Propriétés Thermiques

	Minimum	Maximum	
Conductivité thermique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	W/m.K
Coefficient de dilatation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	μstrain/°C
Chaleur spécifique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	J/kg.K
Température de fusion	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température de transition vitreuse	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température maximale d'utilisation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température minimale d'utilisation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C

Propriétés Electriques

	Minimum	Maximum	
Résistivité électrique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	μohm.cm
Constante diélectrique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Facteur de puissance	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Tension de claquage	<input type="text"/>	<input type="text"/>	1000000*V/m

Propriétés Optiques

	Minimum	Maximum
Indice de réfraction	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Propriétés Environnementales

	Minimum	Maximum	
Energie nécessaire à la production	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MJ/kg
Dioxyde de carbone	<input type="text"/>	<input type="text"/>	kg/kg
Recyclable	<input type="checkbox"/>		
Réutilisable	<input type="checkbox"/>		
Biodégradable	<input type="checkbox"/>		
Incinerabilité	<input type="checkbox"/>		
Entreposable dans une décharge	<input type="checkbox"/>		
Une ressource renouvelable ?	<input type="checkbox"/>		

Possibilités de traitement (échelle de 1 = impraticable à 5 = excellent)

	Minimum	Maximum
Aptitude à être moulé	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Formabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Usinabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Soudabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Aptitude au soudage/brasage	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Durabilité

Critères supplémentaires :

- Résistance à la corrosion
- Frottement minimale avec les paliers

Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité d'analyse et de conception des systèmes

1. Présentation du sujet

L'épreuve de la session 2011 s'appuie sur la technologie d'un Tramway sur pneus dénommé TRANSLOHR conçu par la société LOHR. Cette gamme de tramways contient des innovations majeures : les rames sont légères et entièrement modulaires, peu gourmandes en emprise au sol, et caractéristique majeure, elles roulent sur pneus. Le sujet comporte 39 questions déclinées en trois parties indépendantes ; il a pour ambition de couvrir un vaste domaine de compétences indispensables à un professeur agrégé d'aujourd'hui. Il n'hésite pas à déborder, tout en restant dans le cadre du programme du concours, sur des parties plus couramment traitées dans les autres épreuves. Chacune des parties traitées dans ce sujet vise soit à valider les solutions techniques retenues par la société LOHR soit à définir ou concevoir des éléments de solutions spécifiques à ce tramway sur pneus.

La première partie permet aux candidats de vérifier les avantages d'une solution sur pneus relativement à une solution sur rails pour un tramway. Elle permet entre autres de vérifier certains avantages du Translohr par l'étude d'un essieu de train classique afin d'avoir une base de comparaison, puis celle de la stabilité du Translohr et pour finir de vérifier son comportement en courbe dans la situation la plus défavorable.

La deuxième partie permet de valider le comportement du Translohr face à des perturbations extérieures comme un vent latéral par exemple. Il s'agit pour le candidat de définir un modèle dynamique du Translohr exploitable numériquement, permettant de simuler et valider le comportement de celui-ci sous les effets d'un effort latéral sur la rame. Le questionnement conduit à définir les paramètres du modèle. La fin de cette deuxième étude doit conduire le candidat à exploiter les résultats d'une simulation et de conclure quant aux solutions constructives.

La troisième partie s'intéresse à la définition du système de guidage permettant d'assurer un bon contact galets/rail. Il s'agit de définir et de dimensionner certains éléments du dispositif de guidage d'un module intermédiaire du Translohr. Le candidat est conduit à déterminer l'effort de plaquage des deux galets du dispositif de guidage lié au rail, et de déterminer le matériau d'un des composants du dispositif de guidage. Puis une série logique de questions le conduit vers la détermination des spécifications géométriques du porte galet. Ces spécifications doivent être exprimées par un codage normalisé de cotation sans valeur numérique des tolérances. Enfin, il est demandé au candidat de définir et de représenter à l'aide de schémas ou croquis un système de débrayage du dispositif de guidage.

2. Analyse globale des résultats

Le sujet de longueur normale, a été traité dans sa totalité par une majorité de candidats. Certains n'ont toutefois pas hésité à traiter que partiellement ces trois parties en choisissant les questions sur lesquelles ils se sentaient le plus à l'aise. Quelques candidats ont montré d'excellentes aptitudes à modéliser et proposer des solutions efficaces en ayant une bonne vision d'ensemble du sujet. Il reste néanmoins quelques candidats mal préparés qui ne maîtrisent pas les éléments de base pour traiter une épreuve de ce type.

3. Commentaires sur les réponses apportées

La première partie comporte trois études construites autour de dix huit questions. La première étude concernant l'étude de la stabilité de guidage d'un essieu fait appel à des connaissances élémentaires de mécaniques permettant d'aborder le modèle de comportement du tramway sur rail. Cette première partie a été très majoritairement traitée par les candidats mais avec des résultats mitigés consécutifs à une mauvaise lecture du questionnement ou à une mauvaise définition du paramétrage du modèle. Si le développement scientifique est souvent juste, il apparaît très souvent dans les copies un manque d'analyse des résultats qui induit des réponses aux questions 7, 8 très superficielles, voire incohérentes. La deuxième étude « stabilité de guidage d'un module intermédiaire » a été correctement traitée et contrairement à la première étude, les conclusions de l'étude du modèle de comportement ont été formulées correctement par les candidats dans les réponses aux questions 13 et 14 concluant cette deuxième étude. La troisième étude de cette première partie consiste à déterminer la largeur de voie minimale pour un rayon de giration de 10,5 m, pour que deux rames puissent se croiser. Cette étude fait appel à des considérations de géométrie plane sans réelle difficulté. Cependant, très peu de candidats l'ont traitée et les résultats sont très médiocres.

Dans l'ensemble cette première partie a été traitée par une grande majorité des candidats. Les résultats sont satisfaisants, mais néanmoins les copies montrent une insuffisance dans la rigueur de la définition des modèles d'étude et de leur paramétrage. Les conclusions technologiques des trois études sont très incomplètes et souvent fausses.

La deuxième partie de cette épreuve comporte quatre études conduisant progressivement le candidat à élaborer le modèle permettant de simuler le déplacement latéral d'un module intermédiaire du Translohr face à une perturbation latérale.

La première étude permet au candidat de définir le modèle de comportement d'un pneu sur la route.

La deuxième étude permet au candidat de définir le modèle de comportement cinématique d'un essieu.

La troisième étude permet de traduire le comportement dynamique du Translohr.

La quatrième étude permet d'analyser et d'exploiter les résultats d'une simulation du modèle de comportement définie par les trois études précédentes.

Les deux premières études ont été menées correctement par une majorité de candidats, mais l'étude du modèle dynamique du Translohr qui doit aboutir à l'écriture de l'équation différentielle régissant l'évolution du déplacement latéral de l'essieu soumis à une perturbation latérale n'a que très peu été abordée ; les candidats n'ayant pas su écrire sous forme canonique cette équation. Par conséquent, les quelques candidats ayant abordé cette étude n'ont pas répondu à la question 27 concernant l'incidence des paramètres influents sur le comportement dynamique du Translohr et n'ont pas donné de préconisations techniques d'amélioration du comportement du tramway. Quant à la question 30, où il s'agissait de mettre sous la forme de diagramme blocs les équations obtenues, on constate qu'elle n'a été traitée que par 10% des candidats sans aucun résultat probant.

De même l'analyse des résultats de simulation proposée dans la quatrième étude, afin de proposer des préconisations techniques concernant la distance d et la présence ou non d'un système antilacet, n'a été que très rarement traitée. Les conclusions de cette analyse sont souvent confuses.

La troisième partie de cette épreuve permet de définir et de dimensionner certains éléments du dispositif de guidage. Le candidat doit répondre à quatre études indépendantes. Les résultats de cette partie sont médiocres voire très mauvais. Cette partie semble « bâclée » alors qu'elle ne présente pas de difficulté particulière.

La première étude, qui consiste à déterminer le ressort de plaquage, doit conduire les candidats à résoudre un problème de statique plane du solide soumis à trois forces. Très peu de candidats ont répondu correctement à cette question.

La deuxième étude, portant sur l'étude du matériau de l'axe de retenue du dispositif de guidage, ne demande pas de connaissance particulièrement complexes. Cependant, les réponses aux questions 34 et 35 sont décevantes, elles sont très superficielles et manquent de précisions objectives eu égard aux fonctions que doit assurer la pièce.

La troisième étude, consécutive à la spécification du porte-galet (question 37 et 38) portant sur la définition géométrique d'une pièce, n'a jamais été traitée correctement. Les recommandations faites par le jury à propos d'une étude similaire proposée dans l'épreuve de la session précédente n'ont pas été prises en compte apparemment. Si la définition géométrique par le codage normatif n'est pas totalement maîtrisée, il est néanmoins indispensable que le professeur agrégé de mécanique puisse déterminer les contraintes géométriques par les outils usuels d'analyse.

La quatrième et dernière étude de ce sujet a pour objectif de concevoir et représenter sous forme de croquis ou schémas légendés un dispositif permettant de solidariser la traverse flottante « 0 » du système de guidage à la traverse de l'essieu porteur lorsque le dispositif de guidage se situe en avant de l'essieu, et de la rendre « libre » en débattement latéral par rapport à l'essieu du dispositif de guidage lorsque celui-ci se situe en arrière de l'essieu. Traitée par seulement 50% des candidats, cette dernière étude qui ne présente aucune difficulté a été totalement négligée par les candidats. Les correcteurs remarquent que très peu de candidats sont capables de représenter sous forme de schémas une solution technologique. Ceux-ci sont souvent incompréhensibles ; ils ne respectent que très rarement les règles élémentaires de la représentation schématique. Lorsque les solutions sont abordées sous forme de croquis, ceux-ci sont confus, très difficiles à lire et manquent totalement de soin.

Conseils aux candidats

Partie 1

L'investigation du point de vue cinématique a été bien menée par la plupart des candidats ; en revanche, certains, rares, montrent des difficultés à concevoir un modèle d'étude et à établir simplement son paramétrage. Il est conseillé aux candidats de bien lire le questionnement, de représenter lisiblement les schémas nécessaires au développement de l'étude et de s'assurer de la justesse des développements mathématiques.

Partie 2

Cette partie doit amener le candidat à élaborer le diagramme comportemental du Translohr soumis à une perturbation extérieure. Ce diagramme permet de décrire sous forme de blocs le comportement du système et de ses composants ; diagramme nécessaire à la mise en œuvre d'une simulation numérique. Cette étude très peu traitée nous oblige à rappeler toute l'importance à structurer les analyses comportementales des systèmes pluri technologiques à l'aide de ces outils de description, dont l'écriture est nécessaire avant toute simulation numérique.

Partie 3

Compte-tenu des résultats obtenus sur l'ensemble du questionnement de cette troisième partie, il apparaît qu'une grande majorité des candidats devrait approfondir les savoirs technologiques associés à la conception mécanique et leurs interactions. Ces savoirs portent sur les démarches de

conception, la proposition d'architecture raisonnée en passant par leur dimensionnement (approches cinématique, dynamique et résistance des matériaux), ainsi que sur la spécification géométrique des composants conçus).

4. Conclusions

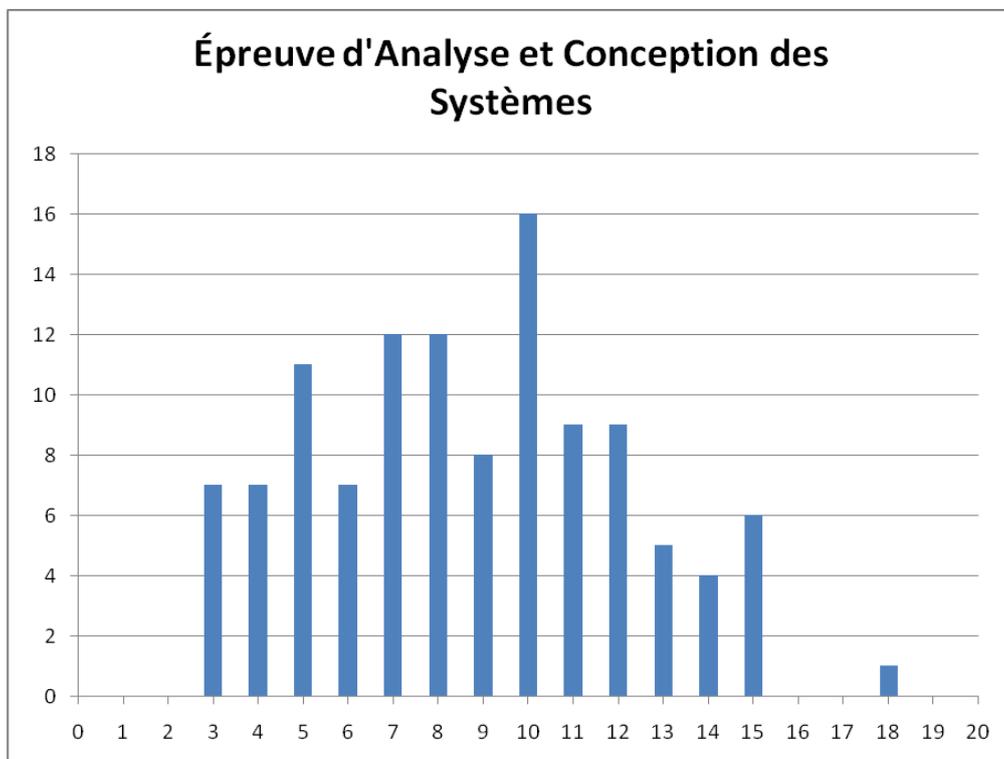
Même si le sujet était long et relativement large dans l'éventail des compétences sollicitées, certains candidats se sont montrés très à l'aise avec un très bon taux de réussite. Au-delà du fond, il faut signaler également que, sur la forme, la rédaction de la copie doit être soignée car la compréhension des réponses du candidat en est facilitée et la qualité de communication est exigible dans un concours de recrutement de professeurs. Nous conseillons, comme après chaque session de l'agrégation, une lecture globale du sujet au début de l'épreuve afin d'identifier au mieux les parties pour lesquelles le candidat pense avoir les meilleures chances de réussite.

On ne peut qu'encourager les futurs candidats à lire et relire les différents rapports des jurys de l'agrégation afin de bien comprendre ce qui est attendu dans cette épreuve dont l'évolution se tourne vers une analyse et une conception de systèmes pluri technologiques et ne traite plus uniquement que de leur aspect mécanique.

5. Résultats

114 candidats, dont 7 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,20 avec :

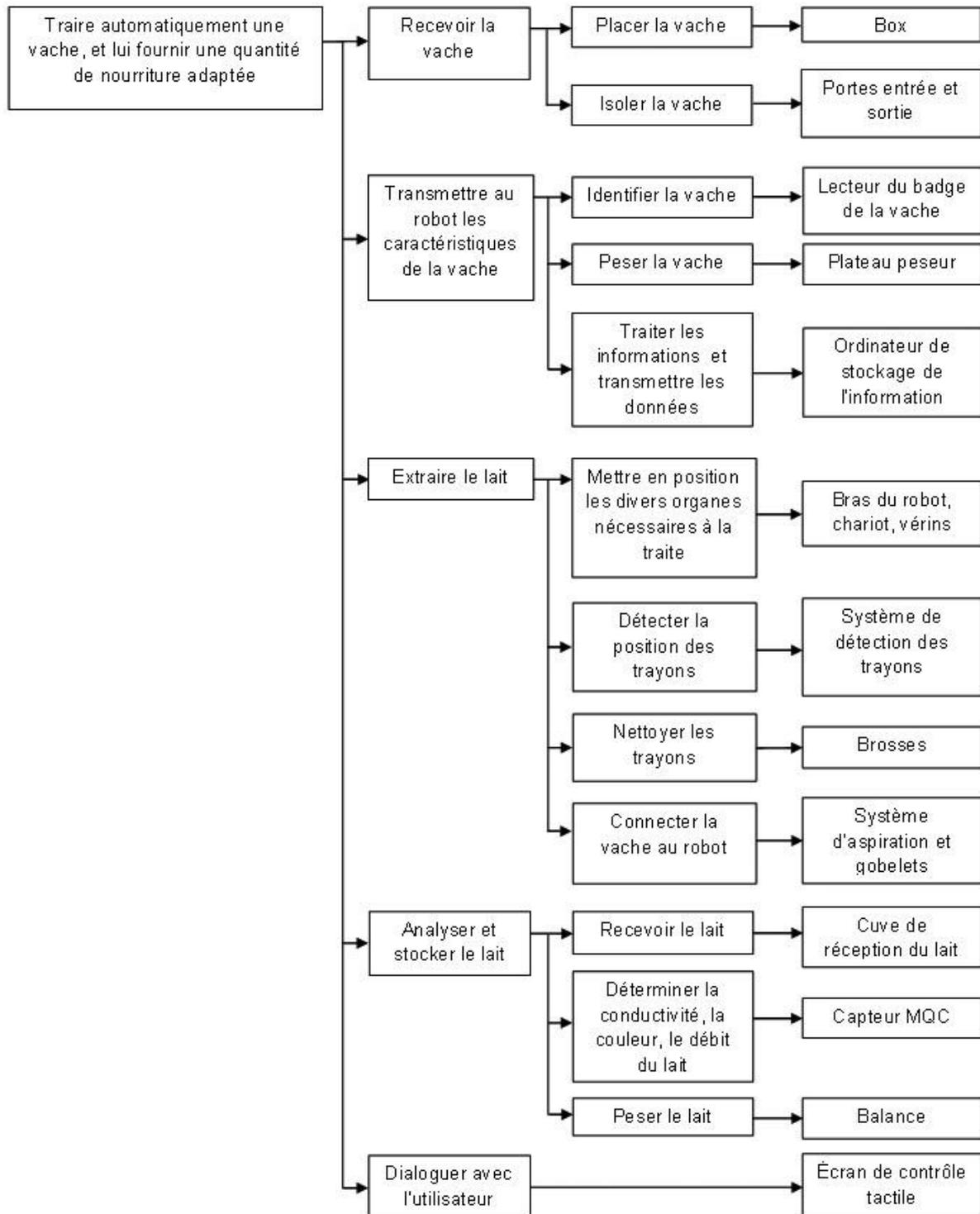
- 17,4 comme meilleure note ;
- 2,6 comme note la plus basse.



Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité d'automatique-informatique industrielle

Première partie

Question 1 : Établir un diagramme de type FAST décrivant les fonctions des différents composants du robot Astronaut A3. Vous vous limiterez à trois niveaux de fonctions.



Question 2 : Déterminer le nombre de traites que peut effectuer le robot sur une plage d'utilisation de 20 heures. En déduire la taille maximale du troupeau lors de l'implantation d'un robot Astronaut A3.

5 traites prennent : $5 \cdot 6 + 4 = 34$ min.

20 traites prennent : $3 \cdot (34) + 5 \cdot 6 + 10 = 142$ min.

En 20 h, on peut réaliser : $20 \cdot 60 / 142 = 8$ fois 20 traites il reste 64 min qui permettent de réaliser 10 traites soit 170 traites en 20 heures.

Le cheptel peut donc contenir $170 / 2.5 = 68$ vaches.

Question 3 : À partir de la situation décrite ci-dessus, déterminer la durée de la phase de connexion des gobelets. Le cahier des charges de la société Lely est-il respecté ?

Temps d'installation, de désinfection et de sortie : 1'40".

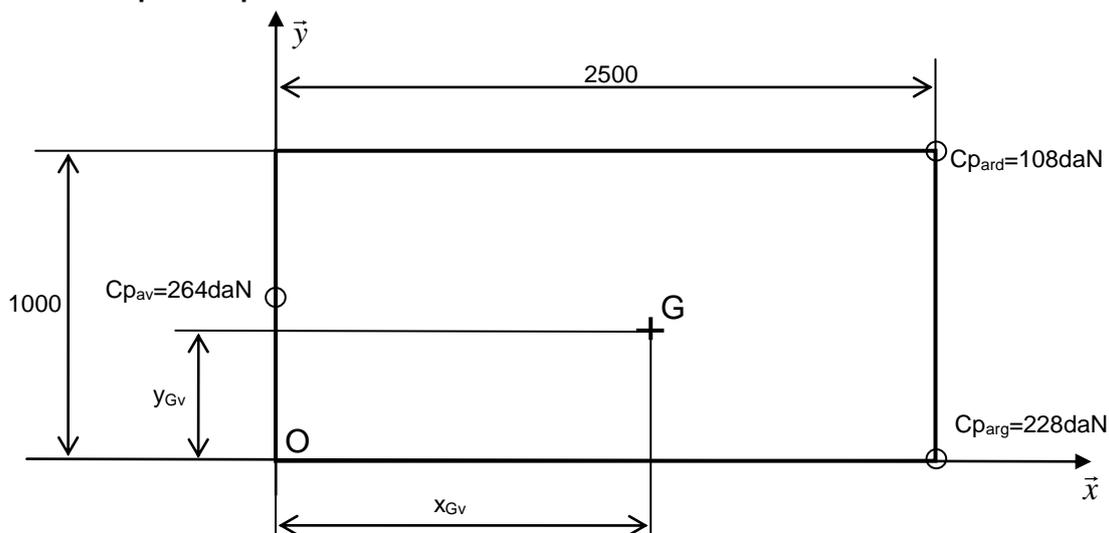
Temps de traite : 6' - 1'40" = 4'20".

Masse moyenne de chaque traite : $25 / 2.5 = 10$ kg.

Durée au débit moyen de 3l/min soit 3kg/min : $10 / 3 = 3,33$ min soit 3'20".

Temps de connexion des trayons : 4'20" - 3'20" = 1' maxi. Cahier des charges vérifié.

Question 4 : Déterminer la position du centre de gravité de la vache en projection dans le plan du plateau.



Poids de la vache (facultatif) : $P_V = 264 + 108 + 228 = 600$ daN.

Soit G_V le centre de gravité de la vache :

$600 \cdot x_{G_V} = (108 + 228) \cdot 2500$; $x_{G_V} = 336 \cdot 2500 / 600 = 1400$ mm.

$600 \cdot y_{G_V} = 264 \cdot 500 + 108 \cdot 1000$; $y_{G_V} = 240 \cdot 1000 / 600 = 400$ mm.

$$\overrightarrow{OG_V} = \begin{pmatrix} 1400 \\ 400 \\ - \end{pmatrix}$$

Question 5 : Déterminer les coordonnées de la position que doit prendre le point G_4 par rapport à sa position repos pour placer la tête de traite dans la position de détection des trayons.

$z_{G_4} = 300$ mm; hauteur par rapport au sol du trayon le plus bas $h_m = 400$ mm. Pour être à 50 mm du trayon la tête de traite doit donc se déplacer sur z de : $400 - 300 - 50 = 50$ mm.

$$\text{Par ailleurs, } \overrightarrow{G_4 O} + \overrightarrow{OG_V} = \begin{vmatrix} 900 \\ 900 \\ - \end{vmatrix}$$

Soit G_{4d} la position de détection des trayons du point G_4 :

$$\overrightarrow{G_4 G_V} + \overrightarrow{G_V G_{4d}} = \begin{vmatrix} 900 \\ 900 \\ 50 \end{vmatrix}$$

Question 6 : En supposant que les moyennes des positions des dix dernières mesures confirment les positions actuelles, déterminer les coordonnées des 4 positions que doit prendre le point G_4 par rapport à sa position d'origine pour placer chaque gobelet sous le trayon correspondant. Les calculs seront détaillés, les résultats seront présentés sous forme de tableau.

Comme le passage de la position basse de détection à la position approche des trayons se fait horizontalement la cote de $z = 50$ mm reste la même.

Soient G_{4avd} , G_{4avg} , G_{4ard} , G_{4arg} les points d'approche à atteindre pour chaque trayon.

Le tableau de la figure 8 du sujet donne les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{G_V t_{aij}}$.

$$\overrightarrow{G_4 G_{4aij}} = \overrightarrow{G_4 G_V} + \overrightarrow{G_V t_{aij}} + \overrightarrow{g_{aij} G_4},$$

avec les coordonnées des gobelets par rapport à G_4 données par le tableau suivant :

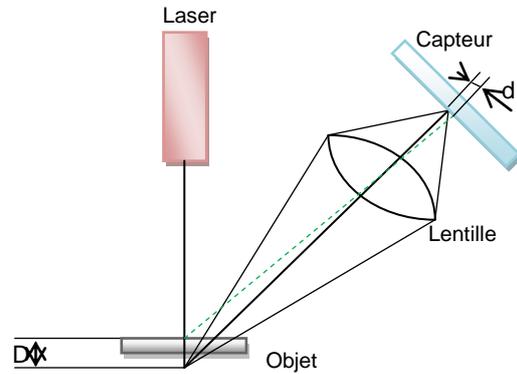
	$\overrightarrow{G_4 g_{4avd}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4avg}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4ard}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4arg}}$
x	150	150	280	280
y	110	-110	60	-60

Donc

	$\overrightarrow{G_4 G_{4avd}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4avg}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4ard}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4arg}}$
x	950	950	970	970
y	870	930	920	880
z	50	50	50	50

Question 7 : Expliquer le principe de fonctionnement de ce type de capteur.

Un rayon laser est projeté sur l'objet. L'élément projeté est visualisé par une caméra et saisi sur un capteur. La position relative de l'émetteur laser et de la caméra est connue. Il est donc possible par triangulation à partir de la valeur d mesuré de calculer D . Pour capturer la géométrie complète d'une pièce, le laser balaie un plan (plan laser) qui lui-même balaie la pièce.



Question 8 : Quelle doit être la résolution des capteurs d'effort sur le tapis peseur ? Proposer différents types de capteurs pouvant convenir à cette mesure de charge sur le tapis peseur.

$$dF = P \cdot dx/L = m \cdot g \cdot dx/L = (750 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 10^{-2} / 2,5) = 14,7 \text{ daN (pour le capteur avant),}$$

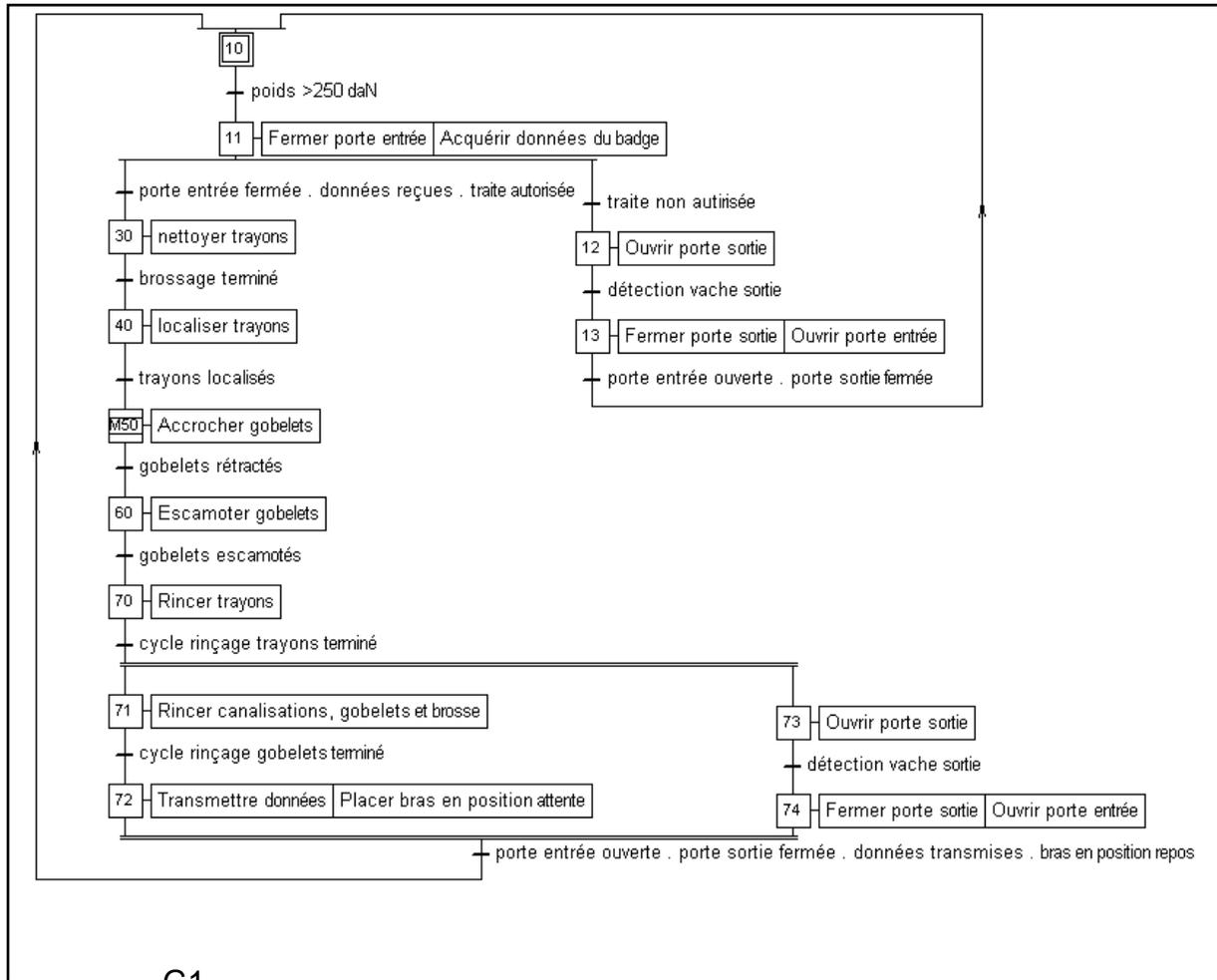
$$dF = 7,35 \text{ daN pour chaque capteur arrière.}$$

Différents types de capteurs envisageables :

- associés à un corps d'épreuve, des jauges de contrainte ou des capteurs de déplacement LVDT (Linear Variable Differential Transformer) ;
- capteurs piézo-électrique.

Deuxième partie

Question 9 : Construire, à partir du tableau définissant les entrées-sorties ci-dessus, un grafcet du point de vue « système » décrivant le cycle de traite. L'accrochage des gobelets sera associé à une macro-étape. Vous chercherez à minimiser le temps d'un cycle.



Question 10 : Proposer un système de contrôle de la sortie de la vache qui permettra de refermer la porte de sortie sans bloquer la vache, sans la coincer et sans que ce soit une autre vache qui déclenche ce capteur.

Un portillon anti retour placé à une distance suffisante de la porte de sortie et qui pour un seuil d'ouverture donné indiquera que la porte de sortie peut se refermer car la vache est suffisamment sortie.

Portillon



Question 11 : Expliquer avec précision les évènements qui se sont déroulés depuis le début de la macro-étape 50. Vous indiquerez clairement l'état actuel du système.

L'état de l'expansion de la macro-étape M50 est {54, 63, 72}.

Pour que l'étape 54 soit active il a fallu que le trayon 1 ait été branché correctement (pression d'aspiration au niveau dp2) et qu'il fournisse du lait [deb 1<>0]. Ce trayon est maintenant en attente de fin de traite.

L'activation de l'étape 63 indique que le trayon 2 a été connecté mais il ne fournit pas encore de lait, si le lait n'apparaît pas au bout de 10 secondes une nouvelle tentative de branchement aura lieu.

Simultanément le bras a connecté le trayon 3 qui ne fournit pas encore de lait non plus.

Avant de passer au trayon 4, le robot attend que le trayon 2 fournisse du lait. Tant que ce ne sera pas le cas il ne passera pas au suivant.

Question 12 : Indiquez alors les différentes évolutions possibles de l'expansion de la macro-étape M50 jusqu'à atteindre la situation {54, 64, 74, 82}. Vous préciserez clairement les occurrences qui la font évoluer et les différentes situations atteintes. Cette situation {54, 64, 74, 82} est-elle stable ?

10 secondes s'étant écoulées, le trayon 2 ne fournit pas de lait, il y a retrait du gobelet et une nouvelle tentative de connexion.

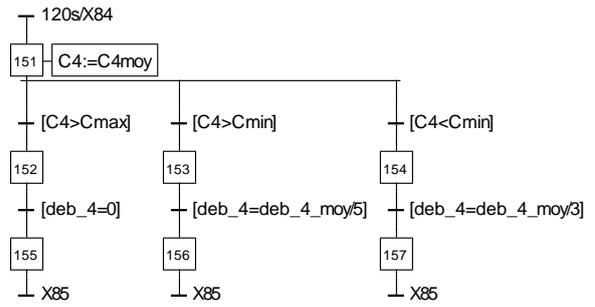
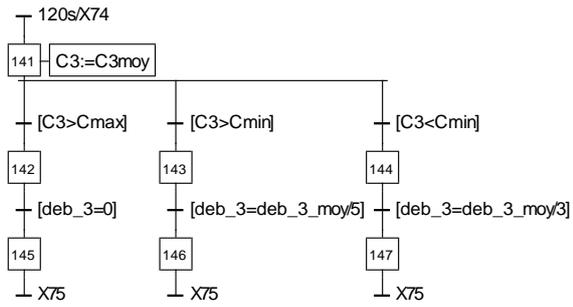
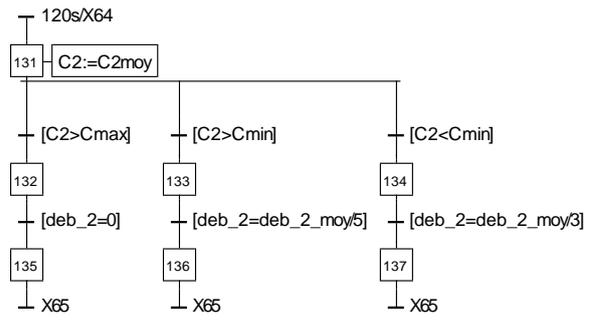
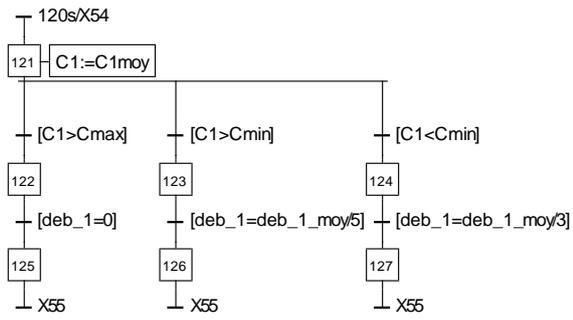
Lorsqu'elle est réalisée, on se retrouve dans l'état précédent.

Pour que l'évolution se fasse alors différemment il faut que le trayon 2 fournisse du lait. L'état est alors {54, 64, 72}. Cet état est instable et on passe immédiatement à l'état {54, 64, 80, 73} : le bras cherche à connecter le trayon 4 (étape 80) et attend un débit de lait du trayon 3 (étape 73).

Si 10 secondes se sont écoulées depuis l'activation de l'étape 72, cet état est à nouveau instable il n'y a pas de débit de lait du trayon 3 et il y a retrait du gobelet {54, 64, 77, 80}. Le bras attend alors que le trayon 4 soit connecté {54, 64, 77, 82} pour tenter une nouvelle connexion sur le trayon 3 {54, 64, 70, 82}.

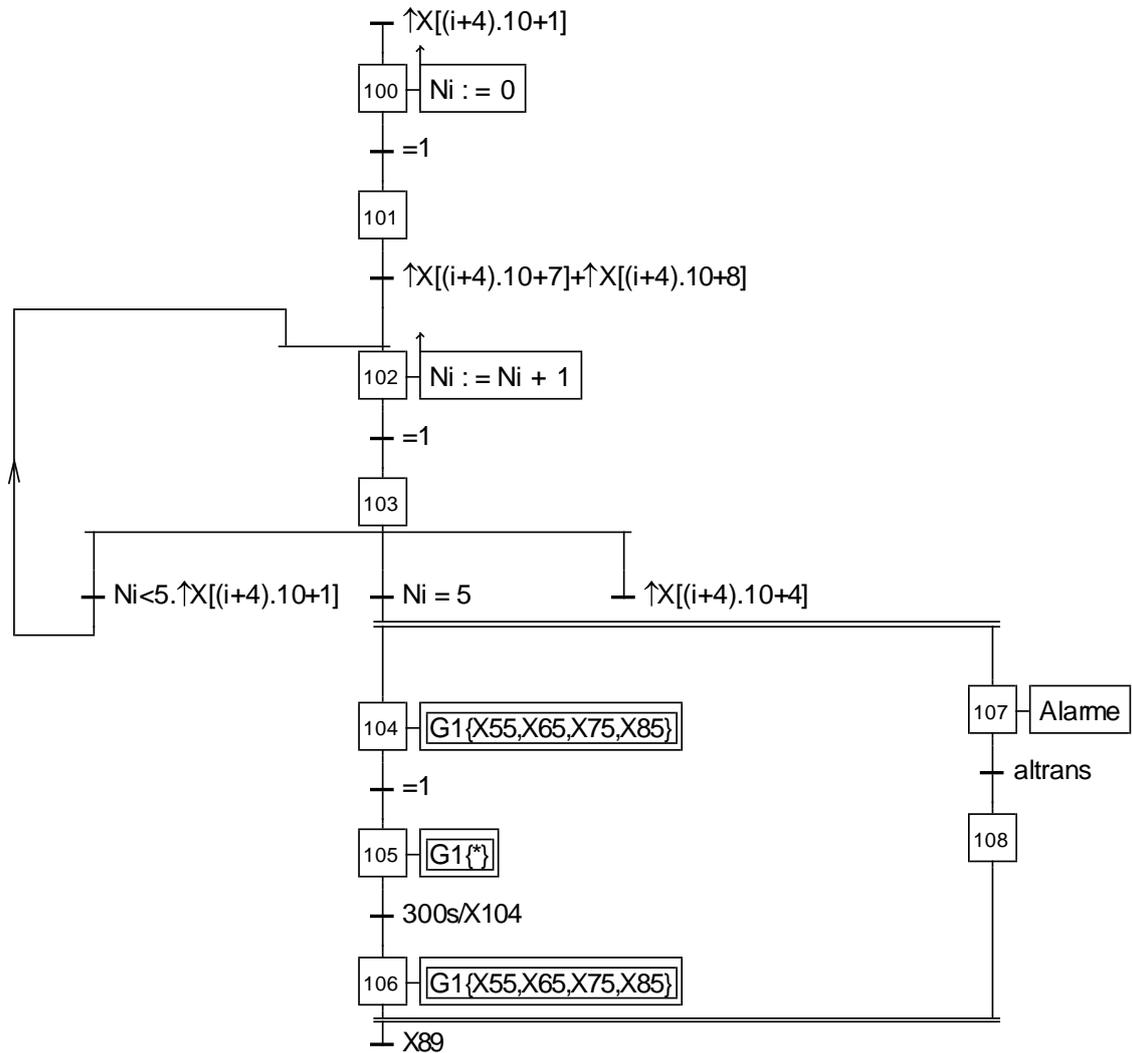
Lorsque ce trayon est branché et qu'il fournit du lait on se retrouve dans la situation attendue {54, 64, 74, 82}. Cet état est instable La réceptivité qui suit 82 est vraie. On évolue vers la situation {54, 64, 74, 83}. Lorsque le trayon 4 donnera du lait on sera dans la situation d'attente de fin de traite {54, 64, 74, 84}.

Question 13 : Élaborer le grafcet de gestion de la fin de traite du trayon 1. Vous n'utiliserez que les variables et informations du tableau de la figure 14. Ce grafcet sera formé à partir de transitions source et puits. Les grafcet de fin de traite des autres trayons seront à l'image de celui du trayon 1. Vous préciserez la numérotation adoptée pour les étapes dans chaque grafcet.



Question 14 : Compléter alors les 4 zones encadrées dans l'expansion de la macro-étape M50 de la figure 13. Vous préciserez les choix de structure effectués.

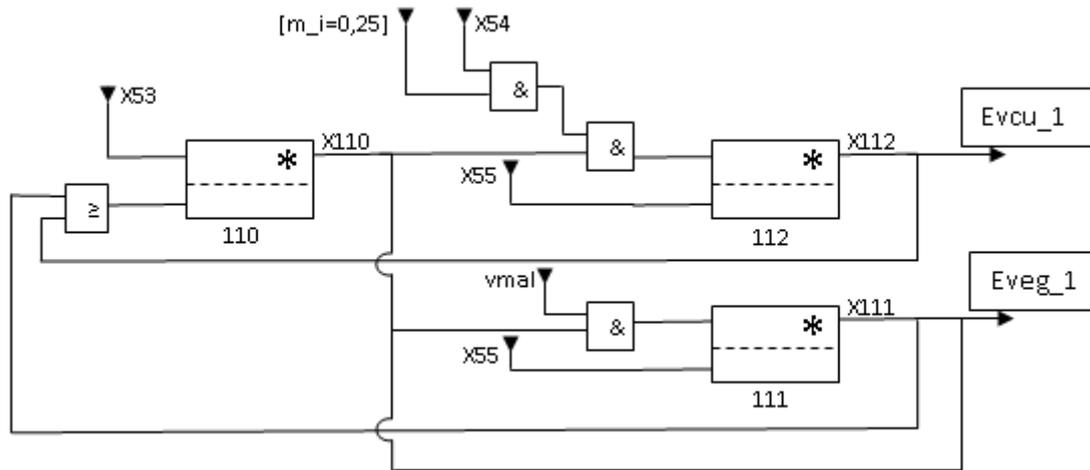
Question 15 : Proposer un grafcet de comptage utilisant une notation indicielle qui le rend valable pour tous les gobelets. Préciser la solution utilisée pour mettre le robot dans la situation arrêt d'urgence.



Question 16 : Expliquer pourquoi il faut utiliser des bascules à enclenchement prioritaire pour décrire un grafcet par logigramme.

Les mémoires utilisées sont à enclenchement prioritaire pour respecter la règle N°5 d'évolution du grafcet : « si une étape est simultanément activée et désactivée, elle reste active ».

Question 17 : Réaliser le logigramme du grafcet de gestion de circulation du lait pour le trayon 1.



Troisième partie

Question 18 : Établir les relations géométriques liant le centre de gravité G_4 de la tête de traite 4 défini par les coordonnées $(x_{G_4}, y_{G_4}, z_{G_4})$, les paramètres géométriques x , θ_{21} et θ_{32} et les longueurs L_2 , L_3 et L_4 .

$$\overrightarrow{OG_4} = \begin{pmatrix} x_{G_4} \\ y_{G_4} \\ z_{G_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ L_2 \cos \theta_{21} + L_3 \sin \theta_{32} + \theta_{21} - L_4 \cos \theta_{32} + \theta_{21} \\ L_2 \sin \theta_{21} - L_3 \cos \theta_{32} + \theta_{21} - L_4 \sin \theta_{32} + \theta_{21} \end{pmatrix}$$

Question 19 : Établir la relation géométrique permettant de définir la longueur $L_5(t)$ en fonction des paramètres géométriques θ_{21} , θ_{510} et les longueurs l_2 et L_{50} où θ_{510} et L_{50} correspondent respectivement à l'angle θ_{51} et à la longueur $L_5(t)$ lorsque le robot de traite automatique Astronaut A3 est en position de traite.

Fermeture géométrique :

$$\begin{aligned} \text{chaîne AFD} : \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = l_2 \overrightarrow{y_2} - L_5 \overrightarrow{y_5}, \\ \text{chaîne AFD}_0 : \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AD}_0 + \overrightarrow{D}_0\overrightarrow{F} = l_2 \overrightarrow{y_0} - L_{50} \overrightarrow{y_{50}}, \end{aligned}$$

où D_0 correspond à la position du point D en position de traite.

L'écriture de l'égalité des deux expressions donne : $l_2 \overrightarrow{y_0} - L_{50} \overrightarrow{y_{50}} = l_2 \overrightarrow{y_2} - L_5 \overrightarrow{y_5}$

Projections dans la base B_0 :

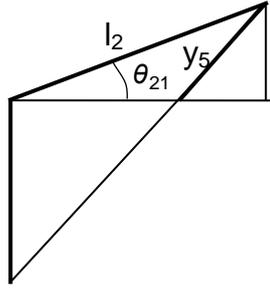
$$\begin{cases} l_2 - L_{50} \cos \theta_{510} = l_2 \cos \theta_{21} - L_5 \cos \theta_{51} \\ -L_{50} \sin \theta_{510} = l_2 \sin \theta_{21} - L_5 \sin \theta_{51} \end{cases}$$

$$L_5 = \sqrt{2 \cdot l_2^2 (1 - \cos \theta_{21}) + L_{50}^2 + 2 l_2 L_{50} \cos \theta_{21} - \theta_{510} - \cos \theta_{510}}$$

Question 20 : À partir des hypothèses définissant les conditions de traite, en déduire une relation entre la course des vérins 5, définie par $y_5(t) = L_5 - L_{50}$, la longueur l_2 et l'angle θ_{21} . Expliciter clairement la (ou les hypothèses) permettant d'écrire cette relation.

Hypothèse : les angles restent petits donc on considère que :

$$y_5 = l_2 \cdot \sin \theta_{21} \text{ soit } \frac{\theta_{21}}{y_5} = \frac{1}{l_2}.$$



Question 21 : En déduire la relation entre la course du vérin 6, définie par $y_6(t)=L_6-L_{60}$, la longueur l_3 et l'angle θ_{32} .

$$\frac{\theta_{32}}{y_6} = \frac{1}{l_3}$$

Question 22 : Proposer une démarche de résolution permettant d'écrire les expressions des actions mécaniques $F_{V1/1}$, $F_{V5/2}$, $F_{V6/3}$ associées aux différents vérins 1, 5 et 6.

Démarche n°1 :

Hypothèses :

- les commandes des axes sont découplées ;
- l'inertie des tiges de vérin est négligée.

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot {1+2+3+4+5+6} :

$$\frac{d}{dt} E_{C_{robot/0}} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

Démarche n°2 :

vérin 1 :

Le système (1, 2, 3, 4, 5, 6) est animé d'un mouvement d'ensemble de translation rectiligne suivant \vec{x}_0 , on peut donc facilement appliquer le théorème de la résultante dynamique en O suivant \vec{x}_0 afin de déterminer l'équation dynamique en x.

vérins 5 et 6 :

On appliquera ici le théorème du moment dynamique :

- sur le système (2, 3, 4) en A suivant \vec{x}_0 pour le vérin 5 (on ne tient pas compte du vérin 6) ;
- sur le système (3,4) en B suivant \vec{x}_0 pour le vérin 6 (on ne tient pas compte des vérins 5).

Question 23 : Écrire l'équation différentielle liant l'effort $F_{V1/1}(t)$ développé le vérin V_1 , la position de la tige du vérin 1, $x(t)$ et ses dérivées successives, une perturbation extérieure $F_P(t)$ et les termes M_{1EQU} , à définir en fonction de m_1, m_2, m_3 et m_4 , et le coefficient de frottement visqueux f_{10} .

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot {1+2+3+4+5+6} :

$$\frac{d}{dt} E_{C_{robot/0}} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

On considère seulement le déplacement du robot selon l'axe de translation \vec{x}_0 .

Énergies cinétiques :

$$E_{C_{robot/0}} = E_{C_{1/0}} + E_{C_{2/0}} + E_{C_{3/0}} + E_{C_{4/0}} + E_{C_{5/0}} + E_{C_{6/0}},$$

avec $E_{C_{1/0}} = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2$, $E_{C_{2/0}} = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2$, $E_{C_{3/0}} = \frac{1}{2} m_3 \dot{x}^2$, $E_{C_{4/0}} = \frac{1}{2} m_4 \dot{x}^2$,

$Ec_{5/0} = 0$ (masse m_5 négligeable) et $Ec_{6/0} = 0$ (masse m_6 négligeable).

Énergie cinétique du robot :

$$Ec_{Robot/0} = \frac{1}{2} [m_1 + m_2 + m_3 + m_4] \dot{x}^2$$

On posera :

$$M_{1Equ} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4.$$

Expression des puissances :

- liaisons parfaites: $P_{int} = 0$;
- frottement : $P_{frottement} = -f_{10} \dot{x}^2$;
- vérin 1 : $P_{vérin/1} = F_{v/1} \vec{x}_0 \cdot \vec{V}_{G_1/10} = F_{v/1} \dot{x}$;
- perturbation : $P_{perturbation} = -F_p \vec{x}_0 \cdot \dot{\vec{x}}_0 = -F_p \dot{x}$;
- pesanteur sur i pour i variant de 1 à 4 en G_i : $P_{pesanteur/i} = -m_i g z_0 \cdot \vec{V}_{G_i/0} = 0$

Équation différentielle associée au vérin 1 :

$$M_{1Equ} \ddot{x} = -f_{10} \dot{x}^2 + F_{v/1} \dot{x} - F_p \dot{x}$$

$$M_{1Equ} \ddot{x} + f_{10} \dot{x} = F_{v/1} - F_p$$

Question 24 : Écrire l'équation différentielle liant l'effort $F_{5/2}(t)$ développé les vérins V_5 , la course des vérins 5, $y_5(t)$ et ses dérivées successives et la masse équivalente M_{5Equ} et le coefficient de frottement visqueux équivalent b_{5Equ} en fonction des différents paramètres $A_2, A_3, A_4, m_2, m_3, m_4, L_2, L_3, L_4, l_2$ et b_{21} .

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot $\{1+2+3+4+5+6\}$.

$$\frac{d}{dt} Ec_{robot/0} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

Expression des énergies cinétiques :

$$Ec_{robot/0} = Ec_{1/0} + Ec_{2/0} + Ec_{3/0} + Ec_{4/0} + Ec_{5/0} + Ec_{6/0}$$

$$Ec_{1/0} = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 = 0,$$

$$Ec_{2/0} = \frac{1}{2} \left[A_2 + m_2 \frac{L_2^2}{4} \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$$Ec_{3/0} = \frac{1}{2} \left[A_3 + m_3 \left[L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$$Ec_{4/0} = \frac{1}{2} \left[A_4 + m_4 \left[\left(\frac{L_3}{2} \right)^2 + L_2 - L_4^2 \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$Ec_{5/0} = 0$, hypothèse : m_5 négligeable, $Ec_{6/0} = 0$, hypothèse : m_6 négligeable.

Énergie cinétique du robot :

$$E_{C_{Robot/0}} = \frac{1}{2} \left[A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[L_2^2 + \left(\frac{L_3}{2} \right)^2 \right] + m_4 \left[L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2$$

On posera : $J_e = A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] + m_4 \left[L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right]$

Expression des puissances :

- liaisons parfaites : $P_{int} = 0$;
- frottement : $P_{frottement} = -b_{21} \dot{\theta}_{21}^2$
- vérin 5 : $P_{vérin/2} = F_{v/2} \cdot \vec{y}_5 \cdot \vec{V}_{D50} = F_{v/2} \dot{y}_5$;
- pesanteur sur 4 en G4 :

$$P_{pesanteur/4} = -m_4 \cdot \vec{g} \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_4 40}$$

$$P_{pesanteur/4} = -m_4 \cdot g \cdot L_2 \cdot L_4 \cdot \dot{\theta}_{21}$$

- pesanteur sur 3 en G3 :

$$P_{pesanteur/3} = -m_3 \cdot \vec{g} \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_3 30}$$

$$P_{pesanteur/3} = -m_3 \cdot g \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_{21}$$

- pesanteur sur 2 en G2 :

$$P_{pesanteur/2} = -m_2 \cdot \vec{g} \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_2 20}$$

$$P_{pesanteur/2} = -m_2 \cdot g \cdot \frac{L_2}{2} \cdot \dot{\theta}_{21}$$

Équation différentielle associée aux vérins 5 :

$$J_e \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \ddot{\theta}_{21} = -b_{21} \dot{\theta}_{21}^2 + F_{v/2} \dot{y}_5 - \left(m_2 \cdot \frac{L_2}{2} + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot (L_2 - L_4) \right) \cdot g \cdot \dot{\theta}_{21}$$

devient

$$\frac{J_e}{l_2^2} \cdot \dot{y}_5 + \frac{b_{21}}{l_2^2} \cdot \dot{y}_5 = F_{v/2} - \left(\left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4 \right) \cdot L_2 - m_4 \cdot L_4 \right) \cdot \frac{g}{l_2}$$

avec

$$J_e = A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] + m_4 \left[L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right]$$

Question 25 : Justifier, en précisant la démarche retenue, la nouvelle écriture du système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot de traite.

À partir des données de l'annexe 1 , on a :

$$F_{v_1/1}(t), F_{5/2}(t) = F_{V_{5/2}}(t) + F_{0 V_{5/2}} \text{ et } F_{6/3}(t) = F_{V_{6/3}}(t) + F_{0 V_{6/3}}$$

À l'équilibre :

$$F_{v_1/1}(t) = 0, F_{5/2}(t) = F_{0 V_{5/2}} \text{ et } F_{6/3}(t) = F_{0 V_{6/3}}.$$

Le système s'écrit alors :

$$\begin{cases} 0 = 0 \\ 0 = 0 + F_{0 V_{5/2}} - \left(\left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4 \right) L_2 - m_4 L_4 \right) \frac{g}{l_2} \\ 0 = 0 + F_{0 V_{6/3}} + \frac{m_4 g L_4}{l_3} \end{cases}$$

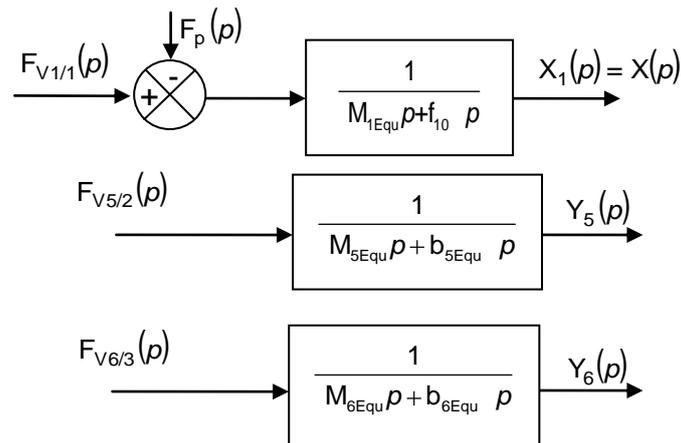
L'introduction de ces deux relations permet d'écrire le système donné dans le texte du sujet :

$$M_{1\text{Equ}} \ddot{x}(t) + f_{10} \dot{x}(t) = F_{V_{1/1}}(t) - F_p(t)$$

$$M_{5\text{Equ}} \ddot{y}_5(t) + b_{5\text{Equ}} \dot{y}_5(t) = F_{V_{5/2}}(t) .$$

$$M_{6\text{Equ}} \ddot{y}_6(t) + b_{6\text{Equ}} \dot{y}_6(t) = F_{V_{6/3}}(t)$$

Question 26 : Après avoir explicité les transformées de Laplace des équations différentielles données précédemment, construire les schémas bloc associés.



Question 27 : Simplifier le schéma bloc donné figure 19 et écrire la fonction de transfert $V(p)/U(p)$ pour $F_p(p)=0$.

Mettre sous la forme $\frac{K_u}{Ap^2 + Bp + C}$ où les termes A, B, C et K_u seront explicités.

En déduire la fonction de transfert $Y(p)/U(p)$.

$$V(p) = \frac{S}{Mp + b} (\Delta P_P(p) - \Delta P_N(p))$$

$$\Delta P_P(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p} Q_{mP}(p) \text{ avec } Q_{mP}(p) = G_u U(p) - \frac{SP_P}{r T_S} V(p)$$

$$\Delta P_P(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p} \left(G_u U p - \frac{SP_P}{r T_S} V p \right)$$

$$\Delta P_N(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p} Q_{mN}(p) \text{ avec } Q_{mN} p = -G_u U p + \frac{SP^e}{r T_S} V p$$

$$\Delta P_N(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p} \left(-G_u U p + \frac{SP^e}{r T_S} V p \right)$$

$$V(p) = \frac{\frac{S}{C_P}}{Mp + b} \left(2G_u U(p) - 2 \frac{S P^e}{r T_S} V(p) \right)$$

$$\frac{V(p)}{U(p)} = \frac{2 \frac{S G_u}{C_P}}{\frac{M_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left(M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}}$$

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{p} \frac{2 \frac{S G_u}{C_P}}{\frac{M_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left(M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}}$$

avec $K_u = 2 \frac{S G_u}{C_P}$, $A = \frac{M_{\text{equ}} V(y^e)}{kr T_S C_P}$, $B = M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V(y^e)}{kr T_S C_P}$, $C = b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}$

Question 28 : Écrire la fonction de transfert $P(p)=V(p)/F_P(p)$ pour $U(p)=0$.
 Mettre sous la forme $\frac{K_P(p)}{Ap^2 + Bp + C}$ où le terme $K_P(p)$ sera explicité.
 En déduire la fonction de transfert $Y(p)/F_P(p)$.

$$P(p) = \frac{Y(p)}{F_P(p)} = \frac{1}{p} \frac{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p}{\frac{M V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left(M + \frac{b V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + \left(b + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P} \right)}$$

avec $K_P(p) = 1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p$

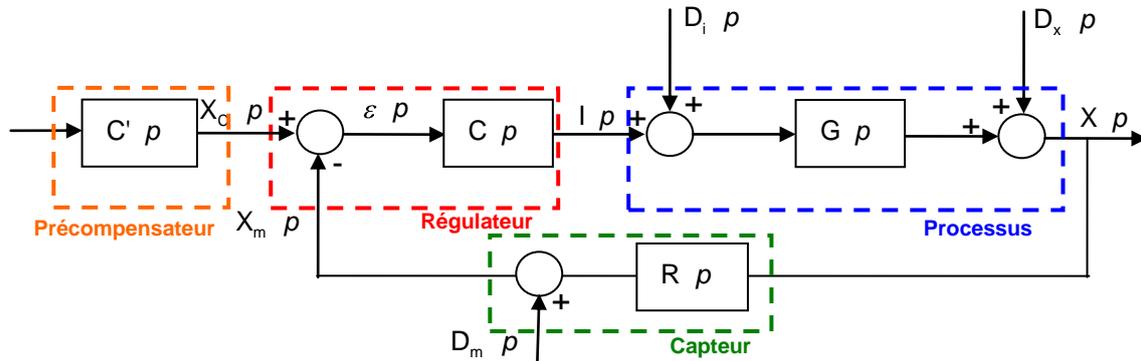
Question 29 : Montrer que le modèle complet associé à la chaîne de transmission selon l'axe \bar{x} peut se mettre sous la forme du schéma fonctionnel donné figure 20 où les termes $F_1(p)$, $G_1(p)$ et $H_1(p)$ seront explicités.

$$H_1(p) = \frac{1}{A p^2 + B p + C}, F_1(p) = K_P(p) = 1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p, G_1(p) = K_u = 2 \frac{S G_u}{C_P}.$$

Question 30 : À partir de l'analyse du processus de traite, justifier le fait qu'une commande en chaîne directe ne permette pas d'atteindre le niveau de performances attendu. Plusieurs justifications pouvant conduire à cette conclusion sont attendues.

Les perturbations (mouvements de la vache, coup de patte) ne sont pas compatibles avec une commande en boucle ouverte car le rejet des perturbations n'est pas possible, non respect des spécifications du cahier des charges.

Question 31 : Proposer, sous forme d'un schéma bloc le plus complet possible, une architecture de commande permettant d'atteindre les objectifs en terme d'asservissement et de régulation.



Question 32 : À partir du schéma-bloc proposé figure 21, exprimer la fonction de sensibilité vis-à-vis de la perturbation $X(p)/F_p(p)$.

$$\frac{X(p)}{F_p(p)} = \frac{\frac{H_1 p F_1 p}{p}}{1 + \frac{H_1 p G_1 p C_1 p}{p}} = \frac{1 + Dp}{K_1 K_u + Cp + Bp^2 + Ap^3}$$

Question 33 : Proposer un modèle mathématique pour $F_p(p)$ modélisant un coup de patte subi par la tête de traite 4.

Modèle associé à un coup de patte : perturbation fugitive donc impulsion d'amplitude F_0 et de largeur faible : $F(p) = F_0 \cdot p$.

Question 34 : Un correcteur à action proportionnelle de gain K_1 permet il d'annuler les effets de la perturbation vis-à-vis de la position de la tête de traite ?

Théorème valeur finale :

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot X(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1 + Dp}{K_1 K_u + Cp + Bp^2 + Ap^3} \cdot F_0 = 0$$

La perturbation fugitive est annulée, elle est rejetée par la correction proportionnelle.

Question 35 : L'implantation d'un correcteur à action proportionnelle de gain unitaire permet elle de respecter les spécifications du cahier des charges en terme de stabilité, rapidité et précision ?

Précision : OK.

Rapidité : pulsation de coupure $\omega_u = 4 \text{ rad/s} < 10 \text{ rad/s}$, non respectée.

Stabilité : $M\phi = 44^\circ < 60^\circ$, non respectée.

Un correcteur à action proportionnelle de gain unitaire n'est pas satisfaisant.

Question 36 : Déterminer la valeur de K_1 permettant de respecter la spécification de rapidité. En déduire la valeur de la marge de phase $M\phi$. Tracer l'allure de l'évolution de la position du chariot 1 pour la valeur de K_1 trouvée.

Valeur de K_1 : sur le diagramme de Bode, on lit la valeur du gain en dB conduisant à la translation de la courbe de gain de telle sorte qu'elle coupe l'axe 0 dB pour $\omega_u = 10$ rad/s.

$$20 \cdot \log K_1 = 13,5 \text{ donc } K_1 = 4,7.$$

Marge de phase : $M\phi = 5^\circ$. La marge de phase obtenue est plus faible que celle obtenue pour $K_1 = 1$ donc l'évolution de la position du chariot 1 sera plus oscillante que celle de la figure 22.

Question 37 : Au vu des résultats précédents, est-il possible de valider le choix d'un correcteur proportionnel ? Si non, quel type de correcteur faudrait-il implanter pour améliorer les performances du bras du robot de traite Astronaut A3 ? Justifier votre réponse.

Non, pour pouvoir respecter à la fois les contraintes en terme de rapidité et stabilité, il est nécessaire d'implanter un correcteur à avance de phase afin d'apporter de la phase positive autour de ω_u (pulsation au gain unité) et ainsi augmenter le degré de stabilité tout en préservant la rapidité.

Question 38 : À partir des spécifications de rapidité et de stabilité imposées par le cahier des charges, déterminer les paramètres K_2 , ω_b et ω_h .

Pour une pulsation de coupure $\omega_m = \omega_u = 10$ rad/s, on souhaite une marge de phase de $M\phi = 60^\circ$.
Lecture sur diagramme bode : $\phi(j\omega_u) = 175^\circ$ donc phase à apporter par le correcteur :

$$\phi_m = 60 + 175 - 180 = 55^\circ.$$

$$a = \frac{1 + \sin(\phi_m)}{1 - \sin(\phi_m)} = 10, \quad \omega_b = \omega_u \frac{1}{\sqrt{a}} = 3,16 \text{ rad/s}, \quad \omega_h = \omega_u \sqrt{a} = 31,6 \text{ rad/s}$$

$$\text{Gain } K_2 : |\beta j\omega_u| = 1 \text{ où } |\beta j\omega_u| = |H_1 j\omega_u| \cdot |G_1 j\omega_u| \cdot \left| \frac{1 + \frac{j\omega_u}{\omega_b}}{1 + \frac{j\omega_u}{\omega_h}} \right| \cdot K_2 \quad \text{d'où} \quad K_2 = 1,5.$$

Question 39 : Au vu des résultats précédents et des spécifications du cahier des charges, est-il possible de valider le correcteur proportionnel dérivé $C_2(p)$?

Non, en dépit de l'avance de phase apportée par le correcteur $C_2(p)$ qui permet d'atténuer les oscillations, le comportement du chariot 1 est encore sujet à un dépassement supérieur à la limite fixée par le cahier des charges.

Question 40 : Quel est l'impact de ce coup de patte sur la traite d'une vache sachant qu'un trayon mesure entre 5 et 10 cm ? Quel type d'action faudrait-il prévoir au niveau du grafcet décrivant la connexion des gobelets ?

D'après la figure 26, la conséquence d'un coup de patte est un déplacement de la tête de traite supérieur à 12 cm d'où l'arrachement des gobelets.

Il faut prévoir une nouvelle connexion des gobelets.

Question 41 : Quelle(s) solution(s) technologique(s) permettrai(ent) de limiter l'influence de ce coup de patte ?

Implantation d'un verrouillage mécanique interdisant tout déplacement du fait d'un coup de patte.

Question 42 : Cette commande permet elle de respecter les critères de performances définis par le cahier des charges ?

Oui car l'ensemble des spécifications définies par le cahier des charges fonctionnelles sont satisfaites.

Question 43 : Proposer une synthèse décrivant et justifiant la démarche mise en œuvre dans le questionnement de ce sujet pour répondre à la problématique globale de la pertinence économique de l'installation d'un robot de traite automatique.

L'implantation d'un robot de traite automatique est pertinente économiquement si :

- les temps d'installation, de positionnement, de connexion et de nettoyage sont suffisamment faibles pour ne pas pénaliser la production ;
- le robot assure une traite continue, sans interruption, indépendamment des mouvements de la vache ;
- la qualité du lait est irréprochable tout en assurant une production importante.

Ces éléments justifient les études menées et décrites ci-dessous :

Caractérisation des conditions nécessaires à l'implantation d'un robot de traite

Description des opérations préparatoires à la traite automatique

- ↳ détermination de la position du centre de gravité de la vache
- ↳ détermination des déplacements nécessaires au placement initial de la tête de traite
- ↳ détermination des déplacements nécessaires au placement sous les trayons

Description de différentes phases du fonctionnement d'un robot de traite à l'aide de différents outils

- ↳ traite automatique
- ↳ connexion des gobelets
- ↳ circulation du lait en fonction de la qualité

Synthèse d'une loi de commande dédiée à la gestion de la traite en cours

- ↳ élaboration d'un modèle de connaissance du comportement dynamique du robot de traite
- ↳ synthèse de différents correcteurs devant permettre de respecter les performances imposées par le cahier des charges

Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité d'automatique-informatique industrielle

1. Présentation du sujet

Le support de l'épreuve est un robot de traite automatique Astronaut A3. Le principe de la traite automatique est de laisser à la vache la liberté de choisir le moment où elle souhaite être traite.

Le sujet s'intéresse à la validation de la pertinence économique de l'installation d'un robot de traite dans une exploitation agricole laitière.

Pour répondre à cette problématique, le sujet aborde les aspects dédiés à :

- l'optimisation de la qualité et de la quantité de lait produit ;
- la gestion globale des interactions vache-robot en termes de sécurité.

Le sujet se décompose en quatre parties indépendantes :

- la première s'intéresse à la validation de l'implantation du robot de traite dans une exploitation agricole et à la caractérisation des actions préliminaires nécessaires à la réalisation d'une traite ;
- la deuxième est dédiée à la modélisation du fonctionnement propre aux opérations de connexion des gobelets, de gestions des durées de traite et de circulation du lait par le robot ;
- la troisième est consacrée à la problématique dédiée à la réalisation d'une traite continue et complète indépendamment des interactions entre la vache et le robot de traite ;
- la quatrième est une synthèse de l'étude menée sur le robot de traite.

Ce thème a conduit les candidats à mobiliser des compétences telles que :

- analyser selon une approche fonctionnelle et structurelle tout ou partie d'un système automatique ;
- décrire le fonctionnement et représenter tout ou partie d'une évolution temporelle consécutive à un événement d'entrée ;
- modéliser le comportement dynamique de tout ou partie d'un système automatique ;
- synthétiser des paramètres de tout ou partie d'un système automatique en vue de répondre à un cahier des charges ;
- vérifier les performances de tout ou partie d'un système automatique.

2. Analyse globale des résultats

Le volume global des réponses fournies par de nombreux candidats est très faible au vu de la durée de l'épreuve. Trop de candidats ne consacrent pas le temps minimal nécessaire à la bonne lecture du sujet et proposent des réponses ne respectant pas les énoncés ainsi que les notations imposées par le questionnaire.

Le jury souhaite aussi attirer l'attention des candidats sur la nécessité de produire des copies irréprochables tant au niveau de la présentation que de la justification et de l'argumentation des réponses.

Les réponses faisant appel à des outils de description graphique doivent respecter les normes.

3. Commentaires et conseils aux futurs candidats

Pratiquement la totalité des candidats a abordé les premières questions, les erreurs rencontrées proviennent, pour la plupart, d'une lecture superficielle du sujet.

La détermination d'un centre de gravité ou encore de coordonnées spatiales d'un point pose des difficultés à trop de candidats. Il en résulte une perte de temps préjudiciable à la résolution des questions suivantes.

L'étude séquentielle se décompose en une analyse de fonctionnement puis une construction de solutions basées sur différentes problématiques.

L'analyse est maîtrisée par une grande majorité des candidats, toutefois certaines réponses sont insuffisamment précises et structurées.

La question 9 appelant une proposition de solutions à partir des descriptions données par le sujet est largement abordée mais les réponses sont rarement optimisées vis-à-vis d'un objectif de temps de cycle réduit.

Les questions plus ouvertes du point de vue de la conception n'ont vu que peu de réponses. Celles-ci sont souvent partielles, peu rigoureuses et non conformes aux hypothèses du sujet.

La progression et l'articulation des questions n'ont pas été perçues par la majorité des candidats.

L'étude géométrique préliminaire à la modélisation et optimisation du comportement du robot n'a abouti qu'exceptionnellement alors que la méthode attendue est très classique.

L'écriture des équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot est rendu difficile du fait de la non maîtrise des hypothèses et des choix d'isolement associés aux théorèmes généraux de la mécanique.

Les candidats qui ont abordé la modélisation des comportements des systèmes électromagnétiques ont très souvent réussi à exprimer les différentes fonctions de transfert.

L'expression de fonctions de transfert associées aux études en asservissement ou/et en régulation à partir de schémas bloc donnés pose des problèmes à de nombreux candidats.

Des outils de caractérisation des performances d'un système automatisé, tel que le théorème de la valeur finale, ne sont pas maîtrisés.

La synthèse d'un correcteur à avance de phase n'est correctement réalisée que de façon exceptionnelle.

La qualité très moyenne des prestations n'a pas permis aux candidats de proposer des réponses convenables à la quatrième partie. Seules quelques copies abordent de façon pertinente cette synthèse de l'étude menée sur le robot de traite automatique.

4. Conclusions

Ce sujet, basé sur un système pluri-technologique, innovant et implanté dans de très nombreuses exploitations agricoles laitières à travers le monde a été l'occasion d'aborder plusieurs problématiques industrielles réelles.

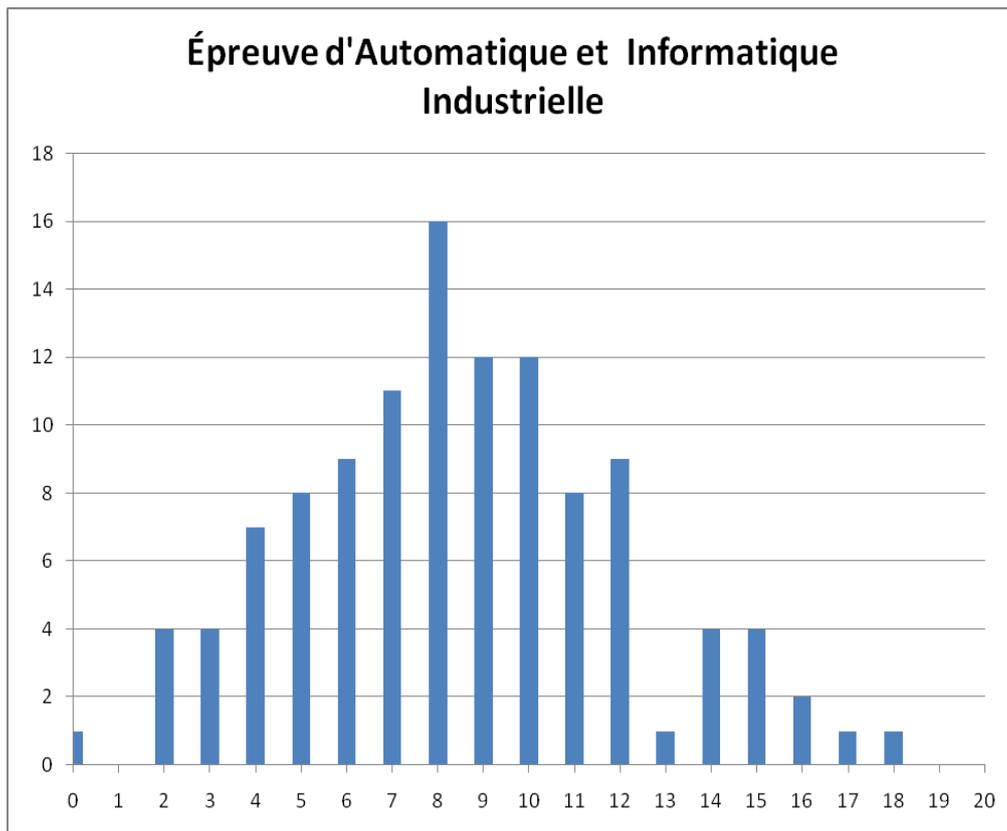
La structuration de l'étude sous forme de problématiques industrielles permet l'émergence d'un fil conducteur qui sert alors de colonne vertébrale au sujet et permet de mieux appréhender les finalités du questionnement.

Le jury attire l'attention des futurs candidats sur la nécessité de maîtriser les compétences associées aux domaines de la mécanique, l'automatique linéaire, l'automatique séquentielle et l'informatique industrielle afin de pouvoir appréhender le fil conducteur des futurs sujets proposés et pouvoir ainsi valoriser leur esprit de synthèse.

5. Résultats

113 candidats, dont 7 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 7,93 avec :

- 17,8 comme meilleure note ;
- 0 comme note la plus basse.



Rapport du jury de l'épreuve d'admission de leçon de mécanique

1. Rappel de l'objectif de l'épreuve

La leçon de Mécanique permet au jury d'évaluer l'aptitude des candidats à concevoir et à construire une leçon dans le cadre d'une séquence pédagogique pour laquelle le niveau (pré ou post baccalauréat) et les objectifs pédagogiques à atteindre sont précisés.

2. Déroulement de l'épreuve

Pour la session 2011, les candidats devaient exposer leur travail durant environ 35 minutes à l'issue d'une préparation de 4 heures. Cet exposé s'est prolongé par un échange d'environ 15 minutes avec le jury.

Pour chaque leçon, un dossier numérique est fourni au candidat en début de préparation. Les programmes des classes visées sont joints à ce dossier. Le dossier contient le sujet ainsi que des documents ressources, que le candidat est libre d'utiliser et de modifier. Différents types de documents et d'activités peuvent être envisagés en séance, le candidat disposant durant l'exposé d'un vidéoprojecteur et d'un tableau.

Durant l'exposé, le candidat est invité à développer sa présentation en trois temps :

- mise en situation de la séance avec une justification du positionnement de la séquence par rapport au référentiel de la classe considérée, présentation et justification de sa construction ainsi que des acquis préalables nécessaires. Il est rappelé que la séquence est l'ensemble cohérent des cours, TD et TP qui permettent d'atteindre un ou plusieurs objectifs de formation, décrits en termes de compétences. Il est également attendu que le candidat ait choisi de manière raisonnée les supports utilisés, et en fasse la présentation ;
- développement de la séance ; la séance est une activité limitée dans le temps, partie d'une séquence d'enseignement. Elle permet d'atteindre quelques-uns des objectifs intermédiaires associés à la compétence visée. Il s'agit de développer son activité comme s'il était en présence d'élèves. Des contractions de temps peuvent être envisagées ;
- bilan de la séance avec une conclusion sur la séance présentée, la poursuite du déroulement de la séquence, et présentation d'une fiche de synthèse qui sera en possession des élèves à l'issue de la séquence. La construction de ce document doit être argumentée, sa structure primant sur le niveau de détails.

Dans un quatrième temps, un échange avec le jury est engagé. Il s'agit d'apporter des éclaircissements sur certains choix effectués par le candidat dans la construction de la séquence, de la séance ou sur certains points abordés durant la séance. Un animateur choisi parmi les membres du jury rassemble les questions des autres membres du jury durant l'exposé du candidat. Il leur donne ensuite la parole selon une progression cohérente.

Le jury rappelle que chacun de ces quatre temps est pris en compte dans l'évaluation. Le jury est en particulier sensible à la justification de la construction de la séquence, de son positionnement, et également du choix des supports envisagés pour les différentes activités de la séquence.

L'identification des difficultés principales de la séquence doit notamment permettre d'articuler sa construction. Le bilan effectué par le candidat après la séance est par ailleurs un élément dont l'évaluation sera renforcée. Ce bilan doit introduire une analyse du travail proposé et expliciter les activités élève qui suivront la leçon présentée.

Thèmes de la session 2011

Les thèmes, proposés au cours de la session 2011, du concours sont listés ci-après :

- actions mécaniques – modélisation;
- caractéristiques mécaniques principales des matériaux ;
- éléments finis - conditions de mise en œuvre de la méthode ;
- énergies et rendement ;
- frottement de Coulomb, applications ;
- machines thermiques ;
- mouvements plans, centre instantané de rotation, équiprojectivité ;
- pertes de charge et dimensionnement de conduite ;
- principe fondamental de la statique ;
- produit-matériaux-procédés ;
- théorème d'Euler ;
- principe fondamental de la dynamique ;
- résistance des matériaux – torseur des actions de cohésion ;
- théorème de Pascal ;
- étude d'un capteur d'effort ;
- repérage et paramétrage ;
- transferts thermiques.

Les thèmes proposés peuvent faire appel à différentes activités : cours introductif, cours de synthèse, travail dirigé - cours, travail dirigé d'application, travail pratique de découverte, travail pratique d'application, et évaluation. Le sujet de la leçon pourra éventuellement préciser la partie de la séquence qui devra être faite en séance devant les élèves.

Évaluation des candidats

Les compétences évaluées

Parmi les compétences d'un futur enseignant, l'épreuve de leçon de Mécanique permet d'évaluer plus particulièrement celles qui relèvent de la pédagogie :

- proposer une organisation pédagogique globale (chronologie, niveau, durée, démarche...) ;

- concevoir la séquence d'enseignement (ordre des activités TP, TD, cours...);
- lister les prérequis essentiels à la séquence (connaissances, capacités);
- faire le choix des supports d'enseignement;
- contextualiser l'étude (choix d'un problème...);
- concevoir l'activité "élève" proposée (cours, TD ou ...);
- élaborer une fiche de synthèse;
- communiquer oralement et s'exprimer avec précision;
- présenter des informations visuelles (tableau, rétro...);
- faire l'usage des TIC (création de PréAO, exploitation de maquettes numériques);
- exploiter des ressources et des résultats fournis;
- formuler des conclusions;
- mobiliser ses savoirs scientifiques et techniques;
- mener des calculs mécaniques;
- appliquer des démarches et utiliser des modèles;
- justifier et critiquer des choix faits.

3. Commentaires et conseils aux futurs candidats

Quel que soit le niveau, la rigueur scientifique est exigée. Pour les leçons qui paraissent simples, trop de candidats apportent des définitions incomplètes, imprécises voire fausses.

La partie exposée de la séquence d'enseignement **doit en tout état de cause porter sur ce que le candidat juge être le cœur du sujet.** Des indications comme « leçon d'application », « développement d'une méthodologie » ou « leçon de synthèse » apparaissent dans les textes des sujets proposés. Les candidats doivent y être très attentifs, et situer leur présentation dans le cadre indiqué. Cela suppose un choix raisonné des acquis préalables et/ou des points précédemment traités. Le candidat est invité à sélectionner les notions essentielles qui facilitent la compréhension du sujet abordé.

La séance n'est pas centrée sur une présentation abstraite et formelle du thème imposé; elle peut, et doit, s'appuyer sur un ou plusieurs exemples (de préférence en dehors du champ du laboratoire de physique). Ces derniers doivent contribuer à mettre en évidence certaines notions fondamentales dont l'acquisition fait partie des objectifs imposés. De nombreux candidats utilisent les technologies numériques mises à leur disposition à bon escient pour présenter leur plan de séquence ou illustrer les exemples choisis pour développer leur leçon. Cette année encore, peu d'entre eux se sont servis des animations et des maquettes numériques mises à disposition. Toutefois le jury apprécie de voir les candidats réaliser une partie de leur présentation au tableau.

Le jury conseille aux candidats de lire attentivement les objectifs lors de la préparation à l'épreuve afin de vérifier que la séquence et la séance qu'ils conçoivent y répondent de manière

satisfaisante. En particulier, le type d'activité à présenter en séance est souvent précisé. Il convient alors bien entendu de suivre cette consigne. Si la présentation d'un travail dirigé est par exemple demandée, elle ne saurait se résumer à une prestation de type « khôlle », ne mettant en avant aucune interaction avec les élèves.

Le jury a pu constater qu'après une identification des connaissances nouvelles à transmettre, les candidats omettent en cours de séance **de mettre en exergue les points clés des apprentissages** (connaissance, méthodes, lois, principes, théorèmes ...). Il convient de mettre en évidence ces points clés, oralement et/ou par écrit au tableau.

Le candidat dispose durant la préparation d'un accès à internet. Lorsque des documents pédagogiques ou des supports non fournis au candidat sont utilisés, leur origine doit, de manière évidente, être précisée. Pour améliorer la forme de sa prestation, le candidat doit s'efforcer de varier les rythmes de l'exposé et les moyens d'expression dont il dispose (communication écrite au tableau, au vidéoprojecteur, communication orale, expériences simples...) de manière à soutenir l'attention de son auditoire. Trop d'écritures au tableau rendent une leçon fastidieuse ; trop peu d'écriture fait oublier sa structure. Le jury est naturellement sensible au soin apporté à la présentation du tableau et des documents proposés, ainsi qu'à la clarté de l'élocution, à la précision de la communication. Il est aussi sensible aux fautes d'orthographe qui émaillent le tableau ou les diapositives projetées à l'écran.

En conclusion, le candidat doit s'efforcer d'intéresser le jury, en sachant que celui-ci cherche à évaluer l'impact formatif qu'il aurait sur les élèves. Le délayage et les répétitions destinés à remplir la durée impartie à l'épreuve sont peu appréciés.

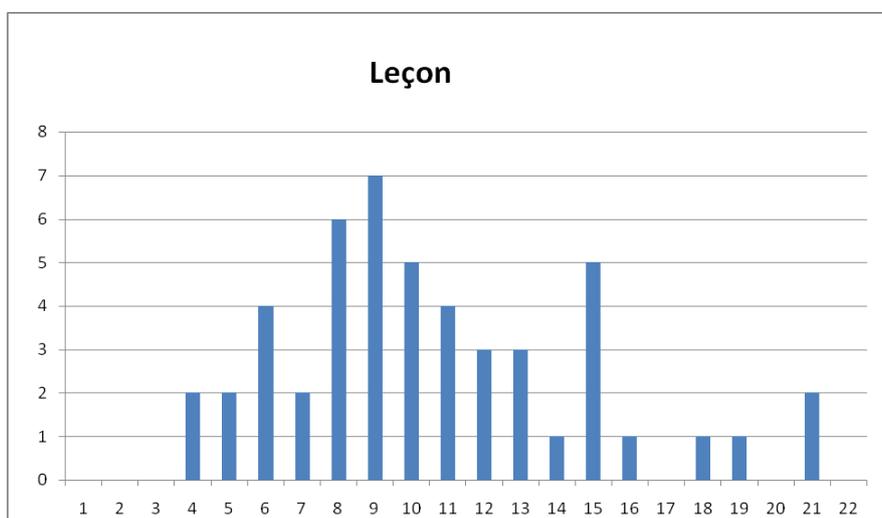
4. Conclusion

Le jury conseille aux futurs candidats de s'imprégner de ce rapport. Il tient à les avertir que dans le cadre de la réforme du lycée, les programmes STI2D et SI du cycle terminal seront mis en application à la rentrée 2011. L'épreuve de leçon en tiendra compte, et par conséquent les objectifs pédagogiques à développer par le candidat seront adaptés aux nouveaux programmes. Les supports d'étude et l'approche de l'étude seront conformes au triptyque MEI (Matériaux Energie Information).

5. Résultats

49 candidats ont participé cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 9,2 avec :

- 20,0 comme meilleure note ;
- 3 comme note la plus basse.



Rapport du jury de la deuxième épreuve d'admission

1. Présentation de l'épreuve

Le jury rappelle l'évolution des textes réglementaires concernant cette épreuve (JORF n°0004 du 6 janvier 2010 dont extrait dans encadré ci-dessous) et ayant pris effet à la session 2011.

Durée de la préparation : 1 heure 15
Durée de l'épreuve : 1 heure maximum
Coefficient 2

L'épreuve se déroule en deux parties. La première partie est notée sur 15 points, la seconde sur 5 points.

Première partie : soutenance d'un dossier industriel

Durée de la présentation du dossier : 20 minutes maximum
Durée de l'entretien : 20 minutes maximum

L'épreuve consiste en la soutenance devant le jury d'un dossier technique et scientifique du domaine de la conception mécanique industrielle préparé par le candidat, suivie d'un entretien.

Le dossier présenté par le candidat est relatif à un système technique à dominante mécanique. **Son authenticité et son actualité sont des éléments décisifs.** Il se caractérise par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, que le produit soit de type « grand public » ou de type « équipement industriel » non unitaire.

Le produit répond à un cahier des charges fonctionnel, présent dans le dossier, et à des spécifications dont la description est conforme aux normes en vigueur.

Le programme du concours précise les éléments constitutifs du dossier.

En utilisant les moyens modernes de présentation (vidéoprojecteur et informatique associée en particulier), le candidat présente au jury le support technique qu'il a choisi pour l'épreuve, et les investigations et développements qu'il a conduits pour s'en approprier totalement le fonctionnement et les évolutions potentielles.

Lors de la présentation, le candidat doit indiquer brièvement les thèmes et niveaux d'exploitations pédagogiques pertinents qu'il serait possible, selon lui, de **tirer des points remarquables du dossier.**

Pendant l'entretien, le jury conduit des investigations destinées à se conforter dans l'idée que le dossier présenté résulte bien d'un travail personnel du candidat. Celles-ci peuvent conduire à explorer des pistes présentées dans le dossier mais qui n'ont pas fait l'objet d'une présentation orale suffisamment détaillée et à demander au candidat des explications relatives aux démarches utilisées dans les différentes phases des études techniques et scientifiques, voire des démonstrations liées à

la mobilisation des outils informatiques exploités lors des études proposées dans le dossier.

Les candidats doivent impérativement déposer au secrétariat du jury le dossier qu'ils doivent présenter cinq jours francs au moins avant la date de début des épreuves d'admission.

Seconde partie : interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »

Durée de la présentation : 10 minutes

Durée de l'entretien avec le jury : 10 minutes

Le candidat répond pendant dix minutes à une question, à partir d'un document qui lui a été remis au début de l'épreuve, question pour laquelle il a préparé les éléments de réponse durant le temps de préparation de l'épreuve. La question et le document portent sur les thématiques regroupées autour des connaissances, des capacités et des attitudes définies dans le point 1 de l'annexe de l'arrêté du 12 mai 2010 portant définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier.

[Arrêté du 12 mai 2010](#)

L'exposé se poursuit par un entretien avec le jury pendant dix minutes.

Déroulement de l'épreuve, session 2011

Cette année, l'épreuve s'est déroulée de la manière suivante : le candidat dispose de quarante-cinq minutes pour préparer le sujet relatif à l'interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État de façon éthique et responsable (AFE) » et trente minutes pour installer l'environnement matériel de son exposé sur le dossier industriel. Il dispose pour cela d'un poste informatique multimédia. Le sujet « AFE » comporte des liens vers des textes susceptibles d'être exploités comme ressources. Le candidat formule ses réponses aux questions posées sur un document libre qu'il présentera devant le jury.

2. Analyse des résultats, commentaires et conseils aux futurs candidats

2.1. Première partie : soutenance du dossier industriel

Le dossier présenté doit résulter d'un travail personnel du candidat ; le jury le vérifie. Le dossier est réalisé dans le cadre d'un échange avec une entreprise. Le candidat doit montrer les investigations et développements qu'il a conduits pour s'en approprier totalement le fonctionnement et les évolutions potentielles. **Le travail personnel attendu du candidat prend sens par la présentation argumentée des conclusions et non par la liste des actions menées.**

Le dossier doit contenir les études conduites exploitant les connaissances attendues d'un professeur agrégé dans le domaine de la conception et de la mécanique industrielle. Ceci ne doit pas être compris comme la nécessité d'une étude mécanique théorique lorsqu'elle ne se justifie pas.

Le support de l'étude doit permettre au candidat de faire preuve de réelles connaissances en technologie dans un contexte industriel choisi pour sa pertinence technique et pédagogique.

L'épreuve s'appuie sur un **dossier personnel de 40 pages** au **maximum** réalisé par le candidat. Le dossier est préparatoire à l'épreuve. Le jury demande au candidat de faire parvenir les **dossiers en deux exemplaires** et un **CD-ROM**. Le CD-ROM contient le fichier du dossier, la maquette numérique 3D dont le fichier complet est fourni, et les fichiers de simulation. Le CD-ROM est à structurer en quatre répertoires : CAO, simulations, dossier, et éventuellement annexes. Les maquettes numériques doivent être fournies en format natif **et en format neutre** (*IGES* ou *STEP*).

Les compétences évaluées

Parmi les compétences d'un futur enseignant, l'épreuve de soutenance d'un dossier industriel permet d'évaluer plus particulièrement la capacité du candidat à :

- rechercher et conduire un partenariat industriel ;
- mettre en œuvre une méthodologie de résolution de problèmes ;
- modéliser (passer de la réalité au modèle) ;
- mobiliser ses connaissances scientifiques et techniques ;
- appliquer des démarches, des modèles, avec rigueur ;
- analyser des résultats ;
- justifier et critiquer des choix ;
- concevoir une solution nouvelle ;
- communiquer et s'exprimer oralement ;
- présenter des informations visuelles (informations écrites, graphique... au tableau, au vidéo projecteur) ;
- formuler des conclusions ;
- proposer deux ou trois activités pédagogiques en relation **avec les études abordées dans le dossier**.

Les recommandations

L'aspect technique et scientifique

Le jury conseille au candidat :

- de rechercher un support moderne pluri technologique, attrayant et industrialisé dès la décision d'inscription au concours ;
- de choisir un support dont l'authenticité et l'actualité sont des éléments décisifs. Il se caractérise par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, qu'il soit de type "grand public" ou de type "équipement industriel" non unitaire ;
- de vérifier les potentialités du support au regard des développements scientifiques, technologiques et pédagogiques possibles ;
- d'utiliser une ou plusieurs problématiques techniques pour guider l'étude. **L'expérience montre que sans problématique technique, il est difficile d'éviter le piège de la validation de l'existant** ;
- de rechercher une pertinence et une authenticité des problèmes posés ;
- de mettre en œuvre de manière lisible les méthodes de résolution de problème et les outils associés. Il est utile de rappeler que les outils numériques ne doivent pas être utilisés comme des « boîtes noires ». En particulier, pour les codes « Éléments Finis » il convient de maîtriser les formulations, les algorithmes de résolution, la mise en données,...

- de justifier les modèles d'étude et les solutions technologiques retenues : le développement des calculs associés au cours de l'exposé doit être réduit aux étapes essentielles (l'utilisation d'outils de simulation numérique est appréciée lorsqu'elle est pertinente) ;
- de s'appuyer sur une maquette numérique fonctionnelle, permettant l'utilisation d'outils de simulation de comportement pour la partie étudiée ;
- de placer l'étude d'une manière adaptée dans le cadre général d'une méthode moderne de développement de produit (ingénierie collaborative, simulation numérique, optimisation produit-matériau-procédé, spécification ISO, utilisation d'une chaîne numérique intégrée, pré-industrialisation, ...) sans voir dans chaque point un passage obligé.
- de proposer lorsque l'étude s'y prête, un dessin d'ensemble et la définition ISO d'un composant.

L'aspect pédagogique

Le jury conseille au candidat :

- d'identifier « des propositions d'exploitations pédagogiques pertinentes en relation avec les points remarquables du dossier ». L'exhaustivité n'a pas à être recherchée ;
- de détailler les intentions pédagogiques pour deux à trois activités ;
- de préciser les objectifs pédagogiques et d'être attentif à leurs formulations ;
- de privilégier les activités pédagogiques se fondant sur un problème technique réel posé par le support industriel ;
- d'envisager des travaux pratiques sur le réel lorsque le support et la problématique le permettent ;
- de proposer les exploitations pédagogiques dans le respect des référentiels et des directives pédagogiques.

L'expression et la communication dans le dossier

La qualité du dossier et le respect des règles qui lui sont imposées (nombre de pages, date d'envoi, CD-ROM) montrent la maîtrise par le candidat des outils de la communication écrite et la façon dont il s'inscrit dans une institution.

La prestation du candidat permet au jury d'évaluer qu'il saura maîtriser la communication dans une classe et exercer de manière efficace et sereine sa fonction de professeur.

Le jury conseille aux candidats de :

- profiter des temps de préparation, qui ne sont pas des temps d'attente ; en particulier, ouvrir les fichiers annexes (CAO, vidéo,...) qui peuvent être utiles pour répondre à certaines questions ;
- préparer des documents multimédia adaptés à une soutenance d'une durée de vingt minutes maximum ;
- préparer des animations aidant à comprendre le fonctionnement ;
- lors de la présentation, limiter le nombre de diapositives. Trente semble être un maximum raisonnable.

Conclusions

Le jury conseille aux candidats :

- de s'assurer de l'existence d'une problématique industrielle réelle dans le cadre d'un partenariat avec une entreprise ;
- de conserver un regard critique par rapport au travail réalisé en lien avec l'entreprise ;
- pour les candidats qui souhaitent présenter à nouveau un dossier élaboré pour une précédente session, de continuer à faire vivre le partenariat engagé, de faire évoluer le dossier et de prendre en compte les remarques du jury lors des entretiens précédents ;
- de s'assurer, pour les candidats issus des milieux de l'industrie où de la recherche, que la constitution du dossier ne se réduit pas à une simple présentation de leurs expériences professionnelles.

2.2. Deuxième partie : Interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »

Le jury constate une bonne préparation de cette partie de l'épreuve par les candidats en amont du concours et observe que ces derniers ont su tirer profit des ressources mises à leur disposition.

Les synthèses qui nous sont présentées – à l'aide d'un diaporama - sont généralement bien formulées et font référence aux textes réglementaires. On peut cependant regretter un manque de clarté dans la définition des rôles et missions des différentes instances d'un EPLE (conseil d'administration, conseil de discipline, commission permanente,...). Par ailleurs, les candidats ne font que très peu référence aux comités d'hygiène sécurité et conditions de travail lorsqu'il s'agit d'aborder ces problèmes. Il en est de même pour ce qui concerne le comité de vie lycéenne.

Le jury a également constaté une certaine volonté des candidats à ne pas prendre de décision tranchée dans l'expression de leurs recommandations et conclusions.

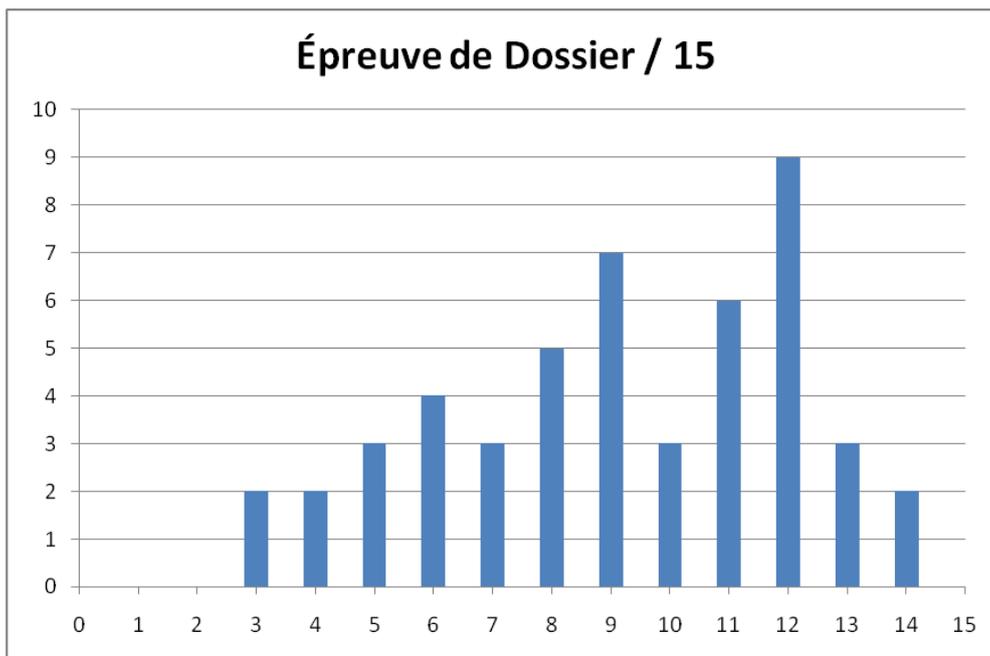
Le jury conseille notamment aux futurs candidats :

- de s'informer du fonctionnement d'un EPLE afin de mieux connaître les rôles et missions des différentes instances qui s'y rattachent : conseil d'administration, CESC, conseil de discipline, conseil pédagogique, CHSCT, commission permanente, CVL, etc. ;
- d'avoir une connaissance approfondie des droits et des devoirs d'un fonctionnaire de l'Éducation Nationale ;
- de s'informer et d'approfondir « les compétences professionnelles des maîtres » de l'annexe 3 de l'arrêté du 19 décembre 2006 ;
- d'affirmer davantage leur point de vue en le fondant sur les droits et devoirs du fonctionnaire de l'Éducation Nationale dans l'exercice de sa fonction.

3. Résultats

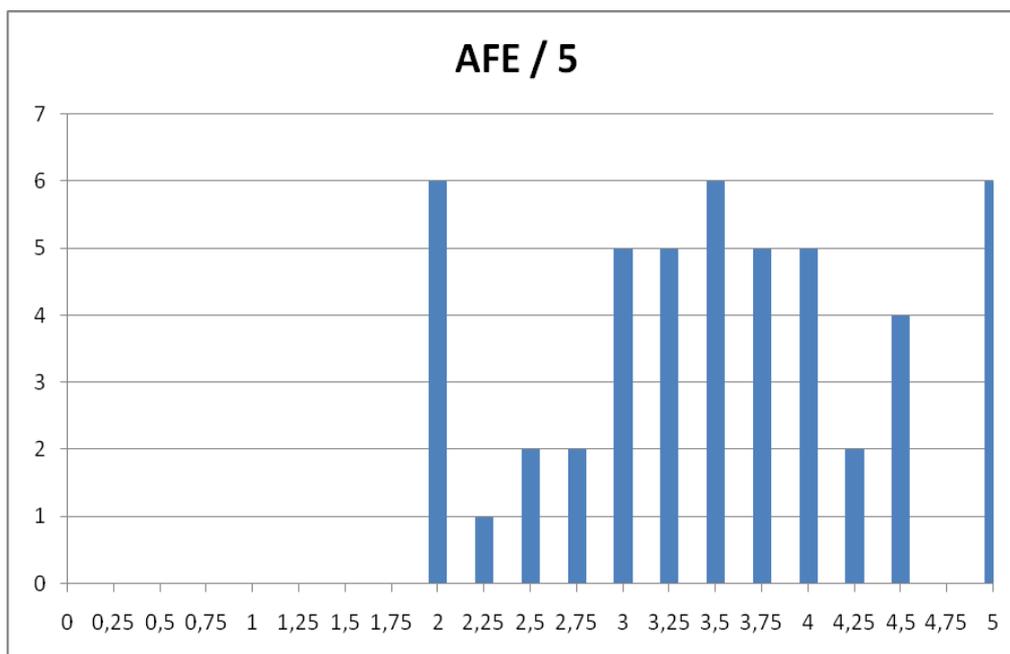
49 candidats ont participé à la première partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,7/15 avec :

- 13,6 comme meilleure note ;
- 2,3 comme note la plus basse.



49 candidats ont participé à la seconde partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 3,4/5 avec :

- 5,0 comme meilleure note ;
- 1,8 comme note la plus basse.



Rapport du jury de l'épreuve d'admission de travaux pratiques relatifs à un produit ou système technique

1. Objectifs de l'épreuve

L'épreuve de travaux pratiques relatifs à un produit ou à un système technique prend appui sur un système pluri technologique complexe et vise à évaluer les compétences que les candidats mettent en œuvre pour résoudre un problème technique posé au niveau de l'agrégation, pour exploiter ce système afin de préparer une activité pédagogique à caractère expérimental à un niveau donné, et pour communiquer les démarches mises en œuvre et les résultats obtenus.

Cette épreuve de travaux pratiques nécessite de la part des candidats de savoir mobiliser toutes les connaissances et compétences qu'un professeur doit être en mesure de mettre en œuvre dans le cadre d'un enseignement pouvant être confié à un professeur agrégé de mécanique. C'est dans ce but que les supports utilisés lors de cette épreuve ne se limitent pas au champ du comportement mécanique des systèmes mais intègrent aussi ceux de la gestion de l'énergie et du traitement de l'information.

Les supports utilisés à la session 2012 prendront en compte l'évolution forte des programmes du baccalauréat S-Sciences de l'Ingénieur et du nouveau baccalauréat Sciences et Technologies de l'Industrie et du Développement Durable (STI2D).

Déroulement de l'épreuve

L'épreuve comporte trois phases :

- phase 1 : mise en œuvre des équipements au laboratoire (durée 4 h 30) ;
- phase 2 : préparation dans la salle d'exposé (durée 0 h 30) ;
- phase 3 : présentation des travaux devant un jury (durée 1 h 00).

La première phase se découpe en trois parties. La première partie (durée 0 h 30) permet aux candidats, via les manipulations demandées et les questions posées, d'appréhender globalement le système et d'en comprendre le fonctionnement. Elle permet également d'identifier l'instrumentation présente sur le support technique (capteurs, appareils de mesure) utilisables en vue de réaliser l'exploitation pédagogique proposée en troisième partie. La deuxième partie (durée 2 h 00) positionne les candidats dans une démarche de résolution de problèmes techniques, au cours de laquelle ils doivent mobiliser leurs compétences au niveau de l'agrégation. La troisième partie (durée 2 h 00) sera l'occasion pour les candidats de préparer une activité pédagogique à caractère expérimental, en s'aidant d'un ou plusieurs protocoles qu'ils seront amenés à définir et à valider.

La troisième phase se découpe en quatre parties : présentation du système (durée maximale 5 min), compte-rendu des manipulations effectuées dans la deuxième partie de la phase 1 et conclusion (durée maximale 15 min), présentation de l'exploitation pédagogique (durée maximale 25 min) et entretien avec le jury (durée maximale 15 min).

Compétences attendues par le jury

Lors de cette épreuve de travaux pratiques, le jury évalue chez les candidats les compétences suivantes :

- s'approprier un support matériel de TP ;
- identifier une problématique pertinente par rapport au questionnement proposé ;
- mettre en œuvre des outils informatiques ;

- conduire, élaborer, justifier un protocole expérimental ;
- exploiter des résultats expérimentaux et exprimer des conclusions ;
- élaborer, justifier, analyser de manière critique un modèle ;
- évoluer en autonomie en mobilisant toutes ses connaissances ;
- faire preuve d'ingénierie pédagogique en élaborant une séance d'activités pratiques dans une séquence cohérente, inscrite dans un plan de formation du niveau donné ;
- dégager l'essentiel de la problématique identifiée en s'appuyant sur les expériences menées et les modèles construits ;
- présenter oralement ses travaux (clarté, originalité...) ;
- être pertinent et réactif aux questions posées.

Supports retenus et activités demandées

Pour la session 2011, les supports retenus pour cette épreuve de travaux pratiques ont été les suivants :

- appareillage de dialyse instrumenté ;
- barrière de péage ;
- béquille électro-hydraulique de moto ;
- bras anthropomorphique de jockey ;
- essuie vitre / lave vitre de motrice ;
- moyeu de vélo ;
- panneau solaire asservi ;
- pilote électro-hydraulique ;
- phare automobile orientable ;
- système de conditionnement de balles ;
- système de dosage gravitaire de produits pulvérulents ;
- système de relaxation régulé ;
- système de trancannage ;
- robot aspirateur.

Ces supports ont permis aux candidats de mettre en œuvre leurs compétences à haut niveau scientifique sur les activités suivantes :

- détermination des caractéristiques d'une chaîne d'énergie ;
- détermination des paramètres significatifs dans une modélisation ;
- identification du comportement de composants ;
- mesure du comportement d'un système ;
- modélisation d'un système ;
- optimisation d'une solution industrielle ;
- recalage d'un modèle ;
- simulation et prédiction de performance ;
- validation des performances d'un cahier des charges.

Les activités pédagogiques demandées aux candidats faisaient référence aux connaissances et savoirs faire suivants :

- caractérisation d'un capteur – niveau pré bac ;
- caractérisation d'une chaîne de traitement de l'information – niveau post bac ;
- étude d'une chaîne d'énergie – niveau pré bac ;
- étude du freinage exponentiel – niveau post bac ;
- étude du frottement et du glissement – niveau post bac ;
- mesure et évaluation du rendement d'une chaîne d'action – niveau pré bac ;
- modélisation d'une structure flexible – niveau post bac ;

- modélisation et validation de performance – niveau post bac ;
- validation du dimensionnement de composants pour un critère statique – niveau post bac.

2. Analyse globale des résultats

Les résultats sont conformes aux années précédentes, c'est-à-dire qu'ils restent légèrement décevants dans leur globalité. Il semble indispensable que les futurs candidats s'imprègnent de l'idée que les activités de travaux pratiques peuvent constituer de véritables activités d'apprentissage et qu'elles constituent des modalités pédagogiques pertinentes.

3. Commentaires et conseils aux futurs candidats

Sur l'appropriation du support (première partie de la phase 1)

Pour cette première partie, le questionnement est conçu pour permettre une compréhension globale du système et de son fonctionnement. Elle doit permettre au candidat de montrer sa capacité à aborder le système inconnu de façon globale en identifiant sa structure et son fonctionnement. Un dossier technique et des ressources documentaires sont à sa disposition. Cette première phase est fondamentale pour permettre au candidat de dégager une problématique pertinente dans la suite des activités (deuxième et troisième partie de la phase 1). Le système proposé au candidat peut être le système réel ou un système didactisé issu du réel. Il est important que le candidat prenne en compte dès la phase d'appropriation les différences entre ces deux cas de figures.

Pour cette partie, le jury constate régulièrement :

- un manque d'esprit d'analyse pour identifier les informations pertinentes pour s'approprier le support ;
- des observations parcellaires (voire parfois inexistantes) du système alors qu'elles doivent être associées à la consultation des ressources documentaires ;
- des difficultés à utiliser des outils d'analyse externe et interne pour décrire le fonctionnement.

Sur les travaux pratiques à haut niveau scientifiques (deuxième partie de la phase 1)

Pour cette partie de l'épreuve, le candidat peut être amené à utiliser une instrumentation spécifique dédiée à la mesure de grandeurs physiques sur les systèmes instrumentés. Une aide d'utilisation est fournie, et le jury assiste le candidat pour l'aider en cas de difficultés matérielles.

Les candidats peuvent également être amenés à mettre en œuvre différents outils informatiques (logiciels de pilotage et/ou d'acquisition dédiés aux supports, modeleurs volumiques, logiciels de simulation, calculs par éléments finis, tableurs, traitements de textes, logiciels de calcul...). La maîtrise de ces logiciels n'est pas exigée et une aide est systématiquement fournie.

Les logiciels proposés peuvent, par leurs possibilités de simulation, faciliter la compréhension des phénomènes et éviter des calculs longs et complexes. En revanche ils ne dispensent pas les candidats de l'ensemble des hypothèses et des justifications nécessaires.

Dans le cas des logiciels d'acquisition de grandeurs physiques du système réel, ils ne dispensent pas le candidat d'observer pendant la phase d'acquisition le comportement du système réel ou didactisé.

La maîtrise des connaissances fondamentales dans les domaines de la mécanique, de la technologie et de l'automatique est indispensable pour mettre en œuvre les différents équipements proposés aux candidats et résoudre les problématiques techniques auxquelles ils sont confrontés.

Sur cette partie, le jury constate régulièrement :

- une analyse insuffisante du sujet proposé ;
- une absence de problématisation des sujets proposés ;

- une maîtrise insuffisante des méthodes courantes d'analyse ;
- une exploitation limitée des équipements due à des analyses superficielles, des manipulations approximatives et des interprétations peu rigoureuses des résultats obtenus, qui résultent probablement d'une pratique insuffisante de la démarche à caractère expérimental ;
- une culture technologique insuffisante des capteurs, pré actionneurs et actionneurs ;
- une incapacité à passer du modèle au réel et inversement ;
- une connaissance insuffisante de l'automatique des systèmes linéaires et séquentiels.

Le jury ne saurait donc que trop conseiller aux futurs candidats de combler leurs lacunes sur ces points.

Les candidats qui ont bien réussi la présentation de l'activité expérimentale se sont attachés à :

- présenter rapidement le système proposé, la problématique posée, les données et l'environnement matériel considérés inconnus du jury ;
- structurer l'exposé à partir d'un plan ;
- présenter et/ou justifier les protocoles ;
- présenter les résultats de façon claire et précise ;
- faire une analyse critique de ces résultats ;
- mettre en relation les chaînes d'énergie et d'information ;
- montrer l'influence du comportement de la partie opérative sur la partie commande si cela est justifié ;
- tirer les conclusions techniques qui s'imposent vis-à-vis du problème posé.

Le jury tient à préciser que la mise en œuvre de supports équipant les laboratoires des filières S-SI, STI, STS, CPGE peut aider certains candidats préparant à s'inscrire dans la démarche souhaitée dans cette partie. Cette possibilité de mise en œuvre ne saurait néanmoins se substituer à une pratique expérimentale régulière des systèmes complexes industriels.

Sur la réalisation d'une activité pédagogique à caractère expérimental (troisième partie de la phase 1)

En intégrant tout ou partie des résultats obtenus lors de la mise en œuvre des équipements fournis, le candidat doit proposer une exploitation pédagogique à caractère expérimental en mettant en évidence l'apport spécifique des activités de travaux pratiques dans l'enseignement des sciences pour l'ingénieur.

Le jury constate régulièrement que les candidats :

- ne définissent pas la place de la séquence proposée dans le plan de formation annuel du niveau proposé ;
- ne précisent pas de façon argumentée la place de l'exploitation pédagogique dans la séquence ;
- ne dégagent pas suffisamment les objectifs et les connaissances à transmettre ;
- ont des difficultés à structurer une démarche cohérente conduisant à la transmission de compétences nouvelles au niveau imposé et à identifier les centres d'intérêt associés au système étudié ;
- présentent le plus souvent des activités de travaux dirigés plutôt que des activités à caractère expérimental ;
- ne proposent pas de protocole expérimental qu'ils ne mettent pas en œuvre et ne valident pas ;

- réduisent leur temps consacré à la préparation de l'exploitation pédagogique (au profit de l'étude à haut niveau scientifique), ce qui les pénalise.

Le jury conseille aux futurs candidats d'étudier attentivement les programmes et les objectifs de formation des baccalauréats S (option Sciences de l'Ingénieur) et STI2D, des BTS CPI, IPM, MAI, DUT GMP et des CPGE (filiales PCSI - PSI et PTSI - PT), ainsi que les commentaires associés. Cette étude leur permettra de proposer une exploitation pédagogique qui soit en adéquation avec le niveau imposé. Une réflexion pédagogique sur les objectifs de formation de ces filiales est indispensable pour cette partie.

Sur la présentation des travaux face au jury (phase 3)

Les candidats disposent de 45 minutes au maximum pour présenter les résultats des travaux et de l'exploitation pédagogique qu'ils ont réalisés. Il s'agit d'un temps pendant lequel ils doivent présenter le support sur lequel ils ont travaillé (5 minutes au maximum), présenter les manipulations effectuées et les résultats obtenus en TP (15 minutes au maximum), et présenter leur exploitation pédagogique à caractère expérimental (25 minutes maximum). Le jury dispose ensuite de 15 minutes au maximum pour s'entretenir avec le candidat.

Le jury attend lors de cette phase de restitution des investigations menées durant la phase de préparation que le candidat soit capable :

- de décrire le système ;
- de décrire et d'analyser les mesures effectuées ;
- de situer la séquence dans un plan de formation cohérent ;
- de situer l'activité expérimentale dans la séquence pédagogique ;
- d'expliciter les connaissances et compétences visées par la séance et les moyens de leur évaluation ;
- de définir l'enchaînement des activités réalisées par les élèves dans la séance ;
- de proposer, justifier et valider un ou des protocoles expérimentaux.

Le jury attend également du candidat qu'il mette en œuvre des compétences professionnelles en matière de communication :

- produire un discours clair, précis et rigoureux en sachant attirer l'attention du jury ;
- être pertinent et réactif aux questions posées ;
- être capable de dégager l'essentiel et de donner du sens aux connaissances développées ;

Le jury constate que de trop nombreux candidats ne savent pas mettre à profit le temps qui leur est imparti (45 minutes au total) pour valoriser la réflexion, les analyses et les synthèses issues des travaux à caractère expérimental qu'ils ont menés dans le cadre d'une problématique pertinente au regard des questions du sujet et des possibilités du support.

Lors de la phase de présentation des manipulations effectuées, de nombreux candidats commencent leur prestation sans avoir défini le problème posé, ni la nature de l'environnement matériel du déroulement du TP. Certains n'en précisent même pas le titre. Le jury déplore l'absence de démarche et de rigueur pour résoudre le problème technique posé. Certains exposés omettent de présenter les résultats significatifs et les étapes de la mise en œuvre sur le matériel. L'exposé doit en effet au contraire mettre en valeur le travail réalisé en laboratoire. Le jury attend du candidat tout au long de son exposé une prestation conduite au niveau de l'agrégation et non un discours fondé sur des généralités.

Lors de la phase de présentation de l'activité pédagogique, il est important pour les candidats d'aller à l'essentiel et de replacer la séquence proposée dans son contexte. Il n'est pas nécessaire qu'ils

présentent de façon exhaustive l'organisation pédagogique générale de l'année de formation correspondante.

Les candidats qui ont bien réussi dans cette présentation de l'exploitation pédagogique se sont attachés à :

- situer l'exploitation dans une séquence inscrite dans un plan annuel de formation ;
- ne pas proposer des activités de travaux dirigés ;
- construire leur exposé à partir des résultats expérimentaux obtenus dans la troisième partie de la première phase de l'épreuve ;
- présenter l'organisation pédagogique générale de la séance (objectifs opérationnels, pré requis, connaissances nouvelles, environnement matériel) ;
- proposer un plan de déroulement de la séance avec les points clés ;
- développer la partie expérimentale de la séance qui amène les compétences nouvelles, en présentant les manipulations, résultats expérimentaux et conclusions attendues ;
- préciser les travaux donnés aux élèves et les modes d'évaluation.

Sur le comportement des candidats

De trop nombreux candidats manquent de méthode et de rigueur pour appréhender un système pluri technologique dans sa globalité et sa complexité. Cette épreuve de travaux pratiques ne s'improvise pas et doit se préparer tout au long de la formation post-baccalauréat conduisant à l'agrégation.

Les candidats se réfèrent avec une confiance aveugle aux modèles numériques et ont en revanche beaucoup de méfiance vis-à-vis des résultats expérimentaux. Même si c'est une évidence, il n'est pas inutile de le rappeler ici, une épreuve de travaux pratiques est avant tout une épreuve expérimentale.

L'agrégation est un concours prestigieux qui impose le respect aussi bien de la part des examinateurs que de celle des candidats. Les candidats doivent se présenter dans une tenue digne de candidats à un concours de recrutement de cadres A de la fonction publique.

4. Conclusions

À l'avenir, la « culture des systèmes pluri technologiques » sera davantage valorisée au travers de sujets plus équilibrés entre les problèmes sur les chaînes d'énergie et les chaînes d'information. En effet, aujourd'hui il n'est plus possible d'ignorer que la conception globale des systèmes fait appel tout autant à la connaissance des systèmes de commande qu'à ceux des chaînes d'action mécanique. De la même façon, un agrégé de mécanique ne peut ignorer les bases de l'électrotechnique utiles à la caractérisation de la chaîne d'énergie, notamment des actionneurs électriques, de leur commande et de leur protection.

5. Résultats

49 candidats ont participé cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 9,0 avec :

- 18,9 comme meilleure note ;
- 3,1 comme note la plus basse.

Travaux Pratiques

