

SESSION 2012

**AGRÉGATION
CONCOURS EXTERNE**

Sections : GÉNIE MÉCANIQUE / MÉCANIQUE

ÉPREUVE D'AUTOMATIQUE-INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

A

Les candidats peuvent formuler toutes les hypothèses qu'ils jugeront nécessaires pour répondre aux questions posées.

Cellule de production agile

Présentation

La cellule de production agile exploitée dans ce sujet est le fruit d'un partenariat entre différents grands groupes industriels, PME-PMI et Universitaires. Cette plateforme technologique, présentée à la figure 1, permet de matérialiser à l'échelle industrielle les concepts et l'intégration des progrès technologiques permettant de répondre au problème de production flexible où la ligne de production dite « agile » admet une capacité « rapide » de reconfiguration. Ce concept de ligne de production flexible et agile nécessite de prendre en charge la conception du produit et de son moyen de production. Un enjeu important concerne dès lors la traçabilité et la maîtrise dimensionnelle du produit. Cette maîtrise passe par l'optimisation des différents systèmes de productions exploités, ainsi que par la mise en œuvre de moyens de contrôle sur ligne. Le secteur professionnel visé concerne essentiellement le secteur de l'industrie automobile où il existe de fortes différenciations des produits. Le produit utilisé pour cette étude est un carter d'alternateur automobile (figure 2) sur lequel un certain nombre d'opérations d'usinage doivent être réalisées.

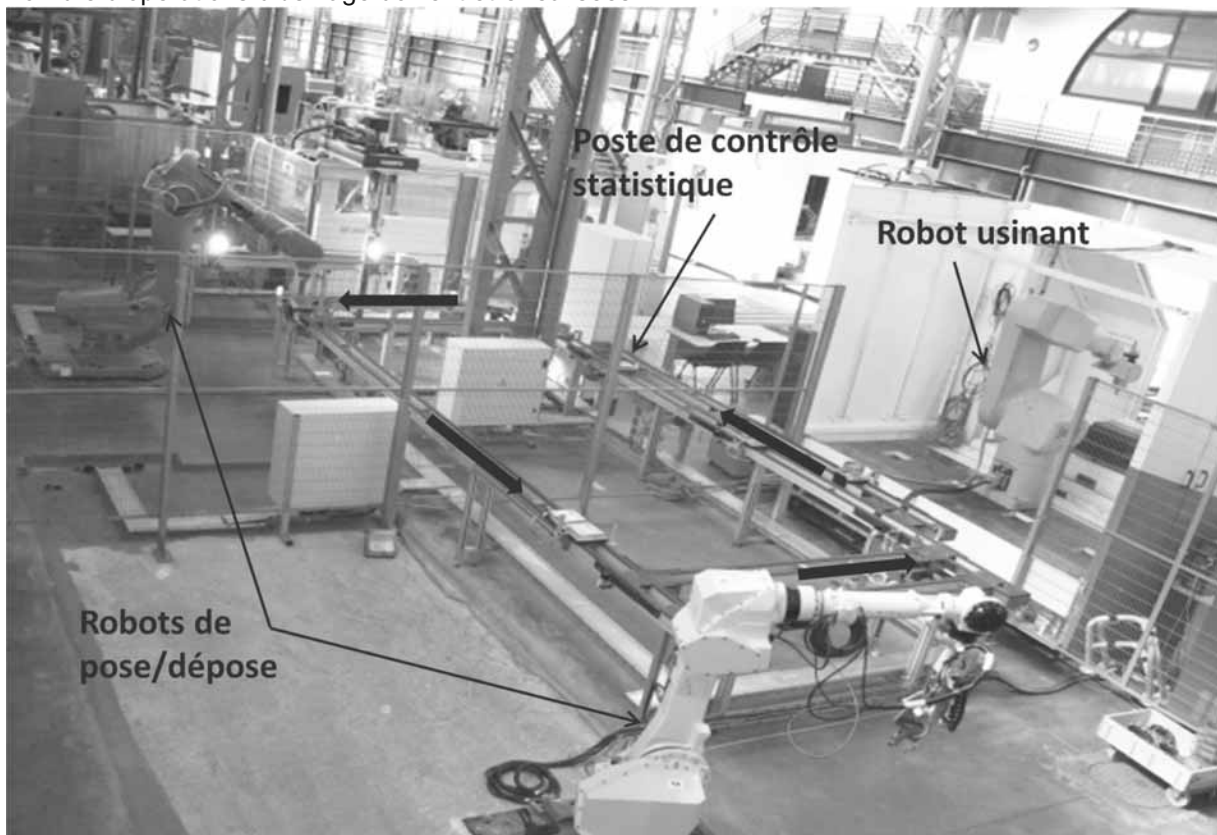


Figure 1 – Cellule de production agile.

La cellule de production agile se décompose en quatre zones (cf. **Document ressource 1**) :

1. la **zone 1** constitue l'entrée de flux physique (pour l'étude des carters bruts de fonderie). Dans cette zone, un robot assisté par vision assure la mise en place des caisses de carters bruts et la dépose des carters sur des palettes équipées de porte-pièce et isolées au poste de chargement.
2. la **zone 2** est constituée de deux postes, le premier poste est conçu pour transformer la matière première (carter brut de fonderie) en un produit fini (carter usiné), et le deuxième permet un contrôle fréquentiel de l'usinage réalisé. L'usinage est

assuré par un robot anthropomorphe 6 axes équipé d'une broche d'usinage à grande vitesse. La figure 3 présente une vue de cette zone.

3. la **zone 3** constitue la sortie du flux physique du convoyeur principal. Les pièces usinées sont déchargée de cette zone vers un convoyeur secondaire (zone 4)
4. la **zone 4** permet le reconditionnement des carters. Un robot de prise/dépose vient placer la pièce sur une palette isolée sur le second convoyeur. La palette est transférée vers un robot cartésien qui assure le reconditionnement.

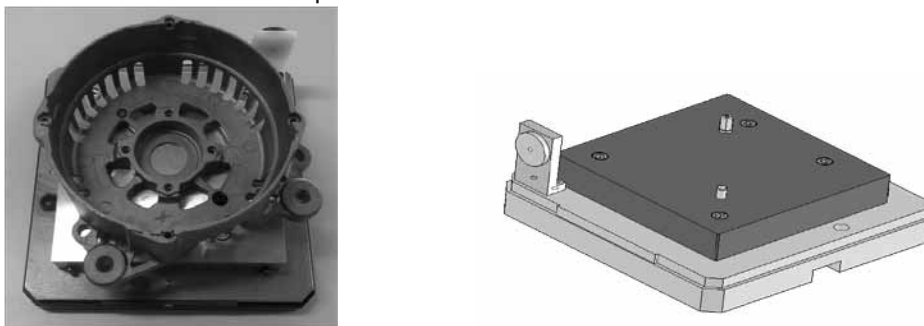


Figure 2 – Carter d'alternateur mis en place sur une palette et vue d'une palette équipée d'une étiquette RFID.

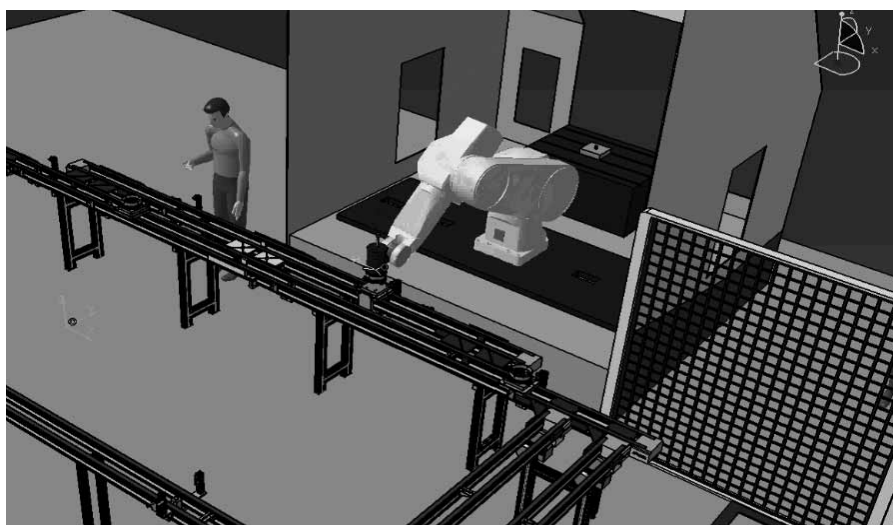


Figure 3 – Situation de la zone 2 (poste d'usinage par robot et poste de contrôle fréquentiel).

Structure de l'épreuve

L'épreuve comporte trois parties indépendantes :

- **Première partie :** Dans cette partie, nous nous intéressons à la **problématique de la maîtrise dimensionnelle du produit** par la mise en œuvre d'un contrôle fréquentiel sur la zone 2 de la cellule.
- **Deuxième partie :** Cette partie se focalise sur un des moyens de production de la cellule, un robot d'usinage 6 axes. L'objectif consiste ici à **investiguer différentes actions possibles** (optimisation de la compensation de gravité et de certains paramètres de la commande) afin **d'accroître la maîtrise de la précision** des opérations réalisées.
- **Troisième partie :** Cette dernière partie vise à **vérifier le dimensionnement d'un actionneur** entrainant l'axe vertical du robot cartésien (axe potentiellement limitant lors de la phase de reconditionnement).

Première partie

Maitrise dimensionnelle du produit : mise en œuvre d'un contrôle fréquentiel sur la zone 2

1.1 Gestion du poste d'usinage et des demandes de contrôle

L'étude se situe au niveau de la zone 2 de la cellule de production (cf. Document ressource 2). Les entrées/sorties sont constituées de :

- cinq détecteurs de présence palette nommés *Cpal4*, *Cpal5*, *Cpal6*, *Cpal7* et *Cpal8* ;
- quatre butées d'arrêt de palette, normalement sorties, à commande monostable et nommées *Bar4*, *Bar6*, *Bar7* et *Bar8* ;
- trois aiguillages (commande bistable, normalement aiguillé droit devant), nommé *Aig11* et *Aig12*, *Aig21* et *Aig22*, *Aig31* et *Aig32* (*Aig11-* et *Aig12+* aiguillage vers le poste d'usinage);
- une table d'indexage constituée d'une butée à commande monostable et d'un indexeur à commande bistable nommés respectivement *Bar5* et *Ind2*;
- trois boutons poussoirs pour le poste de contrôle fréquentiel (demande de contrôle, pièce « bonne » et pièce « mauvaise ») ;
- un moteur d'entraînement de la portion de convoyeur associé au poste d'usinage et de contrôle piloté au début du fonctionnement (la gestion des actionneurs des convoyeurs est donc hors étude) ;
- trois postes de lecture/écriture sur les étiquettes RFID liées aux palettes. Un poste en entrée de zone 2, un second au poste d'usinage et un troisième au poste de contrôle fréquentiel.

L'ensemble des entrées/sorties associées à la zone 2 sont rassemblées dans la table 1.

Entrées		Sorties	
Détecteur présence palette	<i>Cpal{i}</i> (<i>i</i> = 4,5,6,7,8)	Rentrer butée d'arrêt	<i>Bar{i}</i> (<i>i</i> = 4,5,6,7,8)
Demande de contrôle fréquentiel	<i>DC</i>	Rentrer butée d'indexage	<i>Ind2-</i>
Pièce contrôlée « bonne »	<i>Pb</i>	Sortir butée d'indexage	<i>Ind2+</i>
Pièce contrôlée « mauvaise »	<i>Pm</i>	Diriger l'aiguillage vers le robot d'usinage	<i>Aig11-</i> et <i>Aig12+</i>
Étiquette palette lue	Lecture validée	Diriger l'aiguillage du convoyeur central vers le poste de contrôle	<i>Aig21-</i> et <i>Aig22+</i>
Étiquette écrite	Écriture effectuée	Diriger l'aiguillage du poste d'usinage vers le convoyeur central	<i>Aig31-</i> et <i>Aig32+</i>
Fin de cycle d'usinage	<i>FcyUsin</i>	Lire étiquette palette	<i>Lire_étiquette_palette</i>
		Écrire étiquette palette	<i>Écrire</i>
		Démarrer le cycle robot usinage	<i>DcyUsin</i>

Table 1 – Entrées/sorties et mnémoniques associés de la zone 2.

Le scénario associé à la zone 2 est le suivant : une palette se présente en entrée de la zone et son étiquette RFID est lue. Selon qu'un usinage est requis ou non (pièce déjà usinée, absence de pièce sur la palette), la palette est dirigée vers le poste d'usinage par le robot ou continue son trajet sur le convoyeur central. Si une demande de contrôle fréquentiel a été faite par l'opérateur, les pièces usinées passent par le poste de contrôle, sinon elles sont réintroduites en priorité sur le convoyeur central. Lors du contrôle, l'opérateur valide ou non la qualité de la pièce par appui sur le bouton

poussoir correspondant (information écrite sur l'étiquette de la palette). Si la pièce est mauvaise, elle est retirée manuellement de la palette. La figure 4 présente les grafquets d'entrée et de sortie de la zone 2.

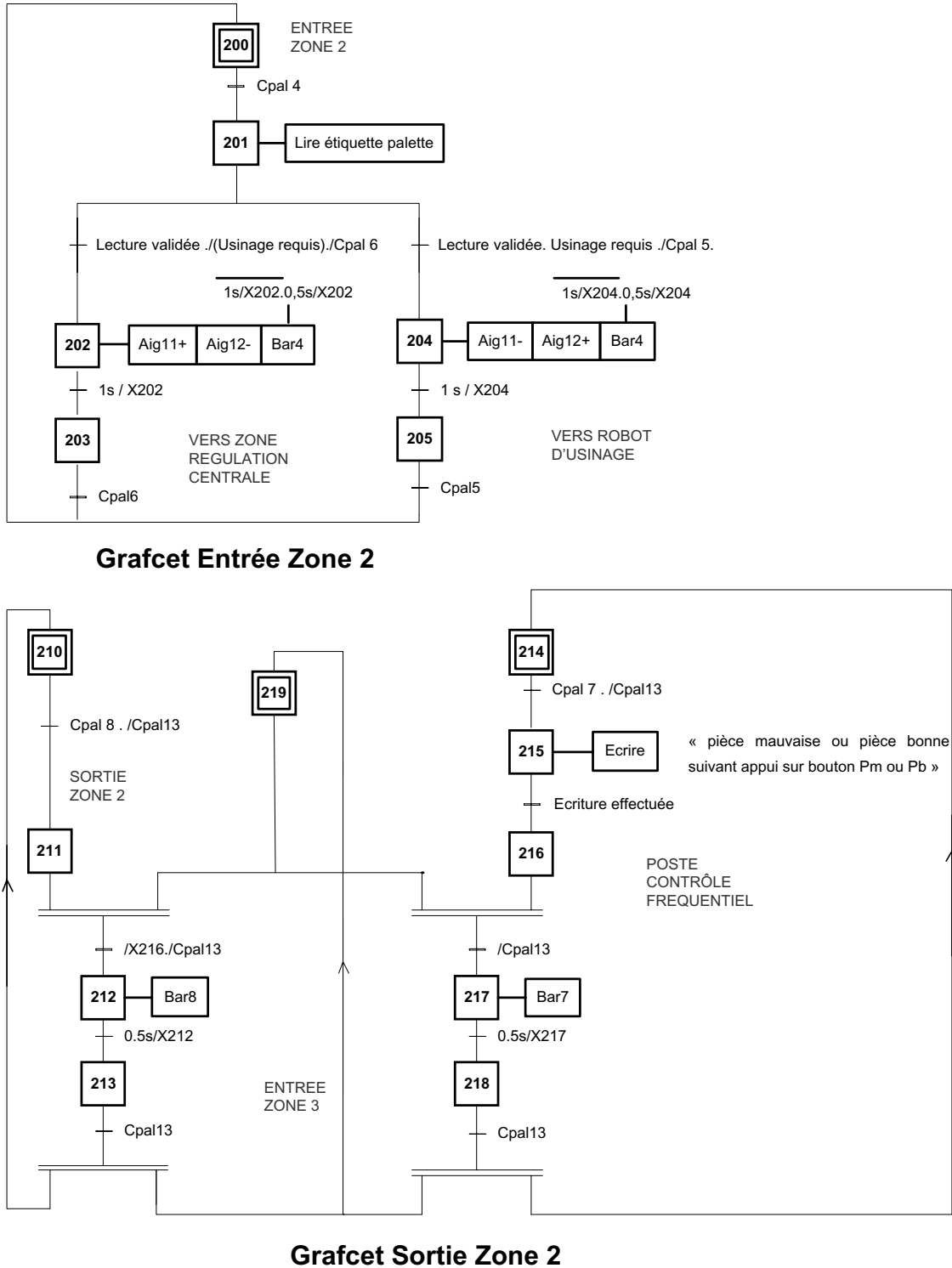


Figure 4 – Grafcet d'entrée et de sortie de la zone 2.

Question I.1 – Donner la signification de l'expression $\overline{1s/X202.0,5s/X202}$ utilisée dans le grafcet d'entrée de zone 2. Préciser le rôle de l'étape 219 dans le grafcet de sortie de zone 2 et indiquer quelle gestion de priorité a été mise en œuvre.

La figure 5 présente une amorce du grafcet décrivant le séquençage des actions associées à la zone médiane (aiguillage ou non vers le poste d'usinage et vers le poste de contrôle) de la zone 2.

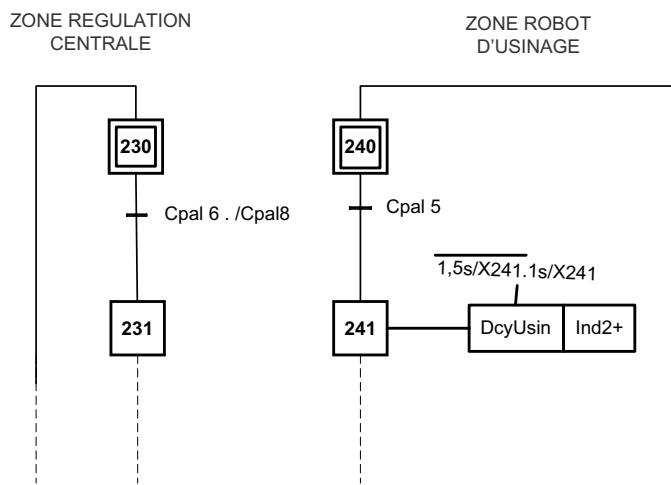


Figure 5 – Grafcet partiel de la zone médiane de la zone 2.

Question I.2 – Compléter l'amorce de grafcet de la zone médiane afin d'intégrer la gestion du poste d'usinage et des demandes de contrôle. On notera que la priorité est donnée aux palettes sortantes du poste d'usinage.

1.2 Carte de contrôle de la moyenne

En cours de production, on procède périodiquement à un prélèvement d'échantillons de taille n . On calcule alors la moyenne m pour une valeur caractéristique de ces n échantillons (par exemple une dimension fonctionnelle) et on porte le point représentatif de cette valeur sur une carte de contrôle. Le principe de la carte de contrôle, décrit à la figure 6, est le suivant :

- si le point relevé se trouve entre les valeurs $Ls1$ et $Ls2$, on considère que le processus est bien réglé ;
- si le point se trouve entre $Ls1$ et $Lc1$ ou entre $Ls2$ et $Lc2$, on procède immédiatement à un autre prélèvement. Si ce second prélèvement confirme le premier, on procède à un réglage immédiat. Si le nouveau point se situe entre $Ls1$ et $Ls2$, on considère que le processus est bien réglé ;
- si le point se trouve au-delà de $Lc2$ ou au-dessous de $Lc1$, on considère que le processus est dérégulé et l'on procède au réglage.

On suppose que la répartition stochastique des valeurs relevées suit la loi normale. Les bornes $Ls1$ et $Ls2$ représentent les limites à 2σ (95,4%) de la distribution et $Lc1$ et $Lc2$ les limites à 3σ (99,7%). Ainsi, si le processus est bien réglé, il y aura une probabilité de 95,4 % pour que la moyenne calculée se trouve entre $Ls1$ et $Ls2$.

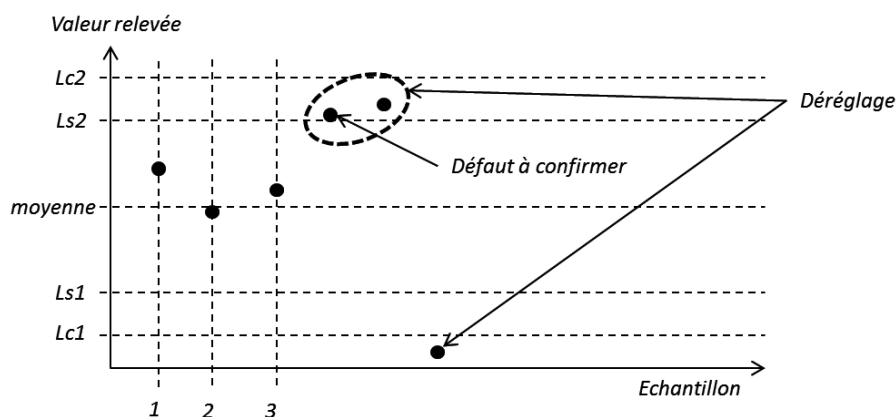


Figure 6 – Exemple d'une carte de contrôle fréquentiel.

Question I.3 – Donner les probabilités de procéder à un réglage par erreur du processus pour deux valeurs de moyenne calculées. On distinguera le cas où la moyenne est hors des limites Lc1 et Lc2 et le cas où la moyenne calculée se situe entre les bornes Ls et Lc.

1.3 Contrôle fréquentiel

Une cote fonctionnelle importante d'une valeur $\varnothing 106 \pm 0,1$ permet la mise en position du bobinage dans l'alésage du carter d'alternateur. De nombreux prélèvements effectués à la sortie du robot usineur ont permis de déterminer la moyenne $m = 106$ de la production ainsi que son écart type $\sigma = 0,04$ dans des conditions normales d'utilisation. Chaque échantillon du contrôle fréquentiel comporte $n = 5$ mesures successives x_1, x_2, \dots, x_5 de la dimension suivie.

Le conducteur de ligne ayant la responsabilité de plusieurs équipements, une assistance par la partie commande est donc nécessaire lors d'un contrôle fréquentiel afin de mémoriser les mesures d'un échantillon et calculer la moyenne (afficher sur l'interface de supervision). Le grafcet de conduite du contrôle fréquentiel est donnée à la figure 7 et l'organigramme du contrôle fréquentiel est présenté à la figure 8.

Question I.4 – Préciser la condition de lancement de l'organigramme de contrôle fréquentiel (figure 8).

Question I.5 – Proposer une méthode et un langage de traduction permettant de calculer la moyenne du lot de pièces contrôlées.

Question I.6 – Rédiger dans un langage normalisé (en vous aidant du document ressource 4) le programme permettant d'interpréter la valeur de la moyenne, en respectant l'organigramme et le choix des mnémoniques de la figure 8.

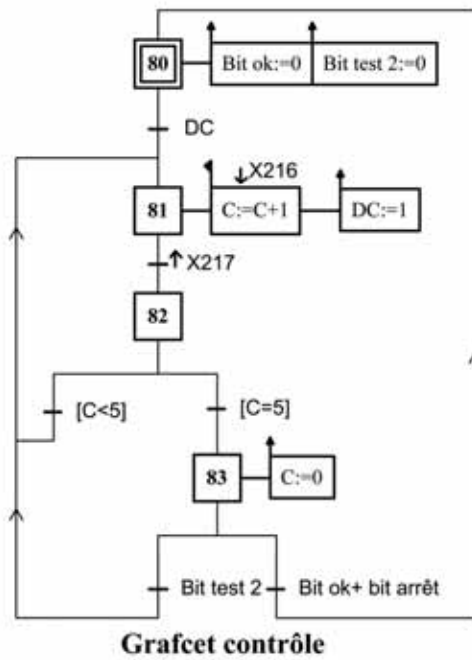


Figure 7 – Grafset de gestion du contrôle fréquentiel de la zone 2.

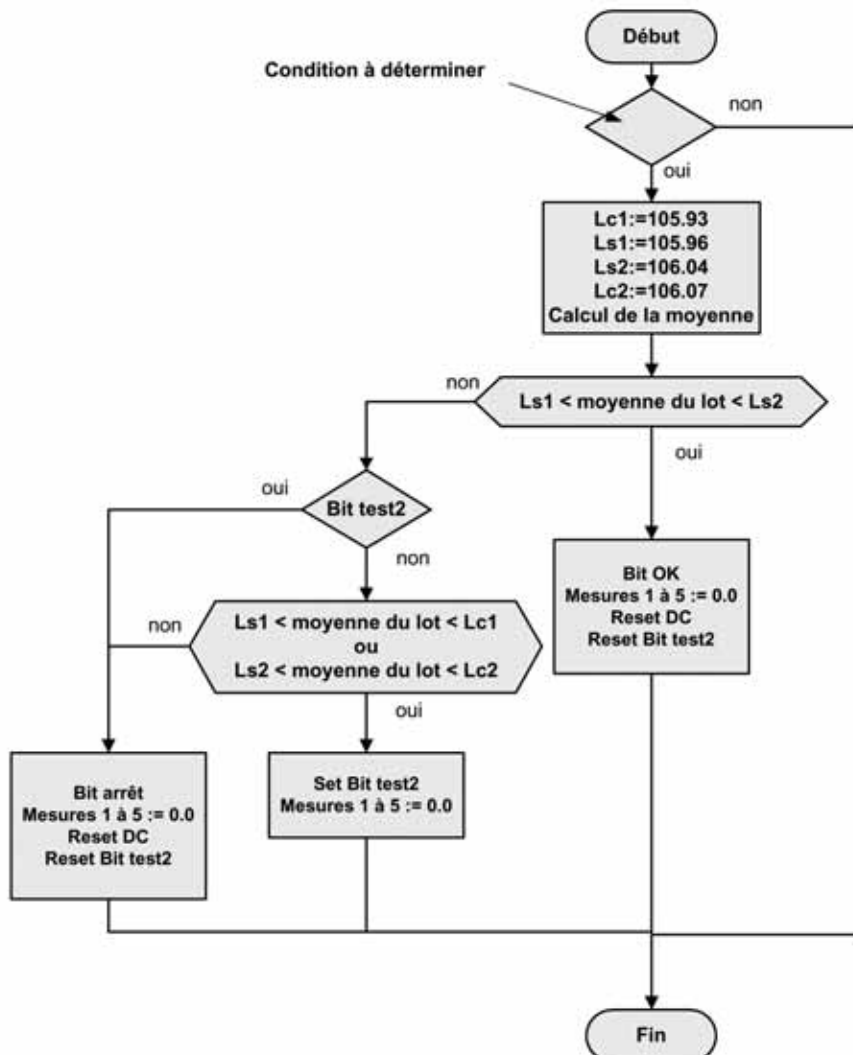


Figure 8 – Organigramme du contrôle fréquentiel de la zone 2.

Deuxième partie

Étude du robot d'usinage 6 axes

II.1 – Modélisation d'un axe du robot

Le robot d'usinage est constitué de six bras liés en série par des articulations rotoïdes. La figure 9 présente le modèle d'étude de ce robot, ainsi que le paramétrage associé. On note O_i le centre de la liaison entre le solide i et $i-1$, G_i et m_i , respectivement le centre de gravité et la masse du solide i . L'accélération de la pesanteur est $-g\vec{z}_0$. La table 2 rassemble les caractéristiques des solides constituant le modèle de robot.

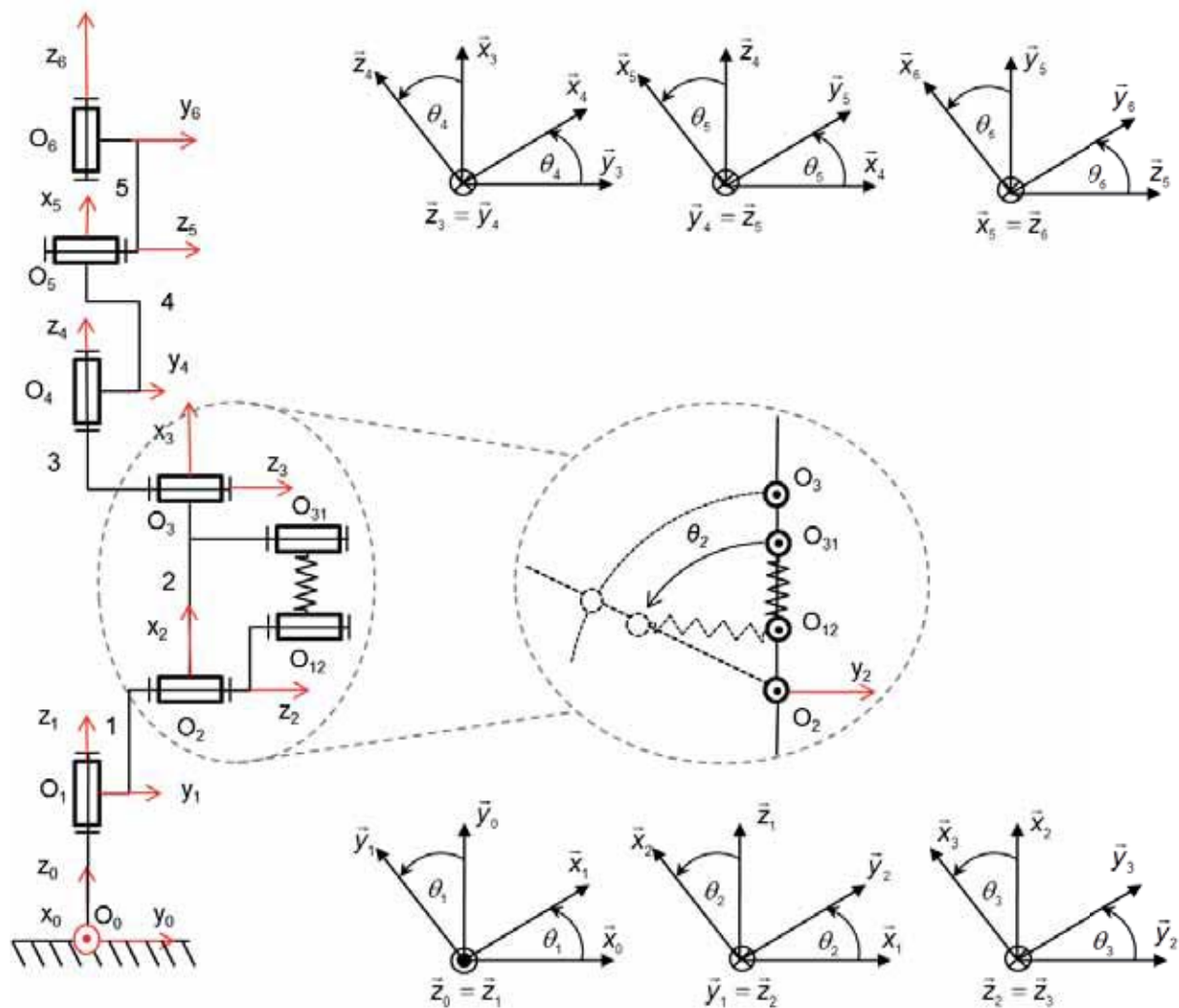


Figure 9 – Géométrie et paramétrage du robot anthropomorphe 6 axes.

$m_1 = 55 \text{ kg}; m_2 = 120 \text{ kg}; m_3 = 150 \text{ kg}; m_4 = 35 \text{ kg}; m_5 = 4 \text{ kg}; m_6 = 0,5 \text{ kg};$ $\overline{O_0O_1} = c_1\bar{z}_1 (c_1 = 400 \text{ mm}); \overline{O_1O_2} = c_2\bar{z}_2 (c_2 = 200 \text{ mm}); \overline{O_2O_3} = a_3\bar{x}_3 (a_3 = 850 \text{ mm});$ $\overline{O_3O_4} = c_4\bar{z}_4 (c_4 = 180 \text{ mm}); \overline{O_4O_5} = a_5\bar{x}_5 (a_5 = 550 \text{ mm}); \overline{O_5O_6} = \vec{0};$ $\overline{O_1G_1} = \vec{0}; \overline{O_2G_2} = d_2\bar{z}_2 (d_2 = 530 \text{ mm}); \overline{O_3G_3} = e_3\bar{x}_3 (e_3 = 200 \text{ mm});$ $\overline{O_4G_4} = d_4\bar{z}_4 (d_4 = 400 \text{ mm}); \overline{O_5G_5} = e_5\bar{x}_5 (e_5 = 100 \text{ mm}); \overline{O_6G_6} = \vec{0}$
--

Table 2 – Données massiques et géométriques du robot d'usinage.

Ce robot dispose d'un système de compensation de gravité par ressorts travaillant en traction représenté à la figure 10. L'ensemble des ressorts peut être assimilé à une raideur statique linéaire de valeur k (N.m⁻¹) soumise à une précontrainte notée F_p (N). La distance $O_{12}O_{31}$ représente la distance variable entre les points d'attache des ressorts, le point A est confondu avec O_{12} pour $\theta_2 = 0$. L'entraxe $O_{12}O_2 = AO_2$ est noté r .

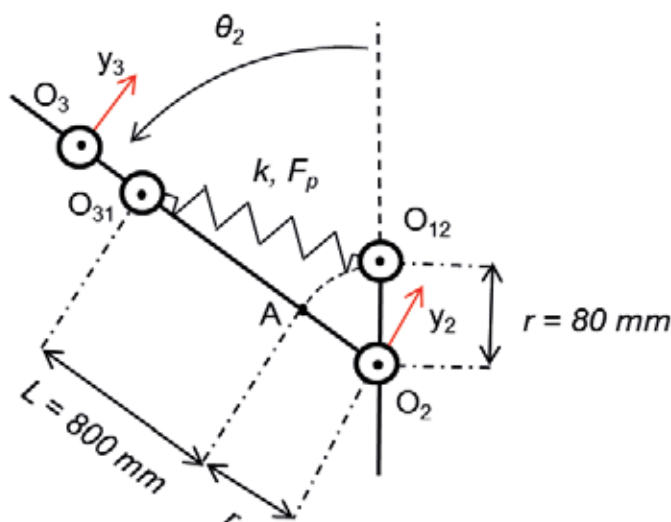


Figure 10 – Géométrie et paramétrage du système de compensation de gravité par ressorts mécaniques.

Question II.1 - Calculer le couple exercé par les ressorts de compensation de l'axe 2, noté C_r , en fonction de l'angle θ_2 , k , L , r et F_p . En comparant ce couple à celui exercé par la gravité sur l'axe 2, noté C_g , pour la configuration $\theta_i = 0$ avec $i=\{1,3,4,5,6\}$, en déduire les valeurs de précontrainte et de raideur qui permettent de compenser les effets de la gravité.

Le système de compensation doit en pratique assurer une compensation moyenne de la gravité pour différentes configuration des axes et différentes charges embarquées. Les valeurs exploitées sont :

$$k = 170 \text{ kN.m}^{-1} \text{ et } F_p = 20 \text{ kN.}$$

Question II.2 - Calculer la position d'équilibre statique du bras 2 (dans la configuration $\theta_i = 0$ avec $i=\{1,3,4,5,6\}$) pour une charge embarquée de 15 Kg (broche et support).

On s'intéresse dans ce qui suit à la maîtrise de la dynamique d'un des axes du robot d'usinage. En dehors des positions d'équilibre statique, le couple résiduel lié à la combinaison des actions des ressorts et de la gravité sera compensé par les couples des moteurs d'axe (compensation par la commande). Ainsi, dans la suite du sujet, **on négligera l'influence de la gravité et du système de compensation sur la dynamique du robot**. La chaîne d'action de chacun des axes du robot est identique dans sa typologie. Le couple moteur pour chaque axe est fourni par un actionneur

synchrone à aimants permanents. Un asservissement numérique en courant est réalisé sur chaque moteur d'axe. Dans un premier temps, **on supposera négligeable la dynamique électrique du système** (l'asservissement en courant d'un axe fera l'objet d'une étude plus détaillée dans la partie II.2). Un réducteur à fort coefficient de réduction est employé sur chaque axe. Le retour d'information pour la commande en position est assuré par un résolveur lié à l'arbre moteur.

Question II.3 – Donner la ou les hypothèses qui permettent de négliger l'influence de la partie électrique des actionneurs (asservissement en courant) sur la dynamique globale de l'axe.

Question II.4 – Expliciter le principe de fonctionnement du résolveur.

Les couples importants transisant dans le réducteur des axes (de type harmonique drive) conduisent à une légère déformation élastique de certains de ses composants. Cette déformation, dégradant la précision de positionnement de l'axe, et donc de l'effecteur, peut être approximée par une raideur torsionnelle localisée sur l'arbre de sortie du réducteur. La figure 11 présente le schéma à constantes localisées de la chaîne d'action d'un axe du robot. J_m , J_r et J_{ch} représentent respectivement l'inertie de l'arbre moteur, du réducteur (ramené sur l'arbre moteur) et l'inertie de la charge. K_t est la raideur torsionnelle équivalente sur l'arbre de sortie du réducteur. On note C_m et C_{ch} le couple moteur et le couple de perturbation agissant sur la charge (dynamique des axes en série, efforts de coupe et perturbations exogènes). De même, on note Ω_m , Ω_2 et Ω_{ch} , respectivement la vitesse de rotation de l'arbre moteur, la vitesse de rotation en amont de la raideur torsionnelle et la vitesse de rotation de la charge (vitesse de rotation de l'axe de sortie). $n = \Omega_2 / \Omega_m$ est le rapport de réduction du réducteur et f_v le coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'arbre d'entrée. On notera que l'on suppose une transformation de mouvement parfaite, sans perte dans le réducteur.

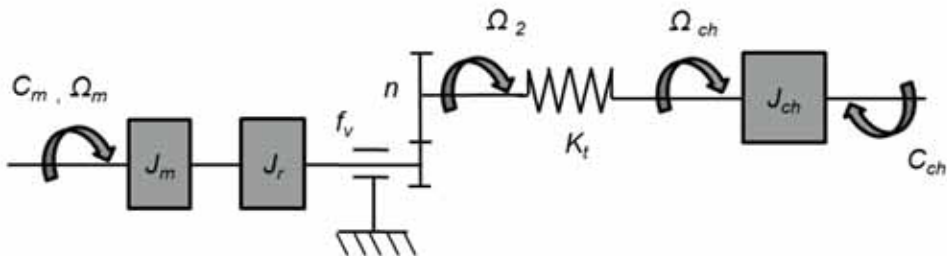


Figure 11 – Modèle simplifié à constantes localisées de la chaîne d'action d'un axe du robot usinant.

Question II.5 – Expliciter 2 relations temporelles décrivant le comportement dynamique du système.

Question II.6 – Les opérations d'usinages réalisées par le robot se font dans le cadre de l'Usinage Grande Vitesse. Justifier cette stratégie d'usinage en décrivant les implications de l'UGV sur la dynamique du système.

Question II.7 – En négligeant le couple de perturbation C_{ch} sur l'axe, déterminer et exprimer sous forme canonique les fonctions de transfert $\Omega_{ch}(p)/C_m(p)$ et $\Omega_m(p)/C_m(p)$ (p étant l'opérateur de Laplace dans le domaine d'étude continu).

Par décomposition en éléments simples, les fonctions de transfert précédentes peuvent se mettre sous les formes suivantes :

$$\frac{\Omega_{ch}(p)}{C_m(p)} = \frac{n}{(J_{tot}p + f_v)\left(1 + \frac{p^2}{\omega_{r1}^2}\right)}; \quad \frac{\Omega_m(p)}{C_m(p)} = \frac{\left(1 + \frac{p^2}{\omega_{r2}^2}\right)}{(J_{tot}p + f_v)\left(1 + \frac{p^2}{\omega_{r1}^2}\right)}$$

avec $\omega_{r1} > \omega_{r2} > f_v/J_{tot}$.

Question II.8 – Tracer l'allure des diagrammes de Bode asymptotiques des deux fonctions de transfert précédentes.

Dans l'hypothèse où le capteur de vitesse de l'axe peut être placé soit au niveau de l'axe moteur, soit au niveau de la charge, l'asservissement en vitesse travaillera sur l'une ou l'autre des fonctions de transfert précédentes.

Question II.9 – En vous appuyant sur les diagrammes de Bode des deux fonctions, argumenter sur le choix de placement du capteur qui vous semble judicieux au regard des différents critères recherchés classiquement pour un asservissement (stabilité, rapidité et précision).

Question II.10 – Déterminer le modèle idéalisé de la transmission mécanique $\Omega_{ch}(p)/C_m(p)$ en considérant une transmission parfaitement rigide ($K_t \rightarrow \infty$).

II.2 – Analyse de la boucle d'asservissement en courant d'un axe du robot sous forme numérique

Les axes du robot sont pilotés par des variateurs numériques associés à des Machines Synchrones Autopilotées (MSAP). On suppose une relation linéaire entre les couples fournis par les MSAP et les courants injectés par les variateurs dans les enroulements des MSAP. L'étude se limitera donc à l'analyse de la boucle d'asservissement en courant d'un axe du robot. Les variateurs étant numériques leurs commandes sont donc numériques. L'objectif de cette étude est la mise en œuvre d'une commande analogique (domaine continu) puis numérique en vue de les comparer.

La boucle de courant est la boucle la plus rapide de toutes les boucles d'asservissement intervenant dans le robot. Si les méthodes de réglage avec méthodes analogiques (plus classique dans le monde industriel) et numériques fournissent des résultats similaires l'analyse des autres boucles d'asservissement pourra être réalisée avec les méthodes classiques des modèles continus.

On supposera que la dynamique de la MSAP associée à son onduleur est équivalente à un système du premier ordre (cf. figure 12).

Le cahier des charges fonctionnelles fait apparaître une fonction *IMPOSER UN COUPLE AVEC PRECISION ET RAPIDITE* (Table 3).

Fonction technique	Critère d'appréciation	Niveau	Variabilité
<i>IMPOSER UN COUPLE AVEC PRECISION ET RAPIDITE</i>	α Type de réponse (vélocité, dépassement, précision)	Premier dépassement : $D_{1\%}=0\%$	0
		Temps de réponse à 5% : $tr_{5\%}<0,5ms$	0
		erreur statique : $\epsilon_s<10\%$	±5%

Table 3 : Extrait du CdCF.

Commande analogique proportionnelle

L'architecture de la commande dans le domaine continu est la suivante :

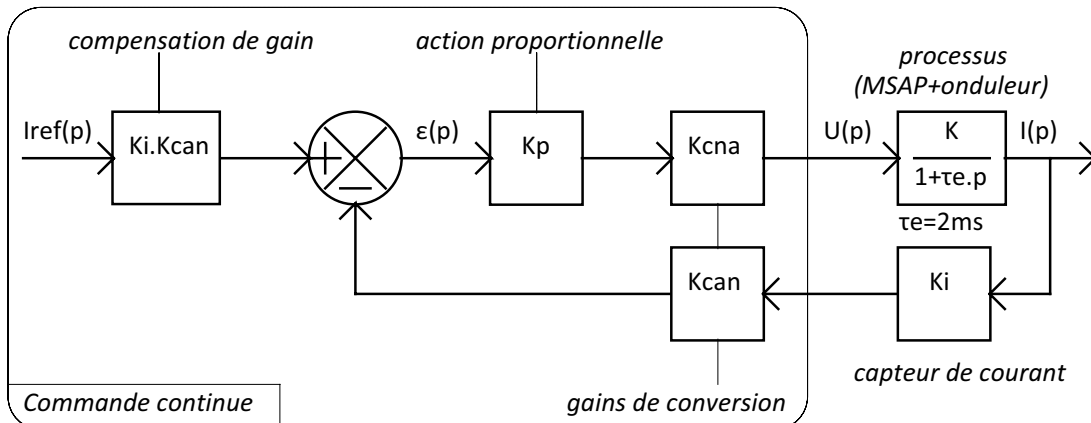


Figure 12 – Structure de l'asservissement de courant de la MSAP.

avec $K=0,1$; $Kcna=10/32768$; $Kcan=4096/10$; $Ki=1$.

Pour simplifier les écritures, on posera $Kt=Kcna.K.Ki.Kcan$.

Question II.11 – Déterminer les valeurs de Kp sous forme littérale assurant un système bouclé stable.

Question II.12 – Déterminer le gain statique du système bouclé Gsc sous forme littérale.

Question II.13 – Quelle serait l'action à rajouter à l'action proportionnelle pour obtenir un gain statique unitaire indépendant des fluctuations du gain statique du processus (MSAP + onduleur)?

Question II.14 – Déterminer la valeur numérique de Kp , notée Kpa , telle que le gain statique en boucle fermée soit égal à 95%.

Question II.15 – Pour $Kp=Kpa$, quelle est la valeur numérique de la constante de temps en boucle fermée de l'asservissement, notée τ_{BF} . En déduire le temps de réponse à 5% : $tr5\%$.

Question II.16 – Pour $Kp=1520$, déterminer l'original $i(t)$ de $I(p)$ en réponse à l'échelon unitaire avec une condition initiale nulle ($i(t=0)=0$). Tracer sur le Document réponse 2 la courbe de $i(t)$.

Commande numérique proportionnelle

L'architecture est la suivante :

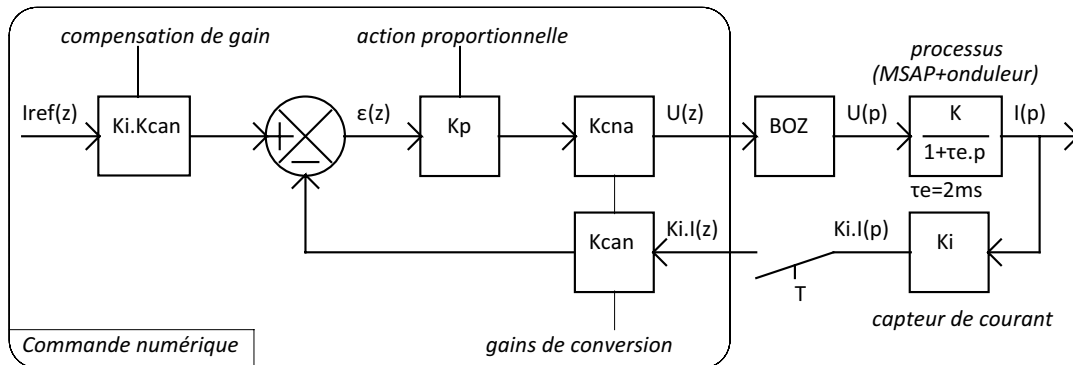


Figure 13 – Structure avec bloqueur de l'asservissement de courant de la MSAP.

Avec $K=0,1$; $Kcna=10/32768$; $Kcan=4096/10$; $Ki=1$.

Pour simplifier les écritures on posera $K_t = K_{cna} \cdot K \cdot K_i \cdot K_{can}$.

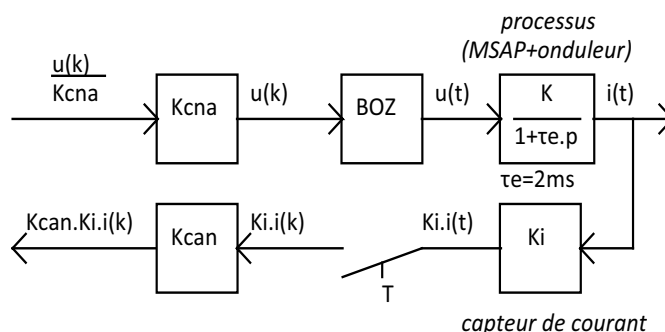
Question II.17 – À partir de la transmittance $I(p)/U(p)$, déduire une équation différentielle littérale de la forme

$$\frac{di(t)}{dt} + a.i(t) = b.u(t) .$$

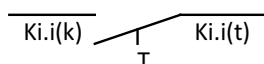
Question II.18 – Déterminer la réponse du courant $i(t)$ à un échelon $u(t)$ d'amplitude u_k à partir de la condition initiale i_k sous forme littérale.

Les variables du processus sont des variables continues du temps t . Les variables de la commande numérique sont des variables discrètes. Afin de pouvoir déterminer une commande numérique, il convient d'avoir un modèle discret du processus. À une variable continue du temps $i(t)$ on associe une variable $i(k.T)$ valeur de i à l'instant $k.T$ (k étant le numéro d'échantillon et T la période d'échantillonnage), soit $i(k)$ la valeur de i pour le $k^{\text{ième}}$ échantillon.

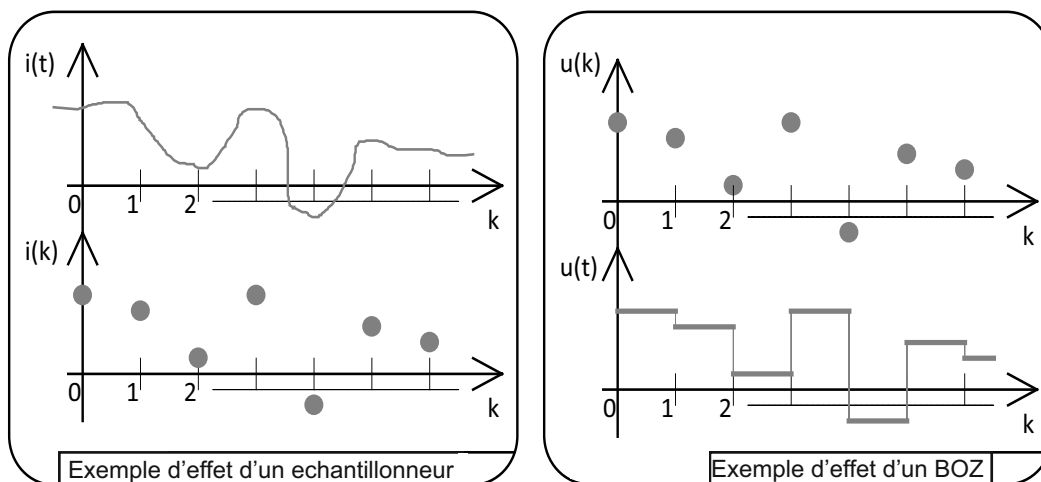
On retrouve donc le montage suivant :



Le BOZ est un Bloqueur d'Ordre Zéro : à chaque pas d'échantillonnage, le BOZ émettra et bloquera la valeur $u(k)$ sur une durée correspondant à la période d'échantillonnage T . L'échantillonneur (interrupteur) représenté comme suit :



échantillonnera la valeur $K_i.i(t)$ pour fournir la valeur $K_i.i(k)$ à la commande numérique à chaque instant d'échantillonnage.



Question II.19 – En utilisant le résultat de la question II.18, déterminer l'équation de récurrence du processus sous la forme $i(k+1)+f.i(k)=g.u(k)$.

Le système bouclé peut donc être représenté par le montage suivant :

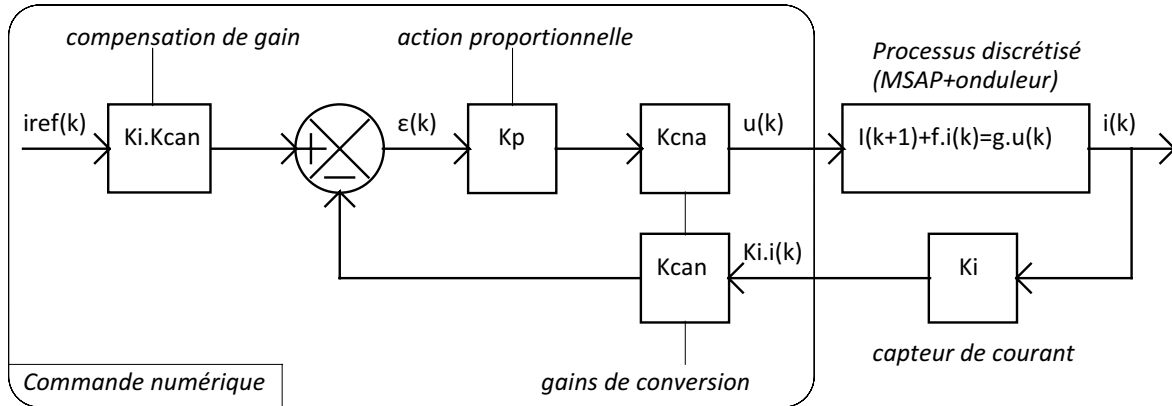


Figure 14 – Structure échantillonnée de l'asservissement de courant de la MSAP.

On rappelle que, pour simplifier les écritures, on posera $Kt=Kcna.K.Ki.Kcan$.

Question II.20 – Montrer que le système bouclé peut se représenter sous la forme d'une équation de récurrence de la forme $i(k+1)+f_{BF}.i(k)=g_{BF}.iref(k)$.

Question II.21 – Déterminer la solution de cette équation récurrente à partir de l'état initial de $i(k=0)=I_0$ et d'un échelon de consigne $iref(k)=Id$ en fonction de f_{BF} , g_{BF} , I_0 et Id .

Quel que soit le résultat obtenu à la question précédente on pose :

$$I(k) = \left(I_0 - \frac{Kt.Kp}{1+Kt.Kp} \right) \cdot \left(e^{-\frac{T}{\tau_e}} - Kt \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}} \right) \cdot Kp \right)^k + \frac{Kt.Kp}{1+Kt.Kp} \cdot Id$$

Question II.22 – Déterminer le domaine de stabilité de l'asservissement dans le plan (T, Kp) . On présentera les résultats sous forme de 2 inégalités donnant Kp en fonction de la période d'échantillonnage T et des paramètres du processus sous forme littérale.

Question II.23 – Déterminer le domaine tel que la réponse indicielle de l'asservissement ne présente pas d'oscillation dans le plan (T, Kp) . On présentera le résultat sous forme d'une inégalité donnant Kp en fonction de la période d'échantillonnage T et des paramètres du processus sous forme littérale.

Question II.24 – Déterminer Kp en fonction de la période d'échantillonnage T et des paramètres du processus sous forme littérale tel que le système atteigne son régime permanent en une seule période d'échantillonnage (réponse pile). Discuter ce type de commande.

On cherche à obtenir un comportement en boucle fermée type 1^{er} ordre ayant une dynamique associée à une constante en boucle fermée notée τ_{BF} .

La plage habituellement conseillée pour la période d'échantillonnage T est : $\frac{\tau_{BF}}{4} \leq T \leq \tau_{BF}$

Question II.25 – Quelles sont les éléments qui ont conduit à cette plage de choix de la période d'échantillonnage ?

Question II.26 – Déterminer le domaine correspondant aux valeurs conseillées pour la période d'échantillonnage T du système bouclé. On présentera le résultat sous forme de 2 inégalités

donnant K_p en fonction de la période d'échantillonnage T et des paramètres du processus sous forme littérale.

On désire un temps de réponse à 5% : $tr_{5\%}=300\mu s$.

Pour le choix de la période d'échantillonnage maximale : $T = \tau_{BF}$.

Question II.27 – Déterminer la valeur numérique de K_p , notée K_{pn} . Comparer le résultat avec la valeur K_{pa} obtenue à la question II.14.

Question II.28 – Pour $K_p = 957$, déterminer la réponse du système numérique en réponse à l'échelon unitaire et condition initiale nulle ($i(k=0)=0$). Tracer sur le document réponse 2 la courbe de $i(k)$. Comparer cette courbe avec celle de $i(t)$ obtenu à la question II.16, conclure. Conclure quant au respect du cahier des charges fonctionnelles.

Question II.29 – Dans le plan (K_p, T) la réponse est-elle stable ? Avec ou sans oscillation ? La valeur de T respecte-t-elle la plage habituellement choisie de la période d'échantillonnage ?

II.3 – Analyse de la structure d’asservissement en position d’un axe du robot

Chaque axe du robot est commandé indépendamment en position. La structure d’asservissement est une structure par boucles imbriquées (boucles de position, vitesse et courant). La figure 15 présente le schéma fonctionnel de cette structure de commande. On suppose une dynamique négligeable de l’asservissement en courant (étudié dans la partie II.2) ainsi qu’une compensation parfaite des effets liés à la pesanteur (étudiés dans la partie II.1). Ainsi, à tout instant, le couple de référence est égal au couple moteur, noté C_m . La position angulaire du moteur est notée θ_m et celle de la charge θ_{ch} . n représente le rapport de réduction de l’axe ($n = \theta_{ch} / \theta_m$). $H_p(p)$ et $H_v(p)$ sont les fonctions de correction en position et en vitesse de l’axe et m est un paramètre prenant ces valeurs dans $\{0, 1\}$. On mesure la position de l’arbre moteur et la vitesse est obtenue par dérivation numérique. La dynamique de l’axe en vitesse $\Omega_m(p) / C_m(p)$ est assimilée à un simple système du premier ordre de gain statique k_m et de constante de temps τ_m . On notera que

$$\frac{d\theta_{ch,ref}}{dt} = \Omega_{ch,ref}$$

Le cahier des charges fonctionnelles fait apparaître une fonction *CONTROLLER LE DEPLACEMENT AVEC PRECISION* (Table 4).

Fonction technique	Critère d'appréciation	Niveau	Variabilité
<i>CONTROLLER LE DEPLACEMENT AVEC PRECISION</i>	α Type de réponse (vélocité, dépassement, précision)	Premier dépassement : $D_{1\%}=0\%$	0
		Temps de réponse à 5% : $tr_{5\%}<20ms$	±10%
		erreur statique : $\epsilon_s=0$	0
		erreur en poursuite : $\epsilon_p=0$	0

Table 4 : Extrait du CdCF.

Le correcteur de vitesse est choisi tel que :

$$H_v(p) = k_v \left(1 + \frac{1}{\tau_i p} \right) \text{ avec } \tau_i = \tau_m.$$

Question II.30 – Justifier le choix d’un tel correcteur pour la boucle de vitesse.

Question II.31 – Expliciter la fonction de transfert de la boucle de vitesse $\Omega_m(p) / \Omega_{ref}(p)$ sous forme canonique. Donner littéralement la bande passante à -3dB de cet asservissement, notée B_p . Réaliser l’application numérique pour $k_m = 1000$, $k_v = 11$ et $\tau_m = 6$ s.

Le correcteur de position est un simple gain proportionnel, noté k_p , tel que $k_p^{-1} \ll B_p$

Question II.32 – Justifier le choix d’un tel correcteur pour la boucle de position.

Question II.33 – Calculer la fonction de transfert en position de l’axe $\theta_{ch}(p) / \theta_{ch,ref}(p)$ en émettant une hypothèse simplificatrice au regard de $k_p^{-1} \ll B_p$.

Question II.34 – Le paramètre m permet d'activer ou non (0 ou 1) la fonction dite « d'anticipation » sur l'axe. Comparer, dans les deux cas, les performances en termes de suivi de trajectoire et de rapidité pour une référence de position en rampe ($\theta_{ch,ref}(t) = 0,8t$). Conclure quant à l'intérêt de cette fonction d'anticipation dans le cas de l'usinage.

Question II.35 – Affiner les conclusions précédentes en considérant le modèle d'axe développé dans la partie II.1 (intégrant la souplesse du réducteur).

Les méthodes de réglages des différentes actions correctrices ont été réalisées sous couvert de certaines hypothèses.

Question II.36 – Présenter de manière synthétique la démarche de résolution de réglage des différentes boucles asservies, les hypothèses retenues, leurs validités dans ce cas d'étude. Une valeur de l'action proportionnelle de la boucle de position conduisant à un comportement satisfaisant de l'axe du robot est évaluée à 200. Conclure quant au respect du cahier des charges fonctionnelles.

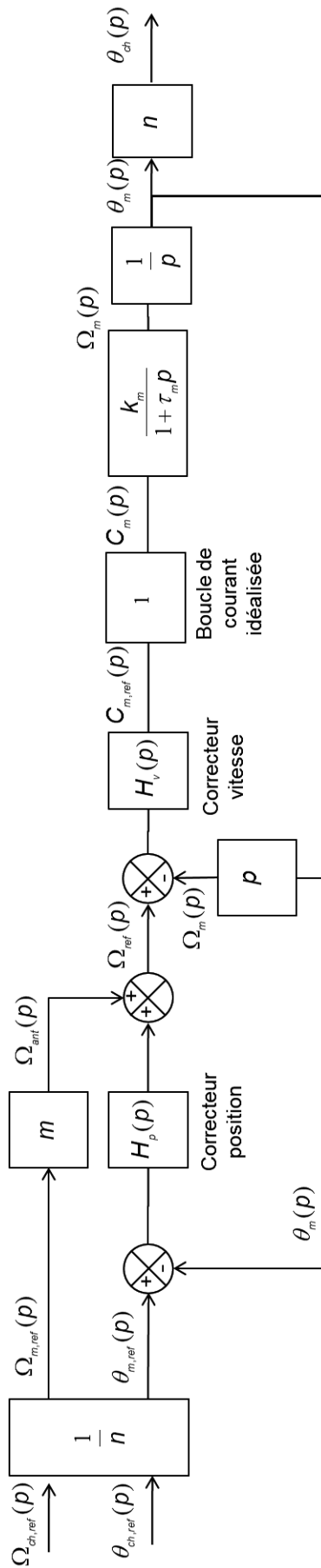


Figure 15 – Structure d'asservissement d'un axe du robot usinant.

Troisième partie


Étude de l'entraînement de l'axe vertical du robot cartésien : vérification du dimensionnement moteur

Un robot cartésien (situé en zone 4 de la cellule) assure la palettisation des carters d'alternateurs usinés sur la plateforme (cf. Document ressource 1 ; les carters d'alternateur en attente de conditionnement sont détectés par le capteur Cpal16, en phase d'attente le robot se situe à l'aplomb de la zone d'attente de conditionnement). La palettisation se réalise dans des caisses de conditionnement à 9 emplacements. Dans cette partie on cherche à dimensionner l'entraînement électrique (MSAP – Machine Synchrone Autopilotée- et variateur) à implanter et comparer avec le choix réalisé par l'intégrateur (MSAP XV-8022 ; cf. Document ressource 3). La masse en mouvement de l'axe vertical à motoriser vaut $Mz = 20\text{kg}$ (la masse du carter d'alternateur sera considérée comme négligeable). Cet axe est motorisé à l'aide d'un système poulies-courroies cranté et réducteur. L'équipage mobile support de la pince de préhension est fixé sur la courroie. On considère dans cette partie de dimensionnement que la chaîne cinématique est parfaite avec masse négligeable. Les poulies ont un rayon primitif $r_p = 40\text{mm}$. Le réducteur inséré entre la MSAP et le système poulies-courroie à un rapport de réduction $k_{red} = 6$. La course pour la montée du carter d'alternateur dans la zone d'attente de conditionnement est $z_1 = 50\text{mm}$. La course pour la descente du carter d'alternateur dans la zone de conditionnement est $z_2 = 160\text{mm}$. La vitesse de déplacement de l'axe vertical devra se situer dans l'intervalle : $v_z \in [-1\text{m/s} ; 1\text{m/s}]$.

Question III.1 – Déterminer le couple C_g que doit fournir la MSAP pour compenser l'effet de la gravité sur l'axe vertical.

Le chronogramme du cycle de prise/transfert/dépose du carter par le robot cartésien se décompose en phases comme suit :

Descente de l'axe $t_d = 0,2\text{s}$	Préhension du carter	Montée du carter $t_m = 0,2\text{s}$	Transfert du carter à l'aplomb de l'emplacement dans la caisse de conditionnement	Descente du carter $t_d = 0,2\text{s}$	Dépose du carter	Montée de l'axe $t_m = 0,2\text{s}$	Transfert de l'axe à l'aplomb du poste d'attente de conditionnement
Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4	Phase 5	Phase 6	Phase 7	Phase 8



L'allure des profils des différents déplacements de l'axe vertical seront soit des mouvements uniformément accélérés soit des déplacements à vitesse constante.

Question III.2 – Déterminer l'allure de l'évolution de la vitesse v_z de l'axe vertical en fonction du temps pendant la phase 1 en minimisant la complexité du profil (accélérations constantes ou nulles). On précisera les points caractéristiques dans le plan (temps, vitesse).

Question III.3 – Déterminer l'allure de l'évolution de la vitesse v_z de l'axe vertical en fonction du temps pendant la phase 7 en minimisant la complexité du profil (accélérations constantes ou nulles). On précisera les points caractéristiques dans le plan (temps, vitesse).

Question III.4 – Déterminer les vitesses caractéristiques de rotation de la MSAP en tr/min sur le cycle de prise/transfert/dépose.

Question III.5 – Après avoir définies les valeurs numériques des différents couples à fournir par la MSAP sur un cycle de prise/transfert/dépose du carter, tracer l'allure de l'évolution de la vitesse n et du couple C de la MSAP en fonction du temps sur le document-réponse 1.

On désire avoir une représentation du couple moyen que devra fournir la MSAP.

La définition des conditions d'utilisations, services, déclassements des machines électriques s'appuie sur la norme IEC 60034-1.

La durée de vie d'une machine électrique est intimement liée à son état thermique.

Le respect des grandeurs nominales d'utilisation d'une machine lui permettent d'avoir une durée de vie (TL –Thermal Life-) respectant la norme.

Cependant une machine électrique peut fournir des couples supérieurs au couple nominal. Ces couples sont liés aux courants circulant dans la machine. En première approximation, on peut considérer une relation linéaire reliant couple et courant : $C=kt.I$ avec I valeur efficace du courant dans le cas des machines alternatives (Cas de la MSAP).

Une augmentation du couple génère donc une augmentation des pertes joules (de type $r.I^2$) donc une augmentation de la température de la machine néfaste à sa durée de vie.

Afin d'avoir une bonne image de l'état thermique de la machine, plutôt que de déterminer la valeur efficace du courant I , on détermine la valeur efficace du couple sur un cycle noté C_{th1} .

Cette valeur efficace devra être inférieure ou égale au couple nominal de la machine (C_n) afin de garantir sa durée de vie nominale sous réserve de respecter le critère :

$$\text{Temps de cycle} \leq 5\% \cdot \text{constante de temps thermique de la machine}$$

Question III.6 – Que cherche à respecter le critère Temps de cycle $\leq 5\%$ constante de temps thermique de la machine ?

On considère le cycle permettant de remplir complètement une caisse de 9 emplacements.

La somme des temps des phases 2, 4, 6 et 8 pour les 9 cycles a été évaluée à 45s.

Question III.7 – Déterminer le temps de cycle T .

Question III.8 – Déterminer le couple thermique C_{th1} .

Question III.9 – Choisir dans le document ressource 3 une MSAP. On précisera les critères utilisés pour le choix. Si des critères sont manquants dans le document ressource 3 les préciser.

Amélioration du modèle « couple thermique » C_{th2} :

- suite au choix de la MSAP on prend en compte l'effet de l'inertie de son rotor.
- les MSAP sont des machines électriques à puissances massiques élevées. Un effet de saturation intervient pour les fortes valeurs de courants (donc de couples). Pour tenir compte de cette saturation, on décompose la relation linéaire reliant le couple au courant en 2 fonctions linéaires :

$$\begin{aligned} \text{si } C_i \leq C_n \text{ alors } C_i &= kt.I, \\ \text{si } C_i > C_n \text{ alors } C_i &= kt'.I. \end{aligned}$$

Soit le fabricant de la machine fourni les valeurs de kt et kt' soit il est d'usage de prendre $kt'/kt = \alpha = 0,9$.

Question III.10 – Re-déterminer le graphe des vitesses et des couples à fournir par la MSAP avec prise en compte de l'inertie du rotor sur un cycle de prise/transfert/dépose du carter sur le document-réponse 1.

Question III.11 – Déterminer le couple thermique C_{th2} avec prise en compte de l'inertie du rotor de la MSAP et de l'effet de saturation.

Question III.12 – Le choix de la MSAP est-il toujours correct ?

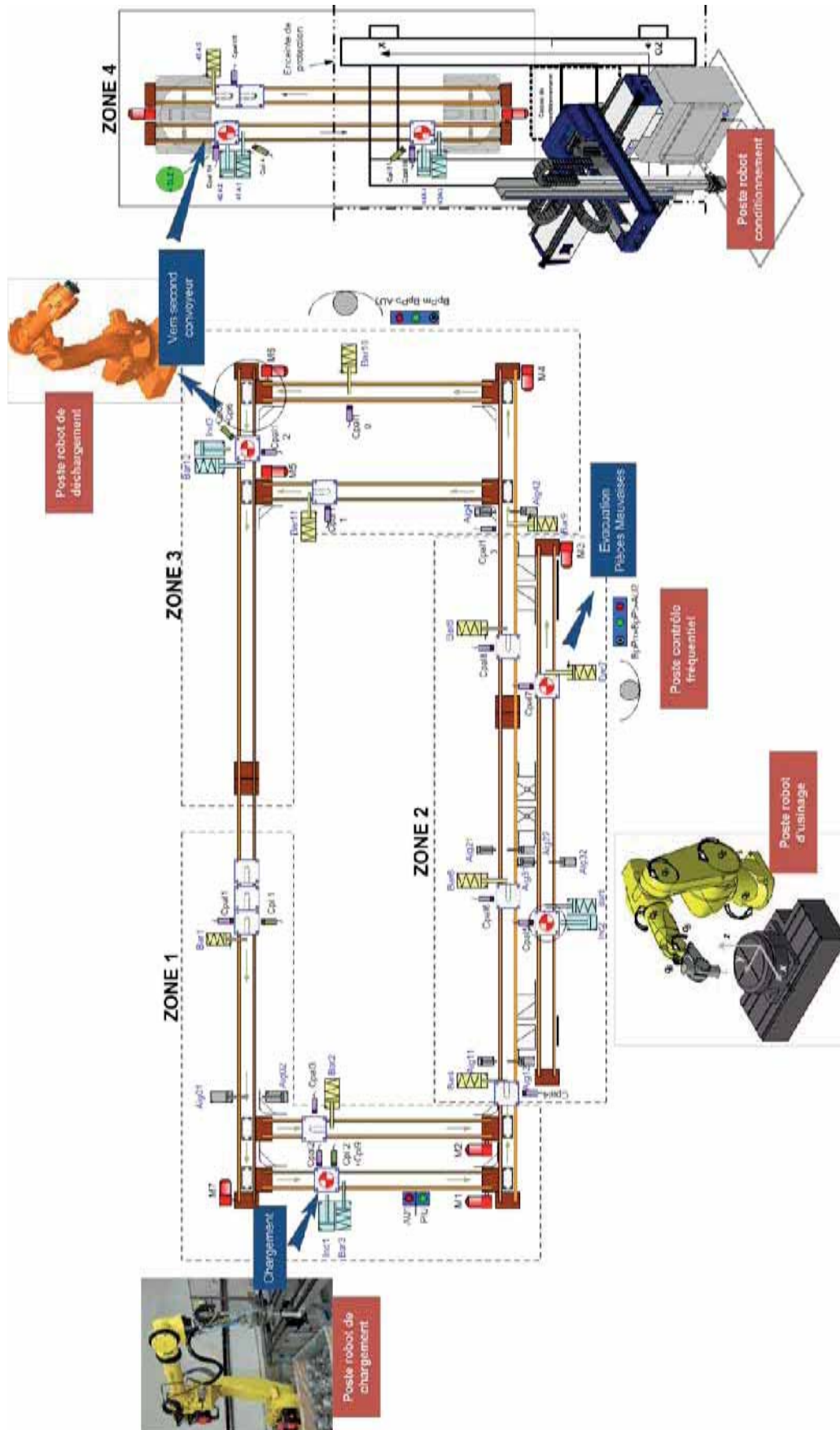
Question III.13 – Afin d'optimiser l'utilisation de la MSAP dans le plan (couple,vitesse) quelle modification pourrait-on apporter à la chaîne cinématique de l'axe vertical ? Qu'en résulterait-il quant au choix de la MSAP ?

Un critère déterminant la capacité dynamique d'un axe consiste à comparer l'inertie équivalente à la charge ramenée sur l'axe de la MSAP J_{chr} avec l'inertie du rotor de la MSAP J_{MSAP} .

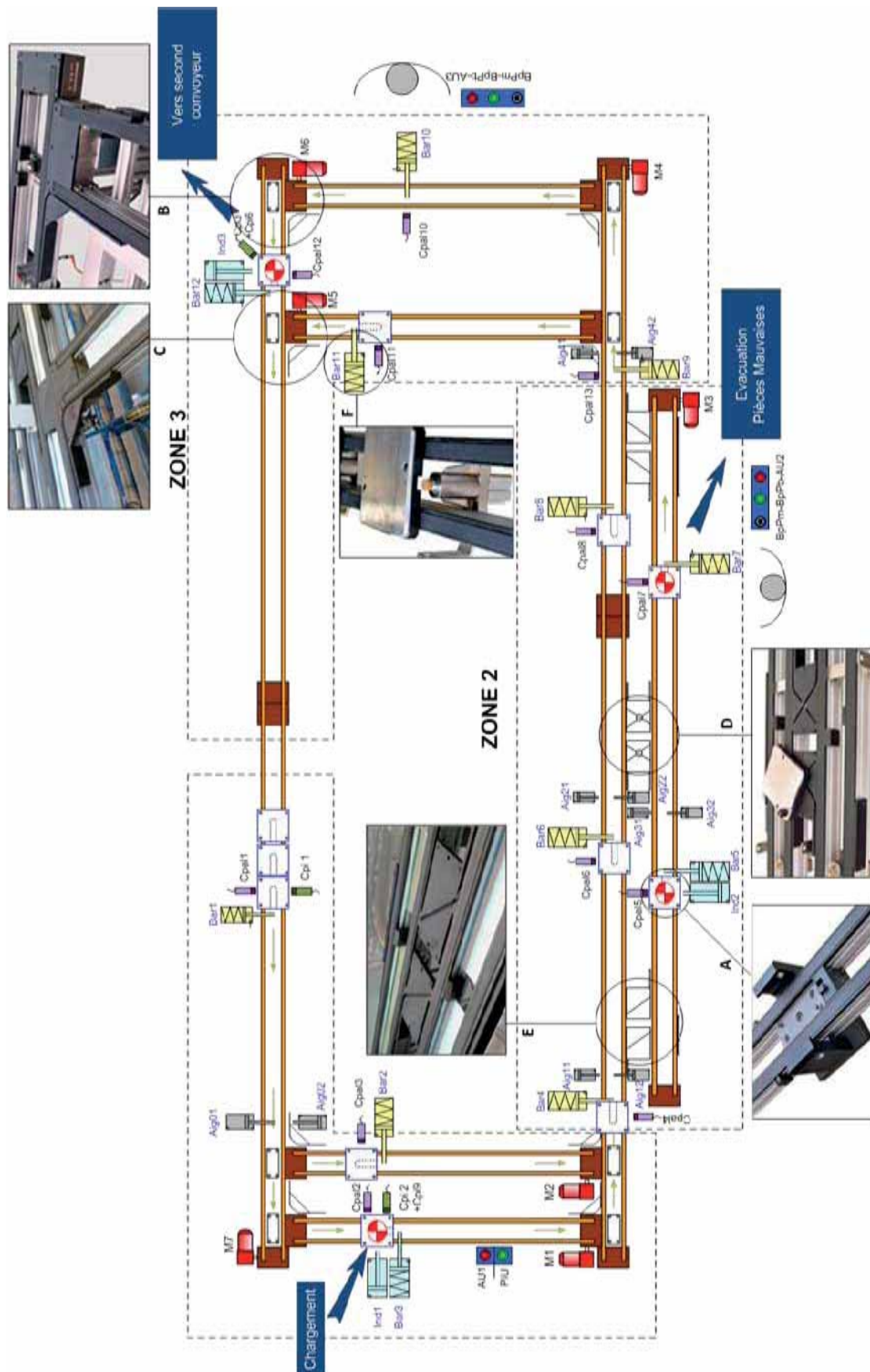
On cherche à respecter : $J_{chr} \leq 4 \cdot J_{MSAP}$.

Question III.14 – Vérifier si ce critère est validé dans le cas de l'axe vertical. En cas de non-respect du critère, proposer des pistes permettant d'atteindre la valeur cible. Comparer avec le choix réalisé par l'intégrateur (XV-8022 ; cf. Document ressource 3).

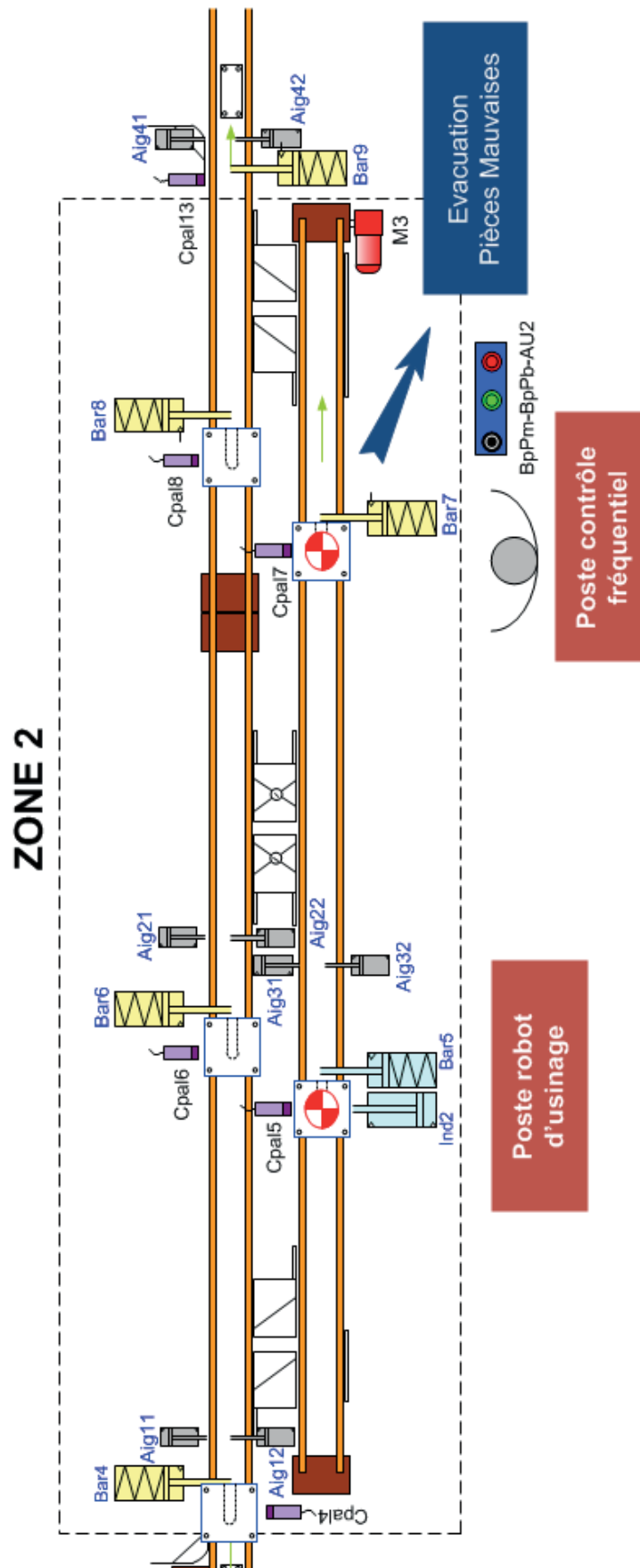
Document ressource 1 – vue d'ensemble de la cellule agile



Document ressource 1 – Vues des composants de convoyage



Document ressource 2 – Vue détaillée de la zone 2



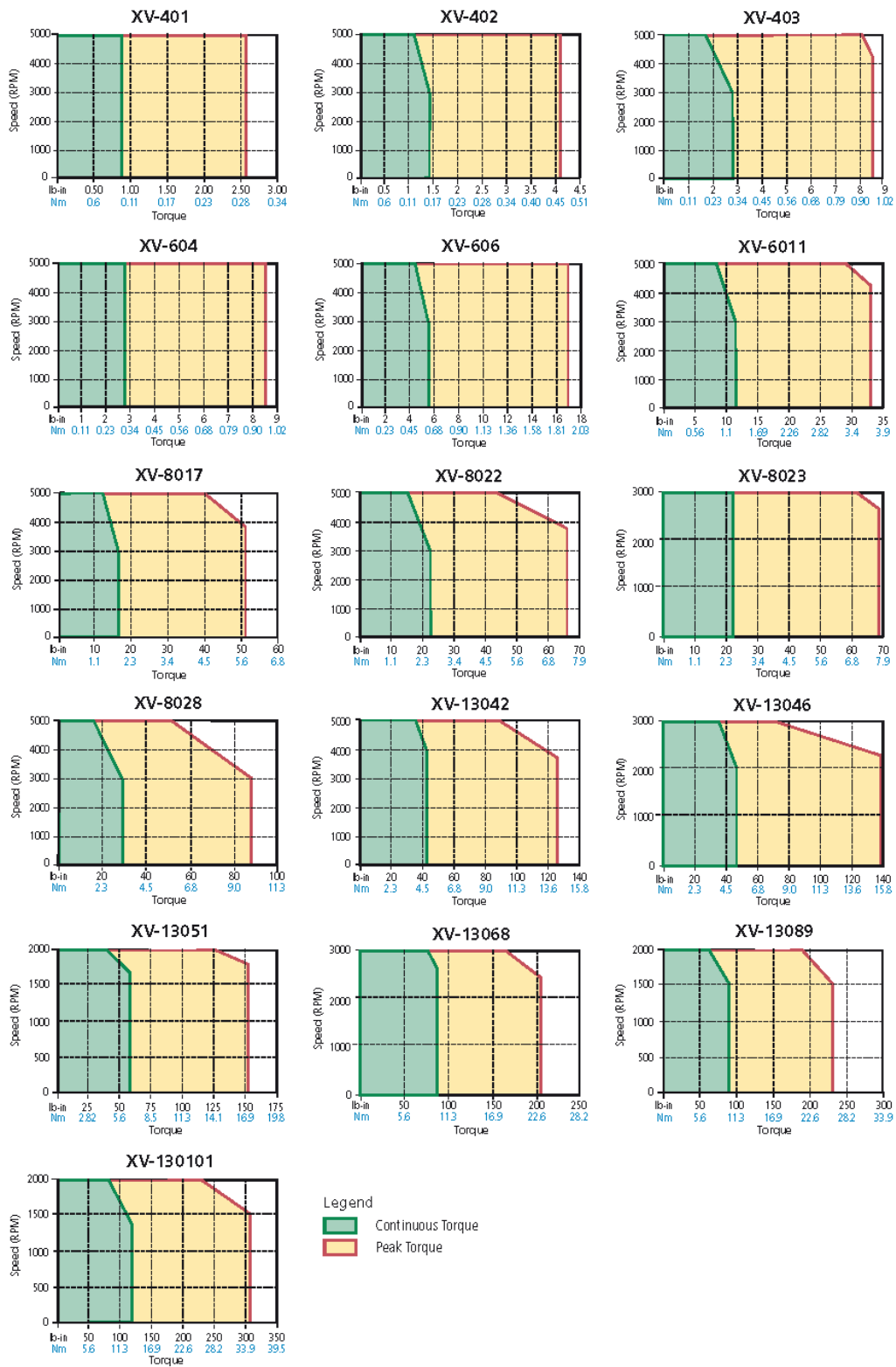
Document ressource 3



XV Motor Specifications

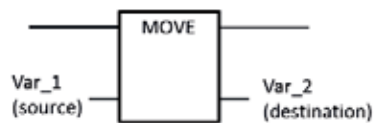
Motor Model	Rated Torque lb-in (Nm)	Peak Torque lb-in (Nm)	Rated Power (KW)	Stall Current (Arms)	Motor Resistance (Ohms)	Motor Inductance (mH)	Operating Speed (RPM) Max	Inertia (lb-in-sec ²) (kg-cm ²)	Motor Ke (Vrms/ krpm)	Motor Kt (lb-in/Arms) (Nm/Arms)	Motor Weight lb kg
XV-401	0.84 0.095	2.39 0.27	0.03	1.07	11.69	8.54	5000	0.0000097 0.011	7.8	0.89 0.10	0.70 0.32
XV-402	1.41 0.159	3.98 0.45	0.05	1.20	9.43	8.27	5000	0.0000186 0.021	10.6	1.28 0.14	0.84 0.38
XV-403	2.81 0.318	7.70 0.87	0.1	1.38	6.89	6.73	5000	0.0000398 0.045	12.7	2.24 0.25	1.10 0.50
XV-604	2.81 0.318	8.41 0.95	0.1	1.65	2.50	7.37	5000	0.0001009 0.114	13.6	1.86 0.21	1.81 0.82
XV-606	5.64 0.637	16.1 1.82	0.2	1.63	4.15	15.21	5000	0.0001611 0.182	29.2	3.76 0.42	2.38 1.08
XV-6011	11.3 1.27	32.3 3.65	0.4	2.89	1.64	7.32	5000	0.0002841 0.321	29.5	4.15 0.47	3.48 1.58
XV-8017	16.9 1.91	48.6 5.49	0.6	3.58	1.43	9.18	5000	0.0009664 1.092	35.2	5.00 0.57	5.55 2.52
XV-8022	22.6 2.55	62.8 7.10	0.8	4.88	0.87	5.94	5000	0.0013355 1.509	35.6	4.94 0.56	7.00 3.18
XV-8023	23.3 2.63	67.1 7.58	0.55	3.82	1.29	9.10	3000	0.0013355 1.509	44.6	6.32 0.71	7.00 3.18
XV-8028	28.2 3.19	81.1 9.16	1	5.37	0.75	5.04	5000	0.0017054 1.927	39.2	5.57 0.63	8.59 3.90
XV-13042	42.2 4.77	123.0 13.90	1.5	8.23	0.41	4.11	5000	0.0106112 11.99	38.6	5.35 0.61	16.6 7.54
XV-13046	46.5 5.25	137.2 15.50	1.1	6.28	0.77	7.76	3000	0.0106112 11.99	53.1	7.71 0.87	16.6 7.54
XV-13051	50.6 5.72	147.8 16.70	0.6	4.15	1.87	20.10	2000	0.0106112 11.99	85.8	12.87 1.45	16.6 7.54
XV-13068	67.5 7.63	199.1 22.50	1.6	9.23	0.47	5.27	3000	0.0152040 17.18	54.2	7.59 0.86	21.3 9.68
XV-13089	88.8 10.0	260.2 29.40	0.9	5.78	1.41	15.99	2000	0.0152040 17.18	94.6	15.57 1.76	21.3 9.68
XV-130101	101 11.5	296.5 33.50	1.2	7.63	0.87	10.67	2000	0.0200718 22.68	90.00	13.88 1.57	25.9 11.8

XV- Servomotor Speed Torque Curves

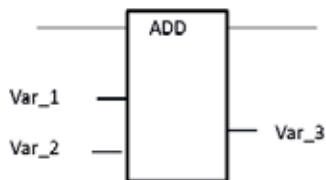


Document ressource 4

Quelques blocs fonctions et actions Ladder génériques

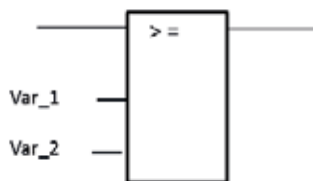


Déplace ou affecte la valeur (source) en mémoire (destination)



ADD : réalise l'addition des valeurs de Var_1 et Var_2, le résultat est affecté à Var_3.

Les opérations mathématiques disponibles sont : DIV (division), SUB (soustraction), MUL (Multiplication), NEG (changement de signe)



Permet la comparaison de deux expressions numériques. Si $Var_1 \geq Var_2$ alors le fil de sortie est égal au fil d'entrée

—(S)—

—(R)—

—(JMP)—

Action Set, Reset et JMP (saut vers un sous programme)

Nom : <i>(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)</i>	<input type="text"/>																												
Prénom :	<input type="text"/>																												
N° d'inscription :	<input type="text"/>								Né(e) le :	<input type="text"/>		/	<input type="text"/>		/	<input type="text"/>													
<small>(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)</small>																													

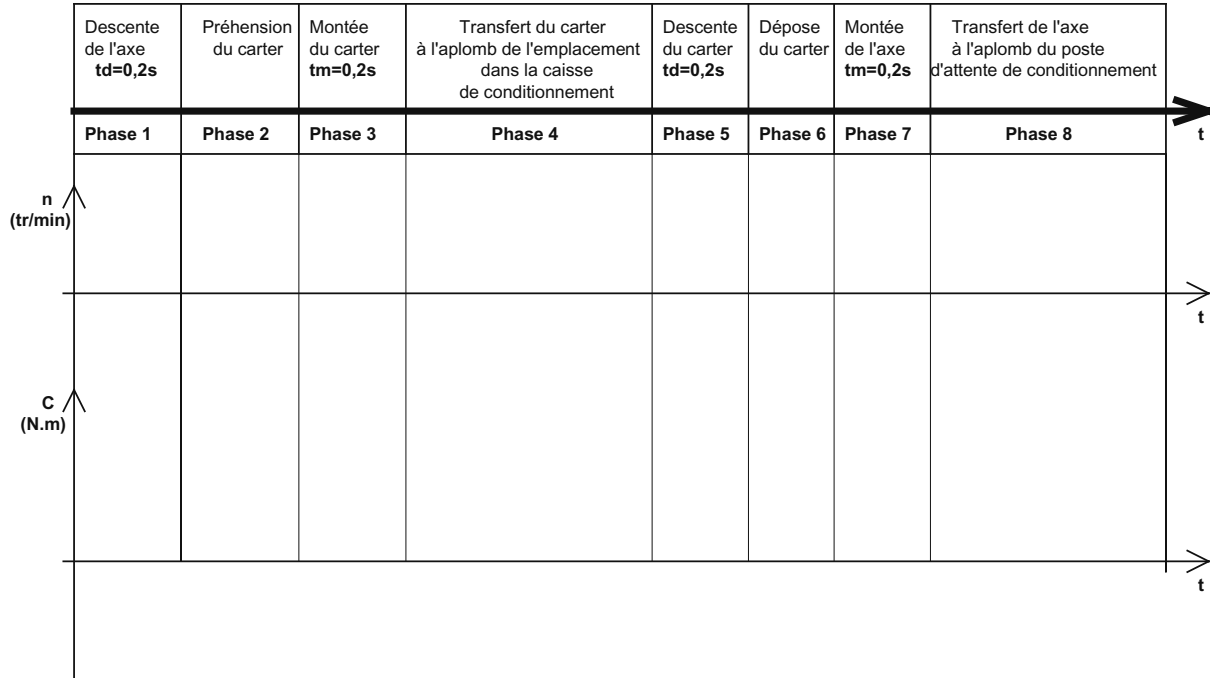
Concours	Section/Option	Epreuve	Matière
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

EAE GMM 3

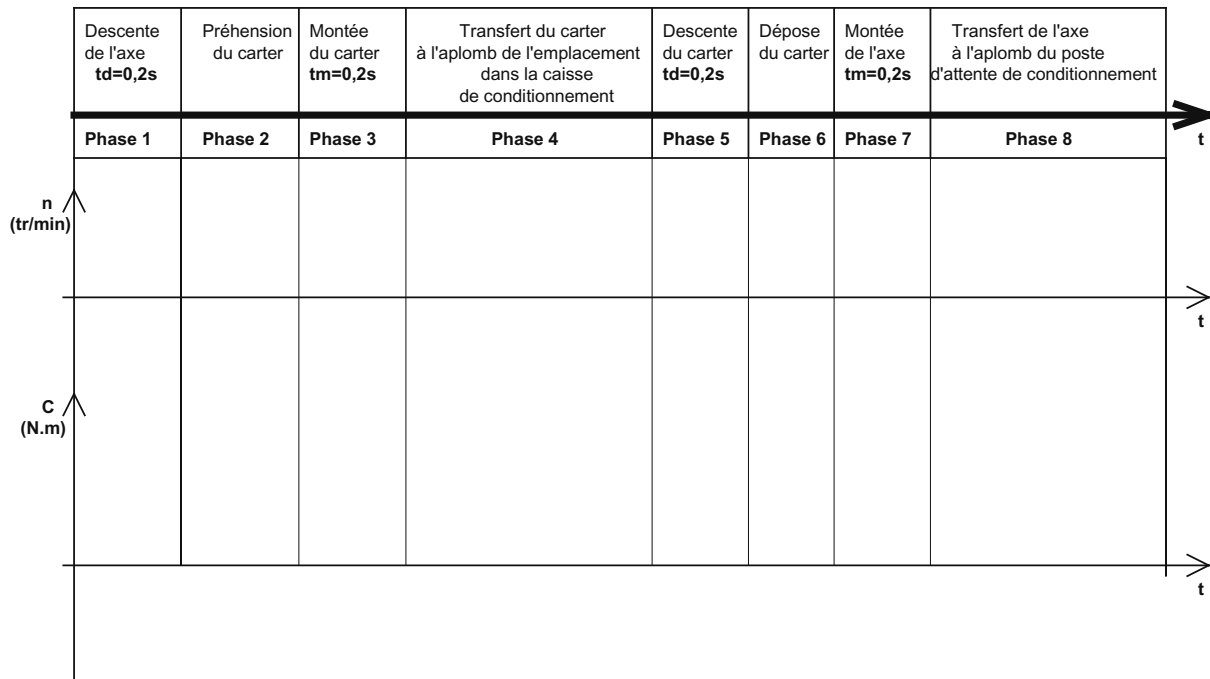
Documents réponses

Document réponse 1

Question III.5 – Allure de l'évolution de la vitesse n et du couple C de la MSAP en fonction du temps.



Question III.10 – Allure de l'évolution de la vitesse n et du couple C de la MSAP en fonction du temps.



Document réponse 2

Question II.16 – Tracé de la courbe de $i(t)$.

Question II.28 – Tracé de la courbe de $i(k)$.

