

SESSION 2011

---

**AGRÉGATION  
CONCOURS EXTERNE**

**Section : SCIENCES PHYSIQUES  
Option C : PHYSIQUE APPLIQUÉE**

**COMPOSITION  
D'ÉLECTRONIQUE ET D'ÉLECTROTECHNIQUE**

Durée : 5 heures

---

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB :** *Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

# Exercice 1 : Électronique

## Analyseur de verres solaires

### PRÉSENTATION

Le Sun Glasses Analyzer (SGA), ou analyseur de verres solaires, est un appareil de mesure permettant de **quantifier le pouvoir filtrant des verres des lunettes solaires (Figure 1)**. La mesure de différents paramètres permet de classer le verre testé dans l'une des cinq catégories de la norme européenne EN 1836. Le consommateur est ainsi informé du degré de protection offert par le verre solaire et peut en adapter son utilisation.



**Figure 1 : Sun Glasses Analyzer en fonctionnement**

Le Sun Glasses Analyzer mesure certains paramètres des verres solaires, directement liés à la protection de l'œil. Les résultats sont présentés sur un écran d'analyse (**Figure 2**). Un des paramètres mesurés est le facteur de transmission moyen dans le domaine du visible (Tv exprimé en %) à partir duquel la catégorie du filtre est déterminée : 0, 1, 2, 3 ou 4. L'utilisation conseillée du verre solaire en fonction de la catégorie à laquelle il appartient est indiquée ci-dessous :

- Catégorie 0 : Esthétique et soirée
- Catégorie 1 : Faible luminosité / temps couvert et soirée
- Catégorie 2 : Luminosité moyenne / confort et ville
- Catégorie 3 : Forte luminosité / mer et montagne
- Catégorie 4 : Très forte luminosité / montagne et haute montagne

Le SGA détermine également si le verre bénéficie d'un traitement anti-UV et d'une protection renforcée contre les rayonnements infrarouges : ces deux informations sont données sur l'écran d'analyse par les mentions « U.V. STOP » et « Filtration I.R. ». Enfin, à partir des mesures réalisées, l'appareil indique si le verre testé peut être utilisé pour la conduite automobile.

Résultats selon la norme NF / EN 1836
Tv : x %
Catégorie : 0, 1, 2, 3 ou 4
UV STOP : oui ou non
Filtration IR : normale ou renforcée
Conduite auto : oui ou non
Utilisation conseillée :
Si cat. 0 : Esthétique et soirée
Si cat.1 : Faible luminosité / temps couvert et soirée
Si cat.2 : Luminosité moyenne / confort et ville
Si cat. 3 : Forte luminosité / mer et montagne
Si cat.4 : Très forte luminosité / montagne et haute montagne

**Figure 2 : Écran d'analyse**

Le schéma synoptique du système complet est représenté sur la **Figure 3**.

Le principe de fonctionnement du SGA est le suivant. Le verre solaire à tester est traversé par des ondes électromagnétiques : cinq radiations appartiennent au domaine du visible (rouge, orange, jaune, vert, bleu), une radiation est de nature infrarouge (IR) et la dernière est une radiation ultra-

violette (UV). Afin d'accéder à la mesure du taux de transmission, deux capteurs (le premier dédié aux ondes visibles et infrarouge, le second à l'onde ultra-violette), sensibles à la quantité de lumière transmise par le verre solaire, constituent les premiers éléments d'une chaîne de réception, réalisant le traitement analogique du signal. Ensuite, le signal est traité de façon numérique afin de fournir les informations décrites précédemment. Enfin, la génération des ondes électromagnétiques est réalisée dans la chaîne d'émission.

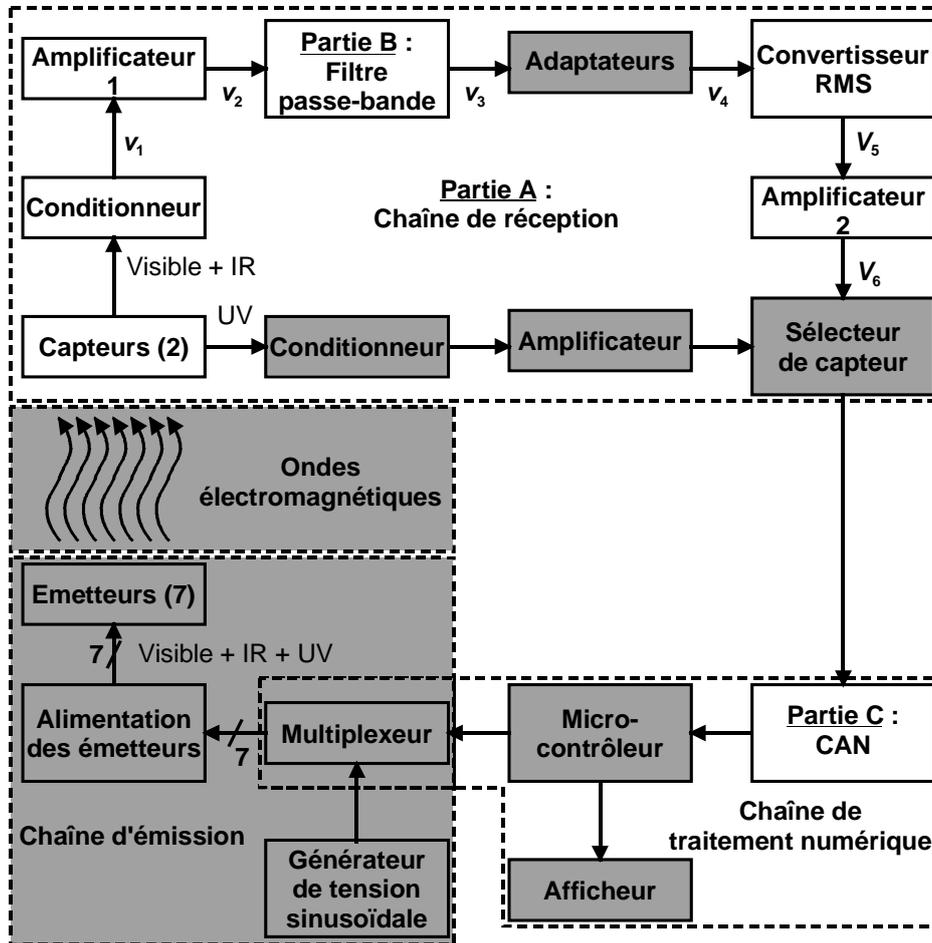


Figure 3 : Schéma synoptique du SGA

Toutes les parties grisées du schéma synoptique ne seront pas abordées dans ce sujet. L'étude est scindée en **trois parties largement indépendantes** :

- **Partie A : Traitement analogique du signal dans la chaîne de réception**
- **Partie B : Étude du filtre passe-bande de la chaîne de réception**
- **Partie C : Conversion analogique – numérique**

Ces parties, de longueur et de difficultés inégales, peuvent être traitées dans n'importe quel ordre et de façon indépendante. En outre, dans chacune des parties, de nombreuses questions sont indépendantes.

**Le candidat est donc invité à parcourir l'ensemble du sujet avant de commencer à le traiter.**

## NOTATIONS

Une grandeur instantanée est notée :

$$v(t) = V_0 + V \cos(2\pi ft)$$

où  $V_0$  représente la composante continue et  $V \cos(2\pi ft)$  la composante alternative de  $v(t)$  (d'amplitude  $V$  et de fréquence  $f$ ).

La grandeur complexe associée à la composante alternative de  $v(t)$  est notée  $\underline{V}(j\omega)$  avec  $\omega = 2\pi f$ . La transformée de Laplace de  $v(t)$  est notée  $V(p)$  et la transformée en  $Z$  des échantillons  $v(nT_H)$  est  $V(z)$ .

Pour un dispositif dont la tension d'entrée est  $v_E(t)$  et la tension de sortie est  $v_S(t)$ , les fonctions de transfert complexe, opérationnelle et en  $Z$  s'écrivent respectivement :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_S(j\omega)}{\underline{V}_E(j\omega)} \quad H(p) = \frac{V_S(p)}{V_E(p)} \quad H(z) = \frac{V_S(z)}{V_E(z)}$$

## RECOMMANDATIONS

Les questions sont numérotées de façon consécutive de Q1 à Q96 sur l'ensemble du sujet.

Le candidat est invité à reporter sur sa copie le numéro de la question traitée en respectant la numérotation du sujet. En outre, il est recommandé de respecter les notations proposées dans l'énoncé et les schémas.

## Partie A : Traitement analogique du signal dans la chaîne de réception

Comme le montre le schéma synoptique de la **Figure 3**, la chaîne de réception est divisée en deux chaînes de traitement analogique selon que l'on considère le capteur qui est sensible aux rayonnements visibles et infrarouge, ou bien celui qui est sensible aux radiations ultraviolettes. L'aiguillage des deux signaux analogiques vers la chaîne de traitement numérique est alors réalisé par un sélecteur de capteur (interrupteur commandé).

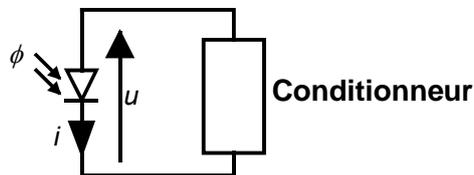
L'objectif de cette **partie A** est l'étude des différentes fonctions électroniques réalisant le traitement analogique du signal issu du **capteur sensible aux rayonnements visibles et infrarouge**.

### A.1. Capteur pour les domaines visible et infrarouge

Le capteur utilisé est une **photodiode**.

- Q1. Représenter par un schéma la constitution interne d'une photodiode en précisant le nom de chaque partie.
- Q2. Expliquer en une phrase comment est réalisée la conversion d'énergie lumineuse en énergie électrique au sein de la photodiode.
- Q3. Quelle est la grandeur électrique proportionnelle à l'éclairement reçu  $\phi$  ? Indiquer s'il s'agit d'un capteur passif ou actif.
- Q4. Représenter dans le plan  $(u, i)$  plusieurs caractéristiques courant – tension d'une photodiode, paramétrées selon l'éclairement reçu  $\phi$  (en convention récepteur).

Afin de traiter l'information fournie par la photodiode, elle est associée à un conditionneur de signal, conformément au schéma de la **Figure 4**.



**Figure 4 : Photodiode et son conditionneur**

Selon la nature de ce conditionneur, la photodiode peut fonctionner soit en mode photovoltaïque, soit en mode photoconducteur.

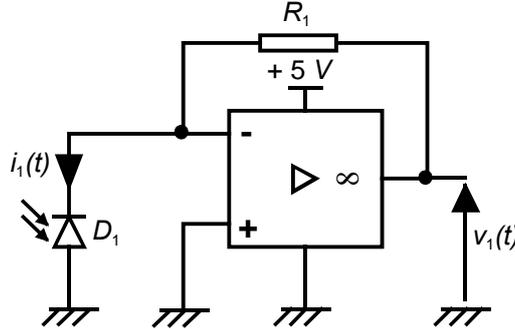
- Q5. Quel est le type de dipôle constitutif du conditionneur permettant un fonctionnement en mode photovoltaïque ?
- Q6. Écrire alors l'équation de la droite de charge  $\Delta_1$  correspondante et la représenter sur le réseau de caractéristiques courant – tension tracées à la question **Q4**.
- Q7. Quel est le dipôle constitutif du conditionneur permettant un fonctionnement en mode photoconducteur ?
- Q8. Écrire alors l'équation de la droite de charge  $\Delta_2$  correspondante et la représenter sur le réseau de caractéristiques courant – tension tracées à la question **Q4**.
- Q9. Préciser, selon le mode de fonctionnement de la photodiode, si elle se comporte-t-elle comme un récepteur ou comme un générateur électrique. Justifier.

Le capteur utilisé dans le SGA est la photodiode S2386-18L, dont la documentation technique est fournie en **Annexe 1**.

- Q10. Justifier que l'utilisation de cette photodiode est adaptée pour l'utilisation visée.
- Q11. Les ondes considérées se propageant dans l'air, déterminer l'intervalle de fréquences correspondant au domaine d'utilisation.

### A.2. Conditionneur

Le schéma du conditionneur auquel est associée la photodiode  $D_1$  sensible aux rayonnements visibles et infrarouge est représenté sur la **Figure 5**.



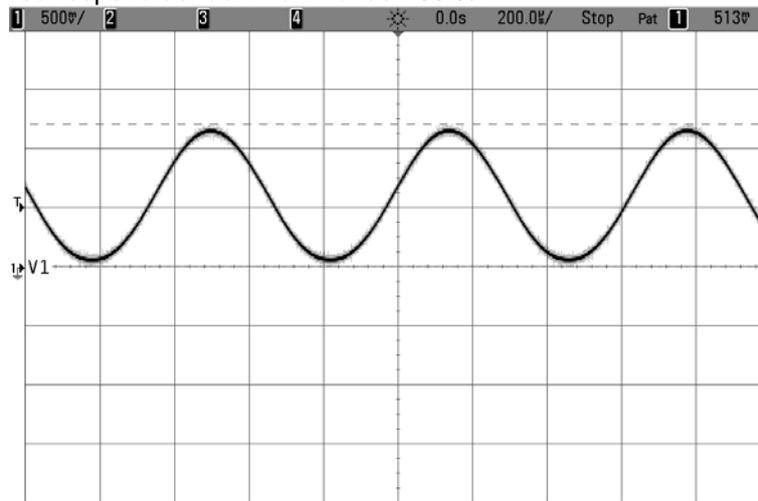
**Figure 5 : Conditionneur**

Repère	Désignation	Valeur (Référence)	Tol.±
$R_1$	Résistance CMS	120 K $\Omega$	1 %
$D_1$	Photodiode	S2386-18L	

L'amplificateur opérationnel est supposé idéal et alimenté sous tensions continues  $[0 \text{ V}; + 5,00 \text{ V}]$ . La photodiode est assimilée à une source de courant  $i_1$ .

- Q12. Comment est appelé le courant  $i_1$  dans la documentation technique donnée en **Annexe 1** ? Justifier cette dénomination.
- Q13. Donner l'expression de  $v_1$  en fonction de  $i_1$  et de  $R_1$  et préciser la fonction électronique réalisée par ce conditionneur.

Pour chaque longueur d'onde testée, l'intensité de l'onde électromagnétique n'est pas constante mais varie sinusoïdalement à la fréquence  $f_1 = 1,56 \text{ kHz}$ . En sortie du conditionneur, la tension électrique  $v_1(t)$  est donc également sinusoïdale. Le chronogramme de la **Figure 6** représente la tension  $v_1(t)$  relevée lors de la mesure du taux de transmission de la couleur rouge en l'absence de verre solaire, ce qui correspond au taux maximal de 100 %.



Mesures :  $Freq(1) = 1,558 \text{ kHz}$   $Avg(1) = 594,4 \text{ mV}$   $Pk - Pk(1) = 1,20 \text{ V}$

**Figure 6 : Chronogramme de la tension  $v_1(t)$**

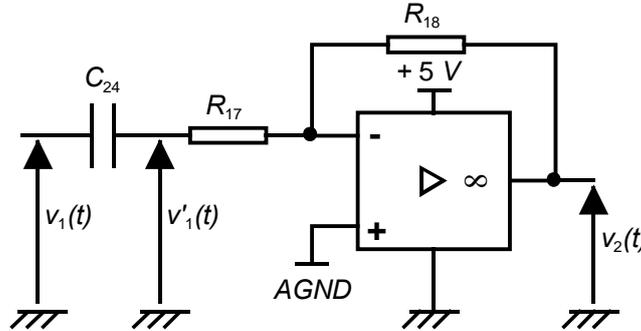
La tension  $v_1(t)$  s'écrit :

$$v_1(t) = V_{01} + V_1 \cos(2\pi f_1 t) \text{ avec } f_1 = 1,56 \text{ kHz}$$

- Q14. Préciser les noms et les valeurs numériques de  $V_{01}$  et  $V_1$ .
- Q15. En déduire l'expression du courant  $i_1(t)$  dans la photodiode et calculer les valeurs de  $I_{01}$  et  $I_1$ .
- Q16. Ces valeurs numériques sont-elles compatibles avec les valeurs fournies dans la documentation technique ? Justifier.

### A.3. Amplificateur 1

La tension  $v_1(t)$  est appliquée à l'entrée d'un amplificateur (noté Amplificateur 1), via un condensateur  $C_{24}$ , conformément au schéma de la **Figure 7**.



**Figure 7 : Amplificateur 1**

Repère	Désignation	Valeur (Référence)	Tol.±
$R_{17}$	Résistance C. métall.	20,0 kΩ - ¼ W	1%
$R_{18}$	Résistance C. métall.	64,9 kΩ - ¼ W	5%
$C_{24}$	Polyester métallisé	220 nF / 50-63 V	10%

L'amplificateur opérationnel (A.O.) est supposé idéal et alimenté sous tensions continues  $[0\text{ V}; +5,00\text{ V}]$ . La tension appliquée sur l'entrée non-inverseuse de l'A.O. est une **masse analogique** de valeur  $AGND = 2,50\text{ V}$ .

- Q17. Quel est le rôle du condensateur  $C_{24}$  ? En déduire l'expression de la tension  $v'_1(t)$ .
- Q18. Sachant que la tension de sortie s'écrit :  $v_2(t) = V_{02} + V_2 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_2)$ , indiquer les expressions et les valeurs de  $V_{02}$ ,  $V_2$  et  $\varphi_2$ .

### A.4. Filtre passe-bande

Afin d'éliminer toute composante parasite, la tension  $v_2(t)$  est appliquée à l'entrée d'un filtre passe-bande, réalisé par l'association en cascade de deux cellules d'ordre 2.

La fréquence centrale du filtre est  $f_0 = 1,56\text{ kHz}$  et le gain en décibel du filtre à cette fréquence est  $G_{0dB} = -2,55\text{ dB}$ .

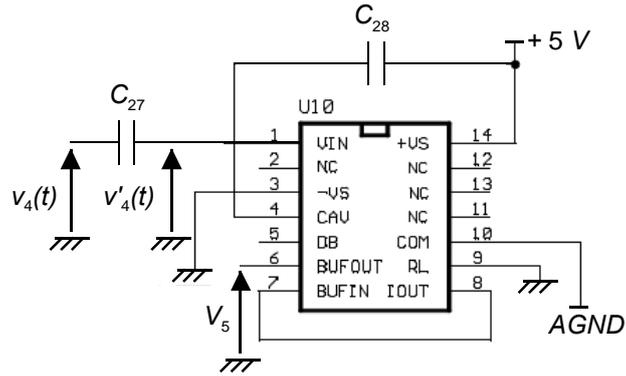
- Q19. Indiquer l'expression de l'amplitude  $V_3$  de la tension en sortie du filtre. Effectuer l'application numérique.

Une étude plus approfondie de ce filtre est réalisée dans la **Partie B**.

### A.5. Convertisseur RMS et amplificateur 2

La détermination du taux de transmission est réalisée en effectuant le rapport des valeurs efficaces du signal obtenu en présence et en l'absence de verre solaire.

La mesure de la valeur efficace est effectuée grâce au convertisseur RMS AD636J, dont la documentation technique est fournie en **Annexe 2**, et câblé selon le schéma de la **Figure 8**.



**Figure 8 : Convertisseur RMS**

La tension appliquée sur la broche 10 du circuit est la masse analogique  $AGND = 2,50 V$ .

La tension  $v_3(t)$  de sortie du filtre passe-bande est appliquée à l'entrée d'un adaptateur de niveau (diviseur de tension), puis d'un adaptateur d'impédance (suiveur). La tension fournie en sortie des adaptateurs est  $v_4(t)$ .

La tension d'entrée du convertisseur RMS  $v'_4(t)$  est purement sinusoïdale : son amplitude est  $V_4 = 224 mV$ . La tension de sortie du convertisseur est  $V_5$ .

Q20. Ce circuit est-il capable d'extraire la valeur efficace de toute tension périodique ? Justifier.

Q21. Calculer la valeur de  $V_5$  et déterminer l'incertitude absolue sur  $V_5$ .

Q22. À l'aide de la documentation technique, justifier la présence du condensateur  $C_{27}$ .

Avant d'être appliquée à l'entrée du convertisseur analogique – numérique, la tension  $V_5$ , image de la quantité de lumière transmise, est amplifiée à l'aide d'un amplificateur non inverseur de facteur d'amplification 27,1.

Q23. Calculer la valeur de la tension  $V_6$  en sortie de cet amplificateur.

Q24. La valeur précédente étant obtenue en l'absence de verre, indiquer l'intervalle de valeurs possibles prises par  $V_6$  en présence d'un verre solaire.

## Partie B : Étude du filtre passe-bande de la chaîne de réception

La chaîne de réception du SGA comporte un **filtre passe-bande** (cf. **Figure 3**), réalisé à partir du circuit LTC1067. Il est constitué de deux cellules, *A* et *B*, chacune mettant en œuvre un **filtre à capacités commutées** d'ordre 2. Les deux cellules étant câblées en cascade, le filtre passe-bande est **d'ordre 4**.

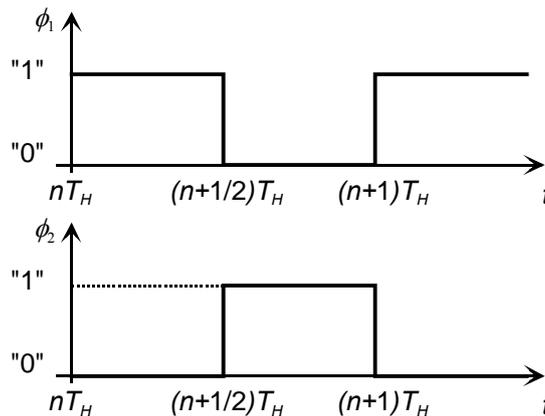
L'étude du filtre passe-bande utilisé dans le SGA et de la tension obtenue en sortie sera effectuée dans les paragraphes **B.4** et **B.5**. La réalisation de filtres à capacités commutées est basée sur l'utilisation d'intégrateurs purs, constitués de dipôles à capacité commutée : ces éléments seront étudiés dans les paragraphes **B.1**, **B.2** et **B.3**.

**Les paragraphes B.4 et B.5 sont totalement indépendants des paragraphes B.1, B.2, B.3.**

### B.1. Dipôle à capacité commutée

Plusieurs structures, contenant un condensateur et des interrupteurs commandés, permettent de réaliser un dipôle à capacité commutée. Trois d'entre elles seront abordées dans ce paragraphe.

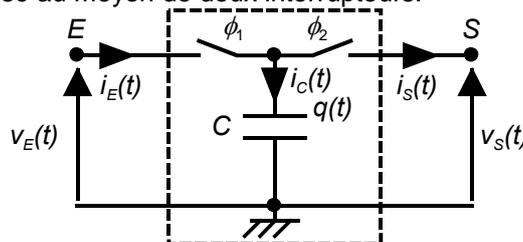
Pour les trois structures étudiées,  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont des horloges synchrones de commutation, en opposition de phase, non recouvrantes, de fréquence  $f_H = 1/T_H$  (cf. **Figure 9**). Elles actionnent l'ouverture et la fermeture des interrupteurs commandés, réalisés en technologie CMOS : l'interrupteur est fermé sur l'état haut (niveau logique : "1") de son horloge de commande, et ouvert sur l'état bas (niveau logique : "0").



**Figure 9 : Signaux d'horloge**

Les tensions alternatives d'entrée  $v_E(t)$  et de sortie  $v_S(t)$  du dipôle seront supposées constantes sur une période d'horloge et notées  $V_E$  et  $V_S$ , car leur fréquence fondamentale  $f$  est telle que :  $f \ll f_H$  ou  $f < \frac{f_H}{10}$

La **première structure** de dipôle à capacité commutée est représentée sur la **Figure 10** : le transfert de charges est réalisé au moyen de deux interrupteurs.



**Figure 10 : Dipôle à capacité commutée : structure 1**

Pour l'étude de cette structure, on tient compte de la résistance  $R_{ON}$  d'un interrupteur à l'état passant ; à l'état bloqué, l'interrupteur est assimilé à une résistance infinie.

Q25. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge  $q_1(t)$  de l'armature supérieure du condensateur  $C$  au cours de la phase  $\phi_1 = "1"$  et préciser l'expression de la constante de temps  $\tau$ .

On suppose que le régime permanent est atteint à la fin de chaque phase, soit  $\tau \ll \frac{T_H}{2}$ .

Q26. Préciser la valeur finale  $Q_1$  de la charge à la fin de la phase  $\phi_1 = "1"$ .

Q27. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la charge  $q_2(t)$  de l'armature supérieure du condensateur au cours de la phase  $\phi_2 = "1"$  et préciser la valeur finale  $Q_2$  de la charge à la fin de cette phase.

Q28. Déterminer l'expression à tout instant de la charge  $q_1(t)$  au cours de la phase  $\phi_1 = "1"$ , puis celle de la charge  $q_2(t)$  au cours de la phase  $\phi_2 = "1"$ .

Q29. En déduire l'expression du courant  $i_E(t)$ .

Q30. Déterminer l'expression de la valeur moyenne  $I_{Emoy}$  du courant  $i_E(t)$  sur une période d'horloge  $T_H$ , puis en donner une expression approchée.

Q31. En déduire l'expression, en fonction de  $C$  et  $f_H$ , de la résistance  $R_{eq1}$  équivalente au dipôle à capacité commutée entre  $E$  et  $S$ .

La **deuxième structure** étudiée, présentée sur la **Figure 11**, nécessite l'utilisation de quatre interrupteurs. Les signaux d'horloge  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont ceux utilisés précédemment et présentés sur la **Figure 9**. Sur la phase  $\phi_2 = "1"$ , la capacité commutée  $C$  est un pont entre l'entrée et la sortie ; sur la phase  $\phi_1 = "1"$ , elle est totalement déchargée, ce qui conduit à une charge initiale nulle pour la phase suivante.

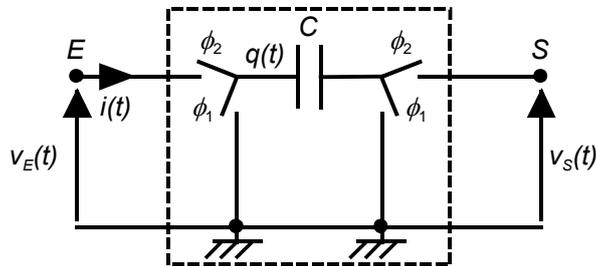


Figure 11 : Dipôle à capacité commutée : structure 2

L'expression de la résistance  $R_{eq2}$  équivalente au dipôle à capacité commutée est établie en considérant les charges acquises à la fin de chacune des deux phases de fonctionnement. La valeur de la charge  $q(t)$  (située sur l'armature gauche du condensateur  $C$ ) à la fin des phases  $\phi_1 = "1"$  et  $\phi_2 = "1"$  est respectivement notée :

$$q\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)T_H\right) = Q_1 \quad \text{et} \quad q\left((n+1)T_H\right) = Q_2$$

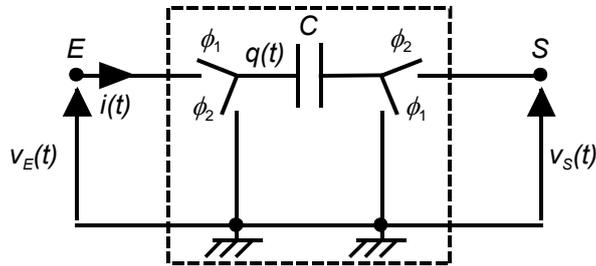
Q32. Exprimer les charges  $Q_1$  et  $Q_2$  en fonction de  $C$  et des tensions  $v_E(t)$  et  $v_S(t)$  en précisant l'instant auquel sont mesurées ces tensions :  $nT_H$ ,  $\left(n + \frac{1}{2}\right)T_H$ ,  $(n+1)T_H \dots$

Q33. En déduire l'expression de la charge  $\Delta Q = Q_2 - Q_1$  transférée sur une période d'horloge.

Q34. Définir le courant moyen  $I$  dans le dipôle en fonction de  $T_H$  et  $\Delta Q$ .

Q35. En déduire l'expression de la résistance  $R_{eq2}$  équivalente à ce dipôle à capacité commutée, en fonction de  $C$  et  $f_H$ . Commenter.

La **Figure 12** représente la **troisième structure** de dipôle à capacité commutée, basée sur l'utilisation de quatre interrupteurs : la capacité commutée  $C$  se charge et se décharge successivement selon la phase de fonctionnement. Les signaux d'horloge  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont ceux utilisés précédemment et présentés sur la **Figure 9**.



**Figure 12 : Dipôle à capacité commutée : structure 3**

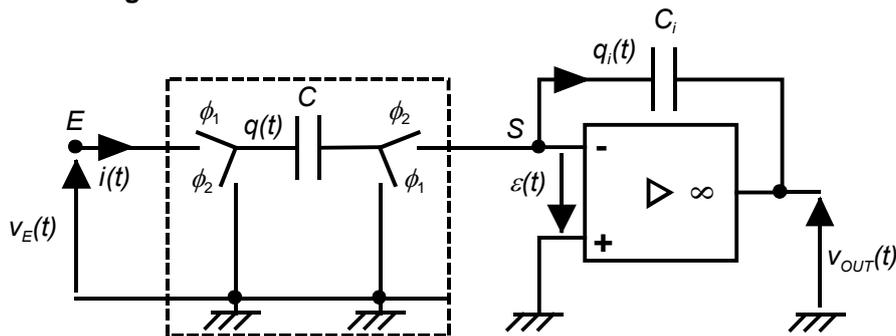
La méthode pour déterminer  $R_{\text{éq}3}$  et les notations  $Q_1$  et  $Q_2$  sont les mêmes que celles utilisées pour l'étude de la structure 2.

- Q36. Exprimer les charges  $Q_1$  et  $Q_2$  en fonction de  $C$  et des tensions  $v_E(t)$  et  $v_S(t)$  en précisant l'instant auquel sont mesurées ces tensions :  $nT_H$ ,  $\left(n + \frac{1}{2}\right)T_H$ ,  $(n+1)T_H \dots$
- Q37. En déduire l'expression de la charge  $\Delta Q = Q_1 - Q_2$  transférée sur une période d'horloge.
- Q38. Sachant que les tensions  $v_E(t)$  et  $v_S(t)$  sont supposées constantes (et notées  $V_E$  et  $V_S$ ) sur une période d'horloge ( $f \ll f_H$ ), établir l'expression de la résistance  $R_{\text{éq}3}$  équivalente à ce dipôle à capacité commutée, en fonction de  $C$ ,  $f_H$ ,  $V_E$  et  $V_S$ . Commenter.

### B.2. Intégrateur pur

Pour que l'équivalence du dipôle à capacité commutée avec une résistance soit valide, il faut que les charges transférées puissent s'écouler, ce qui est impossible si le dipôle est connecté à l'entrée d'un amplificateur opérationnel idéal seul (aucun courant ne circule dans ses entrées).

Ainsi, la capacité  $C$ , **commutée suivant la structure 3**, est reliée à l'entrée inverseuse d'un **amplificateur opérationnel idéal** rétro-actionné avec un condensateur  $C_i$ , réalisant ainsi l'intégrateur pur représenté sur la **Figure 13**.



**Figure 13 : Intégrateur pur (avec structure 3)**

- Q39. Que vaudrait la résistance équivalente, notée  $R_{\text{éq}3}$ , du dipôle à capacité commutée si on utilisait l'expression obtenue à la question **Q38** ?

La suite de l'étude consiste à déterminer la résistance équivalente, notée  $R'_{\text{éq}3}$ , du dipôle à capacité commutée, en tenant compte des composants auxquels il est associé.

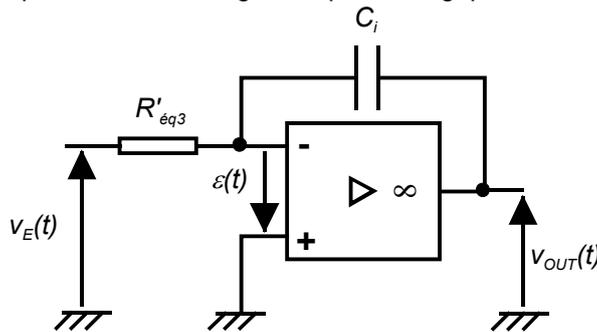
- Q40. Exprimer les charges  $Q_1$  et  $Q_{i1}$ , situées respectivement sur les armatures gauches de  $C$  et de  $C_i$  à la fin de la phase  $\phi_1 = "1"$ , en fonction de  $v_E \left( \left( n + \frac{1}{2} \right) T_H \right)$  et de  $v_{OUT} (nT_H)$  notamment.
- Q41. En utilisant la propriété de conservation d'une charge  $Q_{totale}$ , dont on précisera l'expression, tout au long de la phase  $\phi_2 = "1"$ , montrer que la relation de récurrence entre les tensions d'entrée et de sortie de l'intégrateur pur s'écrit :

$$v_{OUT} \left( (n+1)T_H \right) - v_{OUT} (nT_H) = \frac{C}{C_i} v_E \left( \left( n + \frac{1}{2} \right) T_H \right)$$

Pour déterminer l'équation temporelle associée à cette équation de récurrence, on considère que l'instant  $\left( n + \frac{1}{2} \right) T_H$  est l'instant  $t$  et que la période d'horloge  $T_H$  est assimilable à un petit intervalle de temps, soit  $T_H = dt$ .

- Q42. Déterminer l'équation différentielle reliant la tension de sortie  $v_{OUT}(t)$  de l'intégrateur pur à capacité commutée à la tension d'entrée  $v_E(t)$ .

En assimilant le dipôle à capacité commutée à une résistance équivalente  $R'_{\text{eq}3}$ , on retrouve le schéma de la **Figure 14**, représentant un intégrateur pur analogue à éléments discrets.



**Figure 14 : Intégrateur pur analogique**

- Q43. Établir l'équation différentielle reliant la tension de sortie  $v_{OUT}(t)$  de l'intégrateur pur analogue à la tension d'entrée  $v_E(t)$ .
- Q44. À l'aide des questions **Q42** et **Q43**, déterminer l'expression de la résistance  $R'_{\text{eq}3}$  équivalente au dipôle à capacité commutée, utilisé dans l'intégrateur pur. Commenter.
- Q45. Expliquer pourquoi la présence de l'amplificateur opérationnel et de  $C_i$  conduit à  $R'_{\text{eq}3} \neq R_{\text{eq}3}$ .
- Q46. Si l'intégrateur pur était réalisé à partir de la capacité  $C$  commutant suivant la structure 2 (cf. **Figure 11**), la résistance  $R_{\text{eq}2}$  équivalente au dipôle à capacité commutée serait-elle modifiée par rapport à celle déterminée à la question **Q35** ? Justifier.
- Q47. Considérant que la résistance  $R'_{\text{eq}3}$  est réalisée par la capacité  $C$  commutant suivant la structure 3 (cf. **Figure 13**), exprimer, en fonction de  $C$ ,  $C_i$  et  $f_H$ , la transmittance opérationnelle  $T_1(p)$  de l'intégrateur pur définie par :

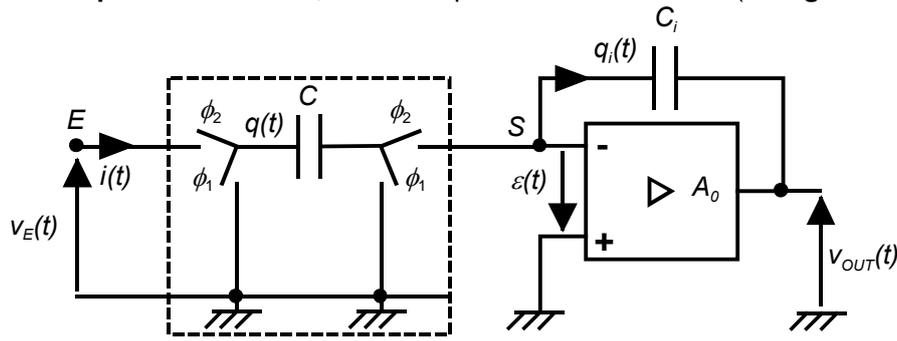
$$T_1(p) = \frac{V_{OUT}(p)}{V_E(p)}$$

- Q48. Quelle est la particularité de cet intégrateur pur à capacité commutée ?
- Q49. Préciser l'expression de la constante de temps  $\tau_i$  de cet intégrateur en fonction de  $f_H$ .

### B.3. Influence du gain statique $A_0$ de l'amplificateur opérationnel

Les caractéristiques d'un amplificateur opérationnel réel, telles que le gain statique ou la fréquence de transition, modifient la réponse en fréquence et la linéarité d'un filtre à capacités

commutées. Le but de ce paragraphe est d'étudier uniquement l'influence du gain statique  $A_0$  sur un **intégrateur pur à capacité commutée**, réalisée à partir de la **structure 2** (cf. **Figure 15**).



**Figure 15 : Intégrateur pur (avec structure 2)**

Dans un premier temps, on considère l'amplificateur opérationnel idéal ( $A_0$  infini, résistances d'entrées infinies, résistance de sortie nulle).

- Q50. En utilisant la propriété de conservation d'une charge  $Q_{totale}$ , dont on précisera l'expression, au cours de la phase  $\phi_2 = "1"$ , montrer que la relation de récurrence entre les tensions d'entrée et de sortie de cet intégrateur pur s'écrit :

$$v_{OUT}((n+1)T_H) - v_{OUT}(nT_H) = -\frac{C}{C_i} v_E((n+1)T_H)$$

On s'intéresse ici aux transformées en Z des échantillons des tensions  $v_E(t)$  et  $v_S(t)$ .

- Q51. Dédire de la relation de récurrence donnée à la question **Q50**, l'expression, en fonction de  $C$ ,  $C_i$  et  $z^{-1}$ , de la transmittance en Z  $T_2(z)$  de l'intégrateur pur, définie par :

$$T_2(z) = \frac{V_{OUT}(z)}{V_E(z)}$$

On considère à présent que **le gain statique  $A_0$  de l'amplificateur opérationnel n'est plus infini** (les autres hypothèses restent valables : résistances d'entrées infinies, résistance de sortie nulle). La tension différentielle d'entrée de l'amplificateur opérationnel est :

$$\varepsilon(t) = v^+(t) - v^-(t)$$

- Q52. Quelle relation lie  $v^-(t)$ ,  $A_0$  et  $v_{OUT}(t)$  en régime quasi-statique ?  
 Q53. En utilisant un raisonnement similaire à celui de la question **Q50**, établir l'équation de récurrence entre les tensions d'entrée et de sortie.  
 Q54. En déduire l'expression de  $T'_2(z)$ , la transmittance en Z de l'intégrateur pur dans le cas où  $A_0$  n'est pas infini. La mettre sous la forme :

$$T'_2(z) = \frac{V_{OUT}(z)}{V_E(z)} = -\frac{k\alpha}{1 - \beta z^{-1}} \quad \text{avec} \quad k = \frac{C}{C_i}$$

et préciser les expressions des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $k$  et  $A_0$ . Donner les expressions approchées de  $\alpha$  et de  $\beta$  à l'aide d'un développement limité à l'ordre 1.

- Q55. Sur quels paramètres de la fonction de transfert de l'intégrateur, et de quelle façon, le gain statique  $A_0$  agit-il ?

#### B.4. Filtre passe-bande du SGA

Le circuit intégré LTC1067 réalise le filtre passe-bande à capacités commutées du SGA. Il est constitué de deux cellules A et B en cascade, chacune d'entre elles contenant des intégrateurs purs à capacité commutée et fonctionnant selon le mode 2 de connexion, conformément au schéma de la **Figure 16**.

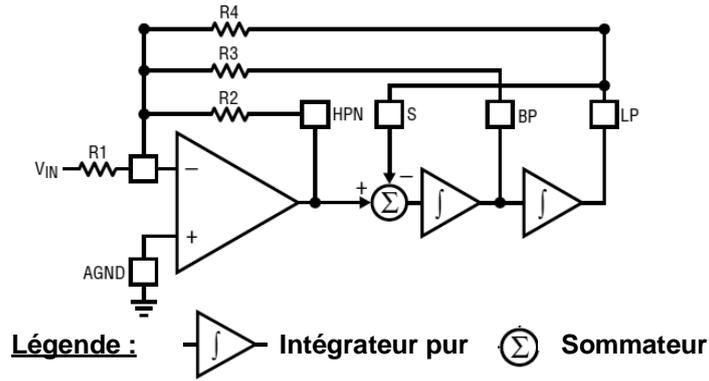


Figure 16 : Mode 2 du LTC1067

L'entrée d'une cellule est notée  $V_{IN}$  et plusieurs sorties sont disponibles :  $V_{BP}$ ,  $V_{LP}$  et  $V_{HPN}$ , sur les broches  $BP$ ,  $LP$  et  $HPN$  respectivement. La transmittance opérationnelle des intégrateurs purs est :

$$T_i(p) = \frac{\omega_i}{p} \quad \text{avec} \quad \omega_i = 2\pi f_i \quad \text{et} \quad f_i = \frac{f_H}{100}$$

Q56. Déterminer, en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  et  $\omega_i$ , la fonction de transfert opérationnelle  $T_{BP}(p)$  du filtre passe-bande, définie par :

$$T_{BP}(p) = \frac{V_{BP}(p)}{V_{IN}(p)}$$

Q57. La mettre sous la forme normalisée suivante :

$$T_{BP}(p) = T_0 \frac{1}{1 + Q \left( \frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p} \right)}$$

et donner les expressions de  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ ,  $Q$  et  $T_0$ , en fonction de  $f_H$  et des éléments du montage. Préciser ce que représentent  $f_0$ ,  $Q$  et  $T_0$ .

Le câblage **en cascade des deux cellules A et B** du filtre LTC1067 dans la chaîne de réception du SGA est présenté sur la **Figure 17**.

La tension d'entrée du filtre, et donc de la cellule A, est  $v_2(t)$ . La tension de sortie de la cellule A, notée  $v_{BPA}(t)$ , correspond à la tension d'entrée de la cellule B, notée  $v_{INB}(t)$  : il s'agit de la broche 6 du circuit intégré. La tension de sortie du filtre, et donc de la cellule B, est  $v_3(t)$ , accessible sur la broche 11.

La fréquence de l'horloge est  $f_H = 100 \text{ kHz}$ .

Q58. À l'aide des expressions déterminées à la question **Q57**, calculer les valeurs numériques de  $f_{0A}$ ,  $Q_A$  et  $T_{0A}$ , associées à la cellule A (partie gauche du circuit intégré) et celles de  $f_{0B}$ ,  $Q_B$  et  $T_{0B}$ , associées à la cellule B (partie droite du circuit intégré).

Q59. Calculer la valeur de la fréquence  $f_0$ , moyenne géométrique de  $f_{0A}$  et  $f_{0B}$ . Commenter cette valeur sachant que la tension d'entrée du filtre est :

$$v_2(t) = V_{02} + V_2 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_2) \quad \text{avec} \quad f_1 = 1,56 \text{ kHz}$$

Q60. Calculer, en explicitant la démarche, l'amplification totale  $T_{TOT}(f_0)$  du filtre à la fréquence  $f_0$ , résultant de l'association en cascade des deux cellules. En déduire le gain en décibels  $G_{0dB}$  à cette fréquence.

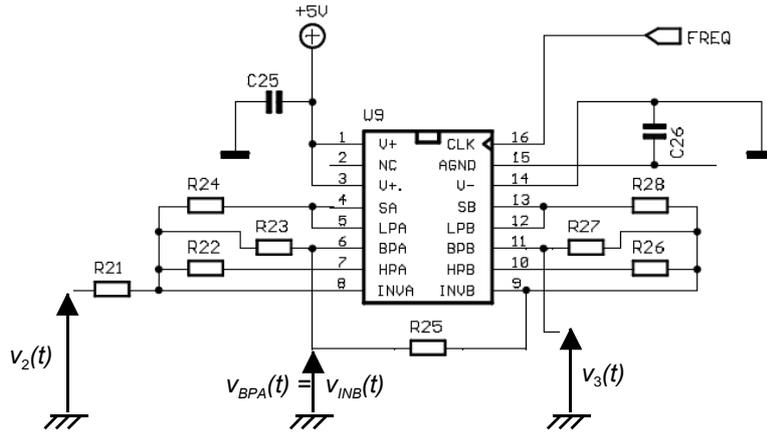


Figure 17 : Schéma du filtre passe-bande du SGA

Repère	Désignation	Valeur (Référence)	Tol.±
$R_{21}$	Résistance C. métall.	178 K $\Omega$ - ¼ W	1 %
$R_{22}$	Résistance C. métall.	24,3 K $\Omega$ - ¼ W	1 %
$R_{23}$	Résistance C. métall.	140 K $\Omega$ - ¼ W	1 %
$R_{24}$	Résistance C. métall.	20,0 K $\Omega$ - ¼ W	1 %
$R_{25}$	Résistance C. métall.	110 K $\Omega$ - ¼ W	1 %
$R_{26}$	Résistance C. métall.	33,2 k $\Omega$ - ¼ W	1 %
$R_{27}$	Résistance C. métall.	162 K $\Omega$ - ¼ W	1 %
$R_{28}$	Résistance C. métall.	20,0 K $\Omega$ - ¼ W	1 %

### B.5. Signaux d'entrée et de sortie du filtre

En ce qui concerne la chaîne de réception du SGA, la tension  $v_2(t)$  appliquée à l'entrée du filtre passe-bande comporte une composante continue ( $V_{02} = 2,50 \text{ V}$ ), une composante utile de fréquence  $f_1$ , et d'autres composantes parasites de fréquence  $f_{p1}$  et  $f_{p2}$ , dues à la non-linéarité de certains composants électroniques. La tension  $v_2(t)$ , dont le **spectre en valeur efficace** (sans la composante continue) est représenté sur la **Figure 18**, s'écrit :

$$v_2(t) = V_{02} + V_2 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_2) + V_{p1} \cos(2\pi f_{p1} t + \varphi_{p1}) + V_{p2} \cos(2\pi f_{p2} t + \varphi_{p2})$$

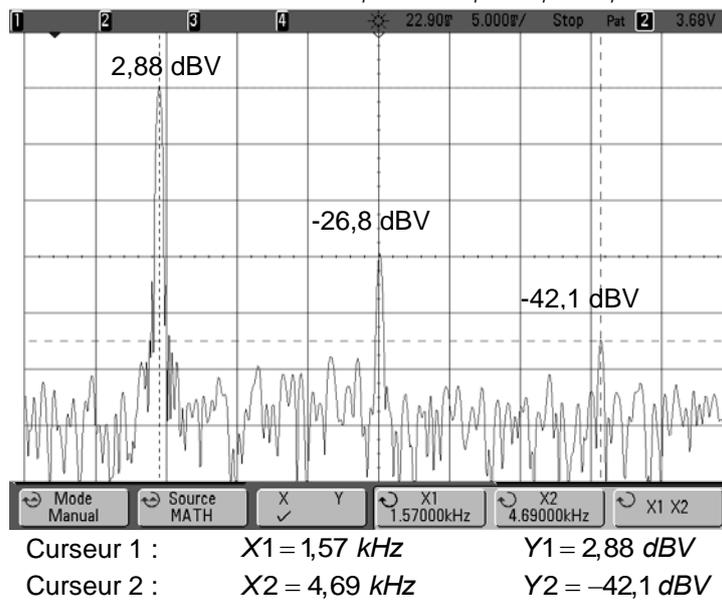
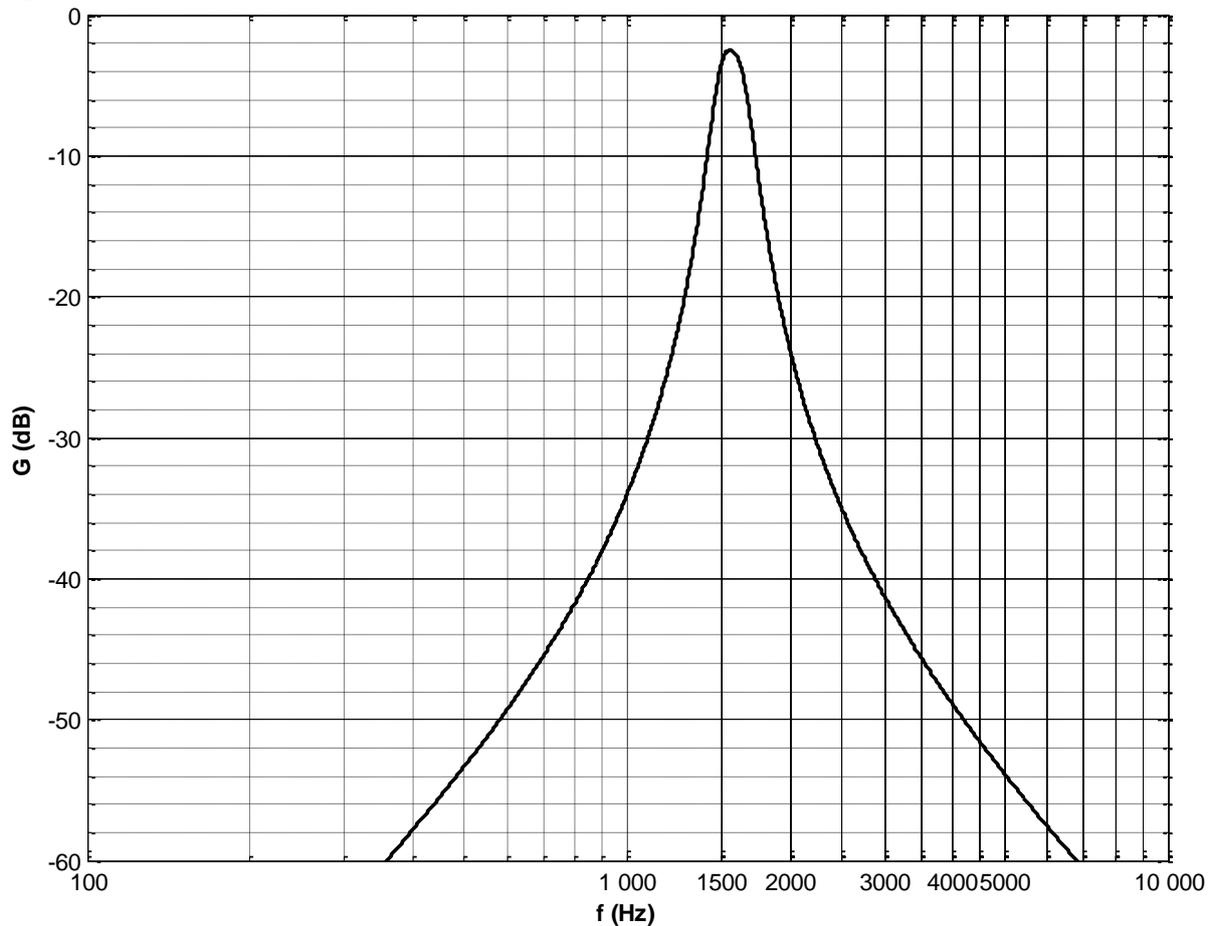


Figure 18 : Spectre en valeur efficace de la tension d'entrée  $v_2(t)$

La fréquence centrale du spectre est 3,12 kHz. La sensibilité horizontale est 500 Hz / div et la sensibilité verticale est 10 dBV / div .

Q61. Préciser les valeurs des fréquences de chaque composante de  $v_2(t)$  ; calculer leur amplitude respective et en déduire le taux de distorsion harmonique  $\tau_{v_2}$  de la tension d'entrée du filtre.

La transmittance complexe du filtre passe-bande du SGA est  $T_{BP}(j\omega)$ . Son module est noté  $T_{BP}(\omega)$  et son argument est  $\varphi(\omega)$ . La courbe de gain associée à  $T_{BP}(j\omega)$  est représentée sur la **Figure 19**.



**Figure 19 : Courbe de gain du filtre passe-bande du SGA**

Q62. Déterminer l'expression littérale de la tension  $v_3(t)$  en sortie du filtre, en fonction de la fréquence, de  $T_{BP}$  et de  $\varphi$ .

Q63. Calculer les valeurs numériques des amplitudes des différentes composantes de  $v_3(t)$ . En déduire le taux de distorsion harmonique  $\tau_{v_3}$  de la tension de sortie du filtre. Commenter.

## **Partie C : Conversion analogique – numérique**

Afin de calculer le taux de transmission du verre solaire testé avec le SGA et d'afficher les résultats sur un écran LCD ou sur un PC, les signaux issus de la chaîne de traitement analogique doivent être traités numériquement par un calculateur. Un convertisseur analogique – numérique est donc placé au début de la chaîne de traitement numérique (cf. **Figure 3**).

Dans cette **partie C**, on s'intéressera d'abord au principe de la conversion analogique – numérique, puis à certaines caractéristiques du convertisseur, et enfin à l'exploitation des signaux issus du CAN du SGA.

**Les paragraphes C.1, C.2, C.3 et C.4 sont largement indépendants.**

### **C.1. Principe de la conversion analogique – numérique**

Le but de cette conversion consiste à transformer une tension continue analogique  $V_e$ , en un nombre binaire  $N$ , codé en binaire naturel sur  $n$  bits :  $N = a_{n-1}a_{n-2}...a_1a_0$ . La **caractéristique de transfert idéale** est linéaire et s'écrit :

$$V_e = qN_{\text{décimal}}$$

où  $N_{\text{décimal}}$  représente le nombre décimal associé au nombre binaire  $N$ . On considère que la conversion est unipolaire : la tension d'entrée est positive, comprise entre 0 et  $V_{e,max}$ .

- Q64. Indiquer, en fonction de  $n$ , le nombre de valeurs codées, disponibles après conversion. En déduire l'expression, en fonction de  $n$  et  $q$ , de la tension pleine échelle en entrée, notée  $V_{e,PE}$ .
- Q65. Comment se nomme  $q$  et que représente-t-il ?
- Q66. Écrire l'expression du nombre décimal  $N_{\text{décimal}}$ , associé au nombre binaire  $N$ .
- Q67. Quelle est la valeur maximale de  $N_{\text{décimal}}$ , notée  $N_{\text{décimal,max}}$ , en fonction de  $n$  ?
- Q68. En déduire l'expression, en fonction de  $n$  et  $q$ , puis en fonction de  $n$  et  $V_{e,PE}$ , de la valeur maximale de  $V_e$ , notée  $V_{e,max}$ . Commenter.

La relation de transfert linéaire est purement théorique. En réalité, il existe deux modes de codage de l'amplitude  $V_e$  :

- **Codage par troncature** :  $N = k$  si  $V_e \in [kq; (k+1)q]$  avec  $k$  entier positif
- **Codage par arrondi** :  $N = k$  si  $V_e \in \left[ \left( k - \frac{1}{2} \right) q; \left( k + \frac{1}{2} \right) q \right]$  avec  $k$  entier positif

- Q69. Représenter sur le **document réponse DR1** les caractéristiques de transfert obtenues avec le codage par troncature (**DR1-a**) et avec le codage par arrondi (**DR1-b**) dans le cas d'une conversion sur 3 bits.
- Q70. Reporter sur les deux graphiques du **document réponse DR1**, **DR1-a** et **DR1-b**, la caractéristique de transfert idéale.
- Q71. Représenter, sur le **document réponse DR2**, l'erreur définie par  $\varepsilon = N_{\text{idéal}} - N_{\text{réel}}$ , en fonction de la tension  $V_e$ , pour les deux types de codage : codage par troncature sur le **DR2-a** et codage par arrondi sur le **DR2-b**.  
Préciser le nom donné à cette erreur.
- Q72. Quel codage permet d'obtenir l'erreur la plus faible possible sur toute la plage de variation de  $V_e$  ? Justifier.
- Q73. Comment limiter, de façon générale, l'amplitude de cette erreur ?

### **C.2. Rapport signal sur bruit**

Lors de la conversion analogique – numérique, l'erreur  $\varepsilon = N_{\text{idéal}} - N_{\text{réel}}$ , inhérente au processus, est considérée comme du bruit. C'est une variable aléatoire stationnaire et ergodique.

L'efficacité de la conversion est caractérisée par le rapport signal sur bruit maximal, défini par le rapport de puissance :

$$RSB = \frac{S}{B}$$

où  $S = \langle s(t)^2 \rangle$  est la puissance moyenne du signal  $s(t)$  (l'opérateur  $\langle \rangle$  représente la valeur moyenne) et  $B$  la puissance du bruit  $\varepsilon$ .

La loi de distribution de la variable aléatoire  $\varepsilon$  est définie par la densité de probabilité  $p(\varepsilon)$ , en fonction du codage :

➤ **Codage par troncature** : si  $\varepsilon \in [0; q]$ , alors  $p(\varepsilon) = P_0 = \text{constante}$  ; sinon,  $p(\varepsilon) = 0$

➤ **Codage par arrondi** : si  $\varepsilon \in \left[-\frac{q}{2}; \frac{q}{2}\right]$ , alors  $p(\varepsilon) = P_0 = \text{constante}$  ; sinon,  $p(\varepsilon) = 0$

La densité de probabilité  $p(\varepsilon)$  vérifie la propriété :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(\varepsilon) d\varepsilon = 1$$

La puissance moyenne du bruit  $\varepsilon$  est définie par :

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon$$

Q74. Pour chacun des deux codages, exprimer  $P_0$  en fonction de  $q$ .

Q75. Déterminer, en fonction de  $q$ , les expressions des puissances moyennes du bruit,  $B_t$  et  $B_a$ , pour le codage par troncature puis pour le codage par arrondi.

On se place dans le cas où la tension d'entrée  $V_e(t)$  à convertir est sinusoïdale. Le signal  $s(t)$  correspond à la composante alternative de  $V_e(t)$ . L'amplitude de  $s(t)$  vaut  $\frac{V_{e,max}}{2}$ ,  $V_{e,max}$  étant la valeur maximale de  $V_e$  définie à la question **Q68**.

Q76. Exprimer la puissance  $S$  en fonction de  $V_{e,max}$ , puis en fonction de  $n$  et  $q$ .

Q77. Dédire des deux questions précédentes les expressions des rapports signal sur bruit  $RSB_t$  et  $RSB_a$ , en fonction de  $n$  (codage par troncature puis codage par arrondi).

Q78. Déterminer l'expression exacte, puis l'expression approchée ( $n$  grand), des rapports signal sur bruit  $RSB_{t,dB}$  et  $RSB_{a,dB}$ , en  $dB$  et en fonction de  $n$ .

Q79. Calculer  $RSB_{t,dB}$  et  $RSB_{a,dB}$  pour un CAN 12 bits. Commenter.

Le CAN utilisé dans le SGA est le circuit AD7896 dont la documentation technique est donnée dans l'**Annexe 3**.

Q80. Dédire de la question précédente la nature du codage utilisée dans le CAN du SGA. Justifier.

Q81. Citer plusieurs éléments liés d'une part au signal d'entrée et d'autre part au convertisseur, susceptibles de réduire le rapport signal sur bruit.

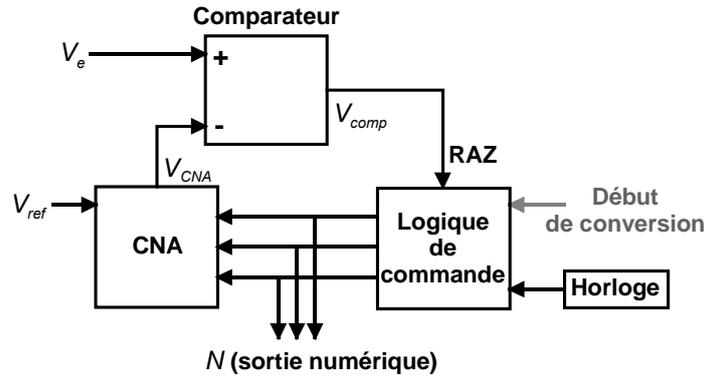
### C.3. Compromis durée de conversion / précision

Le taux de transmission du verre solaire testé par le SGA est déterminé à partir de cinq radiations visibles émises successivement. La durée de conversion de la tension analogique, image de la quantité de lumière transmise, constitue un des critères de choix du CAN ; une autre caractéristique à considérer, puisqu'elle est associée au temps de conversion, est la précision.

Le CAN utilisé dans le SGA est un **convertisseur à approximations (ou pesées) successives**. Il s'agit du circuit AD7896 dont la documentation technique est donnée dans l'**Annexe 3**. Il est constitué d'un convertisseur numérique – analogique (CNA), d'un comparateur et d'une logique de commande. Son schéma est représenté sur la **Figure 20**.

La logique de commande permet d'effectuer une recherche dichotomique dans l'ensemble des valeurs binaires. Il s'agit de tester, au rythme de l'horloge de fréquence  $f_H = 1/T_H$ , tous les bits les uns après les autres, en commençant par le bit de poids fort, et de les commuter selon la tension de sortie du comparateur :

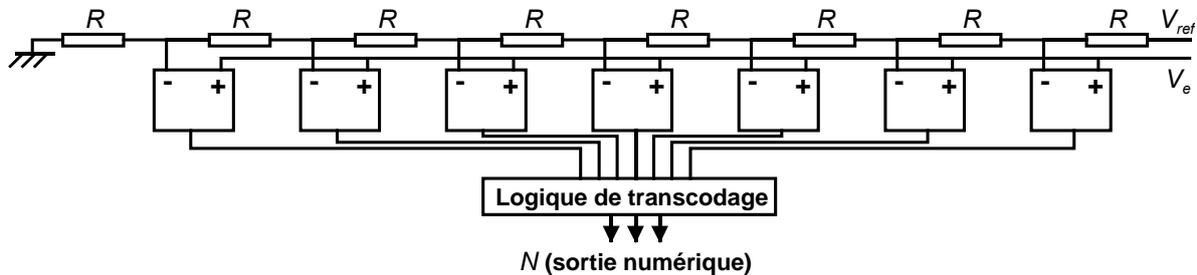
- Si  $V_{comp} = "1"$ , alors le bit testé est forcé à 1
- Si  $V_{comp} = "0"$ , alors le bit testé est forcé à 0



**Figure 20 : CAN à approximations successives**

- Q82. Représenter sur le **document réponse DR3** l'évolution en fonction du temps de la tension  $V_{CNA}$  en sortie du CNA, dans le cas d'un convertisseur 3 bits et pour la tension  $V_e$  représentée. Préciser la valeur de  $V_{comp}$  à chaque étape et indiquer la valeur du nombre binaire  $N$ , résultat de cette conversion par dichotomie.
- Q83. Quelle est l'expression de la durée de conversion  $t_{conv}$  d'un CAN à approximations successives à  $n$  bits ?
- Q84. Calculer la durée de conversion du CAN du SGA, sachant que  $f_H = 300 \text{ kHz}$ .
- Q85. De quel élément dépend la précision d'un CAN à approximations successives ?

Une autre catégorie de CAN est celle des **convertisseurs parallèles (flash)**. Le schéma d'un tel convertisseur, à 3 bits, est représenté sur la **Figure 21**.



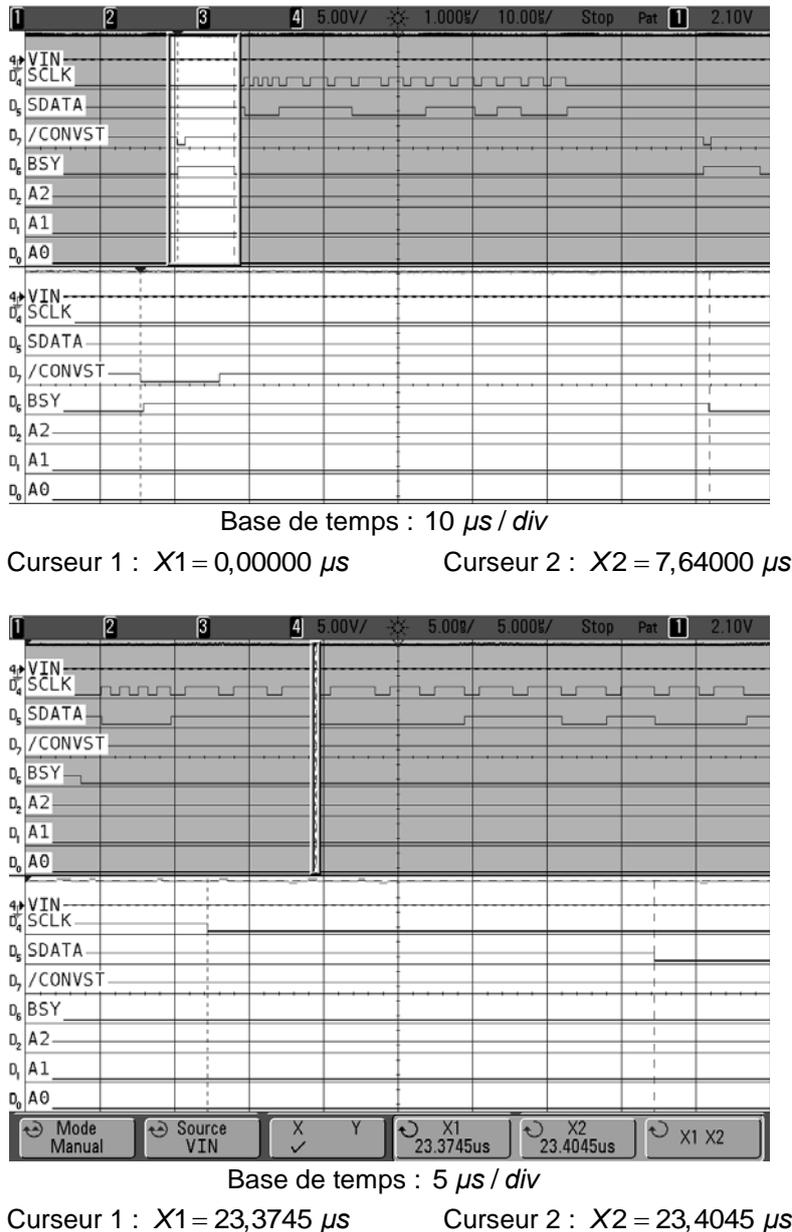
**Figure 21 : CAN parallèle**

- Q86. Expliquer le principe de fonctionnement d'un tel convertisseur.
- Q87. Que dire de la durée de conversion d'un CAN parallèle ?
- Q88. Quel est le principal inconvénient de cette structure, notamment s'il s'agit d'un CAN 12 bits ?
- Q89. En prenant en compte notamment les deux caractéristiques du CAN que sont la durée de conversion et la précision, comparer les deux technologies étudiées ici et justifier le choix effectué pour le CAN utilisé dans le SGA.

#### C.4. Exploitation des signaux issus du CAN du SGA

Le convertisseur utilisé dans le SGA est le circuit AD7896 : c'est un CAN 12 bits à approximations successives, dont les caractéristiques techniques sont données dans **l'Annexe 3**.

La tension analogique d'entrée du CAN, ainsi que les différents signaux numériques présents sur ses broches, sont relevés à l'oscilloscope. Les deux oscillogrammes de la **Figure 22** représentent les signaux obtenus lors de la conversion de la tension d'entrée  $V_{IN}$ , avec deux bases de temps différentes. Les parties inférieures des écrans correspondent au zoom de la zone en clair dans la partie supérieure de l'écran.



**Figure 22 : Oscillogrammes des signaux d'entrée et de sortie du CAN**

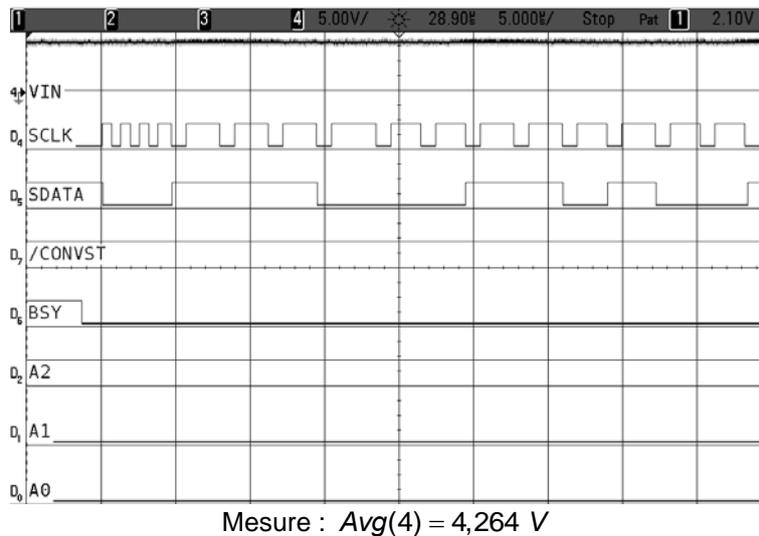
- Q90. Indiquer, en le justifiant à l'aide de la documentation technique, quel est le front actif de l'horloge.
- Q91. À partir des chronogrammes de la **Figure 22**, relever les valeurs expérimentales du temps de maintien d'une donnée  $t_{\text{maintien}}$ , et du temps de conversion  $t_{\text{conv}}$ . Sont-elles en accord avec les spécifications techniques ? Justifier.

Le taux de transmission d'un verre solaire inconnu est calculé à partir de deux relevés : le premier en l'absence de verre (signaux  $V_{IN}(\text{sans verre})$  et  $SDATA(\text{sans verre})$  représentés sur la **Figure 23**), le second avec le verre inconnu (signaux  $V_{IN}(\text{avec verre})$  et  $SDATA(\text{avec verre})$  représentés sur la **Figure 24**). Le taux de transmission s'exprime de la façon suivante :

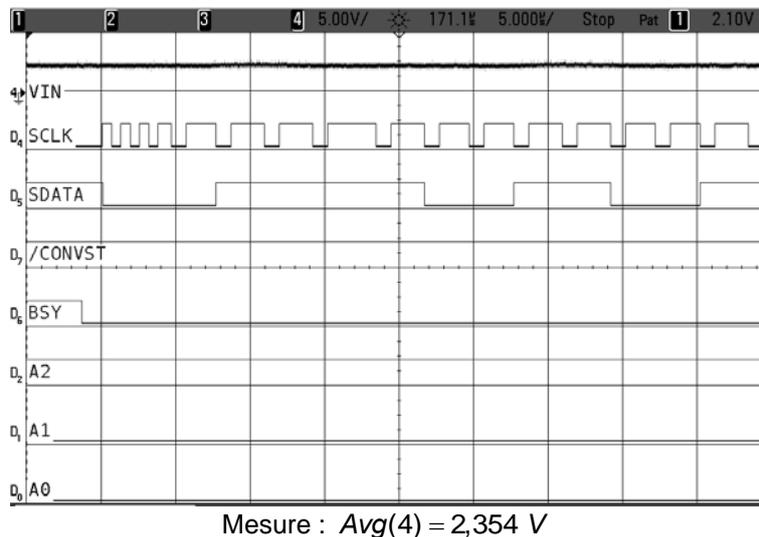
$$T(\%) = \frac{V_{IN}(\text{avec verre})}{V_{IN}(\text{sans verre})} \cdot 100 = \frac{SDATA(\text{avec verre})}{SDATA(\text{sans verre})} \cdot 100$$

L'absence de verre se traduit par un taux de transmission de 100%.

Les signaux logiques  $A_2$ ,  $A_1$  et  $A_0$  permettent de déclencher l'acquisition lorsque la LED de couleur rouge est alimentée.



**Figure 23 : Relevé des signaux en l'absence de verre**



**Figure 24 : Relevés des signaux avec le verre solaire inconnu**

- Q92. En l'absence de verre, relever la valeur en binaire de la donnée *SDATA*(sans verre) puis la convertir en décimal.
- Q93. Lors de la présence du verre inconnu, relever la valeur en binaire de la donnée *SDATA*(avec verre) puis la convertir en décimal.
- Q94. En déduire le taux de transmission dans le rouge de ce verre solaire.
- Q95. Recalculer le taux de transmission à partir de la tension analogique d'entrée du CAN. Commenter.
- Q96. Le calculateur détermine le taux de transmission pour chaque émission visible, non à partir d'une seule conversion analogique – numérique, mais en moyennant 16 conversions successives de la même tension d'entrée  $V_{IN}$ . Quelle est la raison de ce choix ?

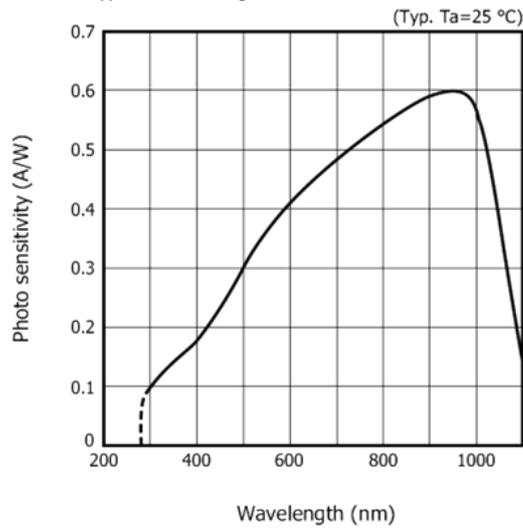
# ANNEXES

## Annexe 1 : Photodiode S2386-18L

▣ **Electrical and optical characteristics (Typ. Ta=25 °C, unless otherwise noted)**

Type No.	Spectral response range $\lambda$ (nm)	Peak sensitivity wavelength $\lambda_p$ (nm)	Photo sensitivity S (A/W)			Short circuit current Isc 100 lx		Dark current ID VR=10 mV Max. (pA)	Temp. coefficient of ID TCID (times/°C)	Rise time tr VR=0 V RL=1 kΩ (μs)	Terminal capacitance Ct VR=0 V f=10 kHz (pF)	Shunt resistance Rsh VR=10 mV		NEP VR=0 V $\lambda=\lambda_p$ (W/Hz <sup>1/2</sup> )	
			$\lambda_p$	GaP LED 560 nm	He-Ne laser 633 nm	GaAs LED 930 nm	Min.					Typ.	Min. (GΩ)		Typ. (GΩ)
							(μA)					(μA)			
S2386-18K	320 to 1100	960	0.6	0.38	0.43	0.59	2	1.12	0.4	140	5	100	6.8 × 10 <sup>-16</sup>		
S2386-18L														1	1.3
S2386-5K														4	5.7
S2386-44K														4.4	6.0
S2386-45K														9.6	12
S2386-8K														12	17
<b>PRELIMINARY</b> S2386-14							26	33	50	10	4300	0.2	10	2.1 × 10 <sup>-15</sup>	

\* Window material K: borosilicate glass, L: lens type borosilicate glass



## Annexe 2 : Convertisseur RMS AD636J

### Low Level, True RMS-to-DC Converter

#### PRODUCT DESCRIPTION

The AD636 is a low power monolithic IC which performs true rms-to-dc conversion on low level signals. It offers performance which is comparable or superior to that of hybrid and modular converters costing much more. The AD636 is specified for a signal range of 0 mV to 200 mV rms. Crest factors up to 6 can be accommodated with less than 0.5% additional error, allowing accurate measurement of complex input waveforms.

The low power supply current requirement of the AD636, typically 800  $\mu$ A, allows it to be used in battery-powered portable instruments. A wide range of power supplies can be used, from  $\pm 2.5$  V to  $\pm 16.5$  V or a single +5 V to +24 V supply. The input and output terminals are fully protected; the input signal can exceed the power supply with no damage to the device (allowing the presence of input signals in the absence of supply voltage) and the output buffer amplifier is short-circuit protected.

## AD636—SPECIFICATIONS

Model	Min	AD636J Typ	Max	Units
TRANSFER FUNCTION	$V_{OUT} = \sqrt{\text{avg.}(V_{IN})^2}$			
CONVERSION ACCURACY Total Error, Internal Trim <sup>1,2</sup> vs. Temperature, 0°C to +70°C vs. Supply Voltage dc Reversal Error at 200 mV			$\pm 0.5 \pm 1.0$ $\pm 0.1 \pm 0.01$ $\pm 0.1 \pm 0.01$ $\pm 0.2$	mV $\pm$ % of Reading mV $\pm$ % of Reading/ $^{\circ}$ C mV $\pm$ % of Reading/V % of Reading
INPUT CHARACTERISTICS Signal Range, All Supplies Continuous rms Level Peak Transient Inputs +3 V, -5 V Supply $\pm 2.5$ V Supply $\pm 5$ V Supply Maximum Continuous Nondestructive Input Level (All Supply Voltages) Input Resistance		0 to 200	$\pm 2.8$ $\pm 2.0$ $\pm 5.0$ $\pm 12$	mV rms V pk V pk V pk V pk k $\Omega$
	5.33	6.67	8	

#### SINGLE SUPPLY CONNECTION

The applications in Figures 1 and 2 assume the use of dual power supplies. The AD636 can also be used with only a single positive supply down to +5 volts, as shown in Figure 3. Figure 3 is optimized for use with a 9 volt battery. The major limitation of this connection is that only ac signals can be measured since the input stage must be biased off ground for proper operation. This biasing is done at Pin 10; thus it is critical that no extraneous signals be coupled into this point. Biasing can be accomplished by using a resistive divider between +V<sub>S</sub> and ground. The values of the resistors can be increased in the interest of lowered power consumption, since only 1 microamp of current flows into Pin 10 (Pin 2 on the "H" package). Alternately, the COM pin of some CMOS ADCs provides a suitable artificial ground for the AD636. AC input coupling requires only capacitor C2 as shown; a dc return is not necessary as it is provided internally. C2 is selected for the proper low frequency break point with the input resistance of 6.7 k $\Omega$ ; for a cut-off at 10 Hz, C2 should be 3.3  $\mu$ F. The signal ranges in this connection are slightly more restricted than in the dual supply connection. The load resistor, R<sub>L</sub>, is necessary to provide current sinking capability.

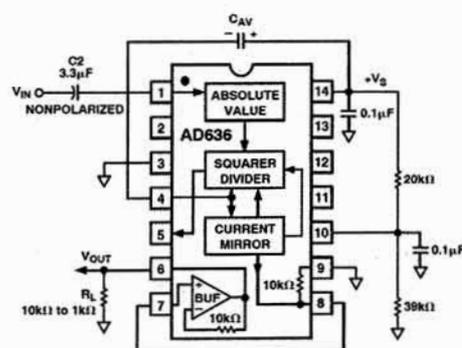


Figure 3. Single Supply Connection

## Annexe 3 : Convertisseur analogique – numérique AD7896

### GENERAL DESCRIPTION

The AD7896 is a fast, 12-bit ADC that operates from a single 2.7 V to 5.5 V supply and is housed in small 8-lead PDIP and 8-lead SOIC packages. The part contains an 8  $\mu$ s successive approximation ADC, an on-chip track-and-hold amplifier, an on-chip clock, and a high speed serial interface.

Output data from the AD7896 is provided via a high speed, serial interface port. This 2-wire serial interface has a serial clock input and a serial data output with the external serial clock accessing the serial data from the part.

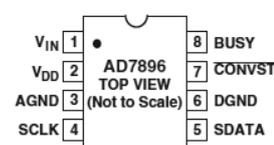
In addition to the traditional dc accuracy specifications, such as linearity, full-scale, and offset errors, the AD7896 is also specified for dynamic performance parameters, including harmonic distortion and signal-to-noise ratio.

The part accepts an analog input range of 0 V to  $V_{DD}$  and operates from a single 2.7 V to 5.5 V supply, consuming only 9 mW typical. The  $V_{DD}$  input is also used as the reference for the part so that no external reference is required.

## AD7896—SPECIFICATIONS

Parameter	A Version <sup>1</sup>	Unit	Test Conditions/ Comments
<b>DYNAMIC PERFORMANCE<sup>2</sup></b>			
Signal-to-(Noise + Distortion) Ratio <sup>3</sup> @ 25°C	70	dB min	$f_{IN} = 10$ kHz Sine Wave, $f_{SAMPLE} = 100$ kHz
<b>DC ACCURACY</b>			
Resolution	12	Bits	

### PIN CONFIGURATION



### PIN FUNCTION DESCRIPTIONS

Pin No.	Mnemonic	Description
1	$V_{IN}$	Analog Input. The analog input range is 0 V to $V_{DD}$ .
2	$V_{DD}$	Positive supply voltage, 2.7 V to 5.5 V.
3	AGND	Analog Ground. Ground reference for track-and-hold, comparator, and DAC.
4	SCLK	Serial Clock Input. An external serial clock is applied to this input to obtain serial data from the AD7896. A new serial data bit is clocked out on the falling edge of this serial clock. Data is guaranteed valid for 10 ns after this falling edge so data can be accepted on the falling edge when a fast serial clock is used. The serial clock input should be taken low at the end of the serial data transmission.
5	SDATA	Serial Data Output. Serial data from the AD7896 is provided at this output. The serial data is clocked out by the falling edge of SCLK, but the data can also be read on the falling edge of the SCLK. This is possible because data bit N is valid for a specified time after the falling edge of the SCLK (data hold time) and can be read before data bit N+1 becomes valid a specified time after the falling edge of SCLK (data access time) (see Figure 4). Sixteen bits of serial data are provided with four leading zeros followed by the 12 bits of conversion data. On the 16th falling edge of SCLK, the SDATA line is held for the data hold time and then disabled (three-stated). Output data coding is straight binary.
6	DGND	Digital Ground. Ground reference for digital circuitry.
7	$\overline{CONVST}$	Convert Start. Edge-triggered logic input. On the falling edge of this input, the track-and-hold goes into its hold mode and conversion is initiated. If $\overline{CONVST}$ is low at the end of conversion, the part goes into power-down mode. In this case, the rising edge of $\overline{CONVST}$ “wakes up” the part.
8	BUSY	The BUSY pin is used to indicate when the part is doing a conversion. The BUSY pin goes high on the falling edge of $\overline{CONVST}$ and returns low when the conversion is complete.

## TIMING CHARACTERISTICS<sup>1</sup>

Parameter	A, B Versions	Unit	Test Conditions/Comments
$t_1$	40	ns min	$\overline{CONVST}$ Pulsewidth
$t_2$	$40^2$	ns min	SCLK High Pulsewidth
$t_3$	$40^2$	ns min	SCLK Low Pulsewidth
$t_4$	$60^3$ $100^3$	ns max ns max	Data Access Time after Falling Edge of SCLK $V_{DD} = 5 V \pm 10\%$ $V_{DD} = 2.7 V$ to 3.6 V
$t_5$	10	ns min	Data Hold Time after Falling Edge of SCLK
$t_6$	$50^4$	ns max	Bus Relinquish Time after Falling Edge of SCLK

**OPERATING MODES**

**Mode 1 Operation (High Sampling Performance)**

The timing diagram in Figure 2 is for optimum performance in Operating Mode 1 where the falling edge of  $\overline{\text{CONVST}}$  starts the conversion and puts the track-and-hold amplifier into its hold mode. This falling edge of  $\overline{\text{CONVST}}$  also causes the  $\text{BUSY}$  signal to go high to indicate that a conversion is taking place. The  $\text{BUSY}$  signal goes low when the conversion is complete, which is  $8\ \mu\text{s}$  max after the falling edge of  $\overline{\text{CONVST}}$ , and new data from this conversion is available in the output register of

the AD7896. A read operation accesses this data. This read operation consists of 16 clock cycles, and the length of this read operation depends on the serial clock frequency. For the fastest throughput rate (with a serial clock of 10 MHz at 5 V operation), the read operation will take  $1.6\ \mu\text{s}$ . The read operation must be complete at least 400 ns before the falling edge of the next  $\overline{\text{CONVST}}$ , which gives a total time of  $10\ \mu\text{s}$  for the full throughput time (equivalent to 100 kHz). This mode of operation should be used for high sampling applications.

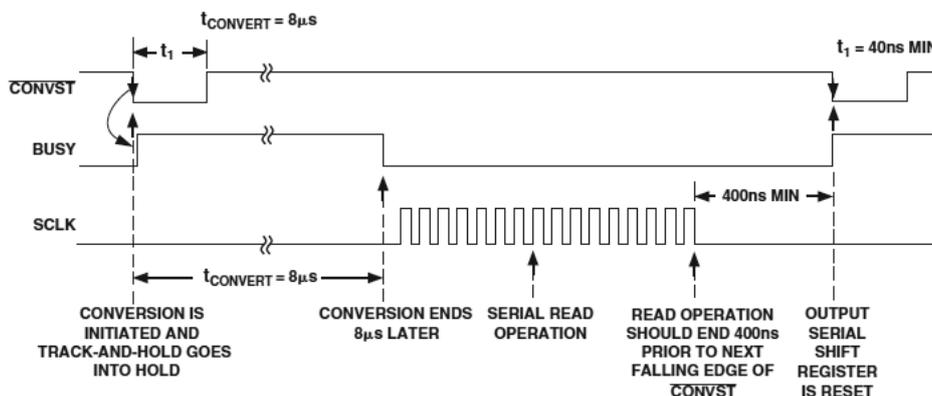


Figure 2. Mode 1 Timing Operation Diagram for High Sampling Performance

**Serial Interface**

The serial interface to the AD7896 consists of three wires: a serial clock input (SCLK), the serial data output (SDATA), and a conversion status output (BUSY). This allows for an easy-to-use interface to most microcontrollers, DSP processors, and shift registers.

Figure 4 shows the timing diagram for the read operation to the AD7896. The serial clock input (SCLK) provides the clock source for the serial interface. Serial data is clocked out from the SDATA line on the falling edge of this clock and is valid on both the rising and falling edges of SCLK. The advantage of having the data valid on both the rising and falling edges of the SCLK is to give the user greater flexibility in interfacing to the part and so that a wider range of microprocessor and microcontroller interfaces can be accommodated. This also explains the two timing figures  $t_4$  and  $t_5$  that are quoted on the diagram. The time  $t_4$  specifies how long after the falling edge of the SCLK that the next data

bit becomes valid, whereas the time  $t_5$  specifies how long after the falling edge of the SCLK that the current data bit is valid for. The first leading zero is clocked out on the first rising edge of SCLK; note that the first zero may be valid on the first falling edge of SCLK even though the data access time is specified at 60 ns (5 V [A, B, J versions only]) for the other bits (and the SCLK high time will be 50 ns with a 10 MHz SCLK). The reason that the first bit will be clocked out faster than the other bits is due to the internal architecture of the part. Sixteen clock pulses must be provided to the part to access the full conversion result.

The AD7896 provides four leading zeros followed by the 12-bit conversion result starting with the MSB (DB11). The last data bit to be clocked out on the penultimate falling clock edge is the LSB (DB0). On the 16th falling edge of SCLK, the LSB (DB0) will be valid for a specified time to allow the bit to be read on the falling edge of SCLK, and then the SDATA line is disabled (three-stated).

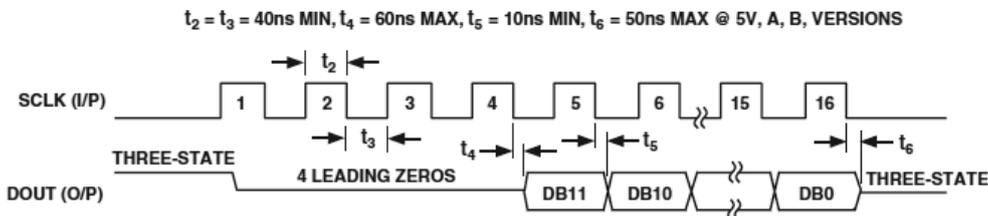


Figure 4. Data Read Operation

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

EAE SPC 2

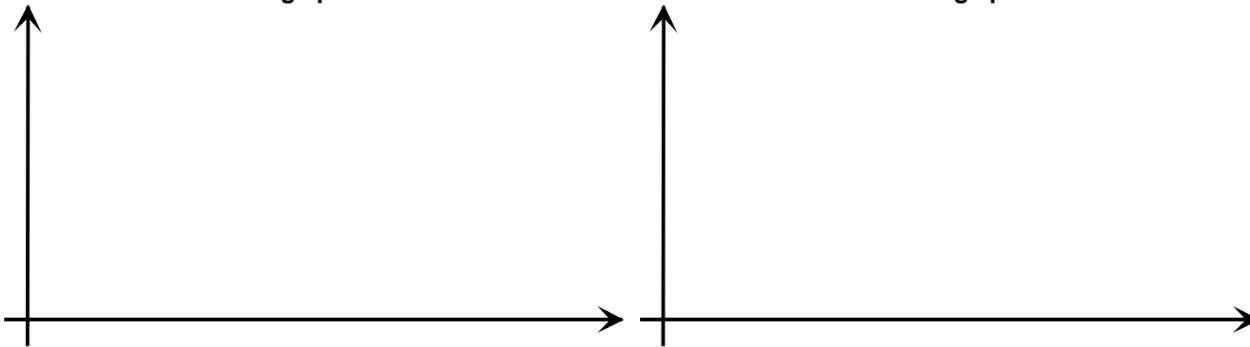
**DOCUMENTS RÉPONSES (À rendre avec la copie)**

**Document réponse DR1 :**

**Caractéristiques de transfert (conversion analogique – numérique)**

DR1-a : codage par troncature

DR1-b : codage par arrondi

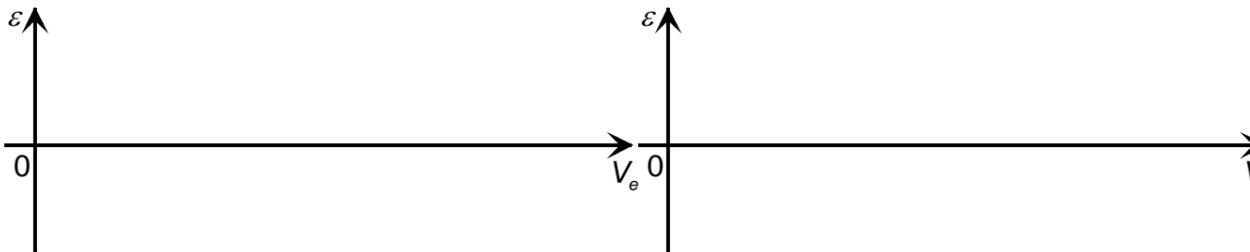


**Document réponse DR2 :**

**Erreur lors de la conversion analogique – numérique**

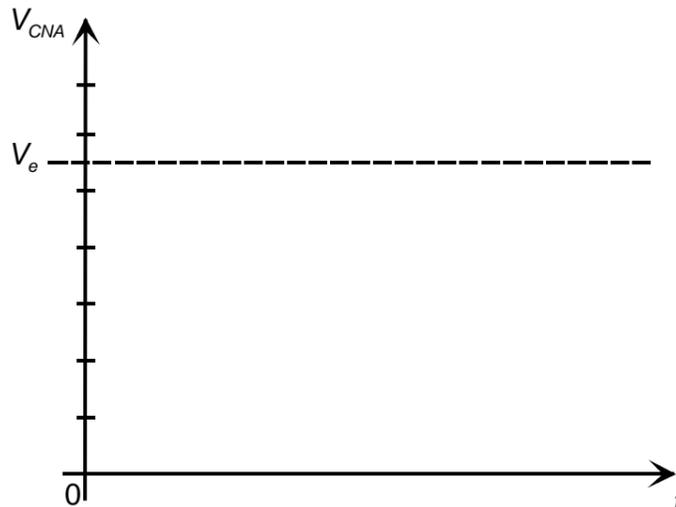
DR2-a : codage par troncature

DR2-b : codage par arrondi



**Document réponse DR3 :**

**Évolution de la tension  $V_{CNA}$  du CAN à approximations successives**



## Exercice 2 : Modélisations de machine asynchrone

Dans ce sujet, on s'intéresse à la modélisation de la machine asynchrone par deux méthodes différentes. Ce sujet comporte 3 parties qui peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

La première partie porte sur des questions générales autour de la modélisation des phénomènes magnétiques.

Dans une seconde partie, on décrit une machine asynchrone à l'aide des équations intrinsèques de la machine afin d'obtenir un schéma équivalent monophasé de cette machine. On utilisera ensuite ce schéma équivalent afin de déterminer le point de fonctionnement d'une application. On discutera enfin de la stabilité de ce point de fonctionnement. Les sous parties constitutives sont largement indépendantes les unes des autres.

Dans une troisième partie, on définira tout d'abord les outils matriciels nécessaires à la transformation de Park. On reprendra ensuite la modélisation de la machine en utilisant cette transformation. En se plaçant en régime permanent, on montrera que cette méthode nous amène à un schéma équivalent identique à celui défini dans la seconde partie. De la même façon, les sous-parties sont assez largement indépendantes.

Les principales notations du sujet sont données dans l'annexe 1.

La numérotation de cette partie commence à partir de 100. Le candidat veillera à respecter la numérotation adoptée dans cette partie du sujet.

### A. Inductances propres et mutuelles inductances

#### A.1. Inductance propre dans le cas d'un seul enroulement

On considère un circuit magnétique comme représenté sur la figure 1. La représentation est une vue de face du dispositif. Les traits pleins indiquent que le conducteur passe sur l'avant du circuit magnétique. Les traits pointillés indiquent que ces conducteurs sont situés sur l'arrière.

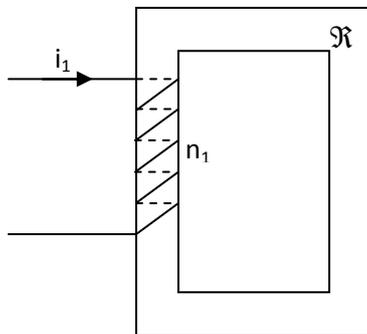


Figure 1

Ce circuit magnétique est de longueur  $\ell$  et de section  $S$ . La perméabilité magnétique du matériau est notée  $\mu$ . Il porte un bobinage comportant  $n_1$  spires.

100. Rappeler l'expression de la réluctance  $\mathfrak{R}$  d'un circuit magnétique en fonction de  $\ell$ , de  $S$  et de  $\mu$ .

Le bobinage est alimenté par un courant variable  $i_1$ . On note  $\Phi_1$  le flux dans le circuit magnétique.

101. Donner la loi d'Hopkinson relative à ce système.

102. Donner l'expression de l'inductance propre du bobinage  $L_1$  en fonction de  $n_1$ ,  $\Phi_1$  et de  $i_1$ .

103. Donner l'expression de l'inductance propre du bobinage  $L_1$  en fonction de  $n_1$  et de  $\mathfrak{R}$ .

### A.2. Inductance et mutuelle dans le cas d'un circuit magnétique parfait

On considère maintenant un circuit magnétique comme représenté sur la figure 2. La convention graphique est identique à celle de la partie A.1. La réluctance du circuit est notée  $\mathfrak{R}$ .

Ce circuit magnétique porte un bobinage 1 comportant  $n_1$  spires et un bobinage 2 comportant  $n_2$  spires. On suppose que le bobinage 1 est alimenté par une tension variable  $v_1$ . Le bobinage 1 absorbe un courant  $i_1$ . Aux bornes du bobinage 2 apparait une tension  $v_2$ .

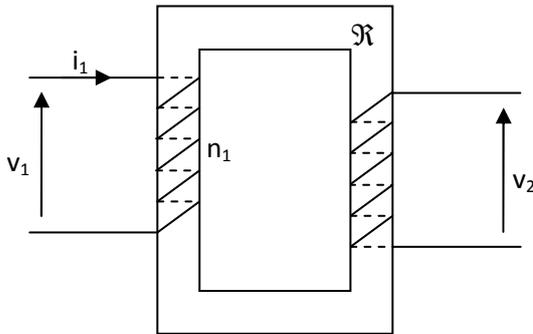


Figure 2

On admet que le flux  $\Phi_1$  créé par le bobinage 1 est intégralement capté par le bobinage 2.

104. Déterminer le flux  $\Phi_1$  en fonction de  $L_1$ ,  $n_1$ , et de  $i_1$ .

105. Déterminer la tension  $v_2$  en fonction de  $n_2$  et de  $\Phi_1$ .

106. Déterminer la tension  $v_2$  en fonction de  $L_1$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  et de  $i_1$ .

107. Donner l'expression de  $M$  inductance mutuelle entre les bobinages 1 et 2 en fonction de  $L_1$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ .

108. Donner l'expression de  $M$  inductance mutuelle entre les bobinages 1 et 2 en fonction de  $n_1$ ,  $n_2$  et de  $\mathfrak{R}$ .

Le bobinage 2 est parcouru par le courant  $i_2$ . On suppose la résistance des bobinages parfaitement nulle. Le schéma représentatif de ce montage est alors le suivant. Les points représentent les bornes homologues

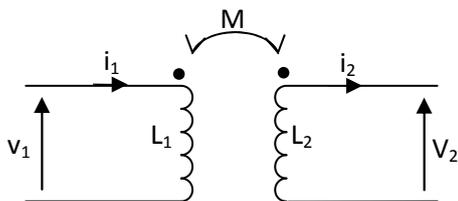


Figure 3

109. Déterminer la relation entre la tension  $v_1$ , les courants  $i_1$  et  $i_2$  ainsi que les paramètres  $L_1$  et  $M$ .

110. Déterminer la relation entre la tension  $v_2$ , les courants  $i_1$  et  $i_2$  ainsi que les paramètres  $L_2$  et  $M$ .

### A.3. Inductance et mutuelle dans le cas d'un circuit magnétique comportant des fuites

On considère maintenant le circuit magnétique constitué comme indiqué figure 4.

La convention graphique est identique à celle adoptée dans la partie A.1.

Ce circuit magnétique porte un bobinage 1 comportant  $n_1$  spires et un bobinage 2 comportant  $n_2$  spires. On suppose que le bobinage 1 est alimenté par une tension variable  $v_1$ . Le bobinage 1 absorbe un courant  $i_1$ . Aux bornes du bobinage 2 apparaît une tension  $v_2$ .

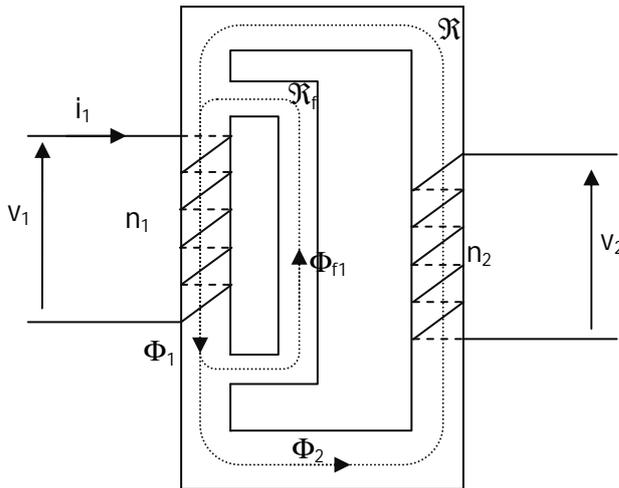


Figure 4

111. Déterminer la réluctance totale du circuit magnétique  $\mathfrak{R}_{\text{tot}}$  en fonction des réluctances  $\mathfrak{R}$  et  $\mathfrak{R}_f$  indiquées sur le schéma.

Le flux  $\Phi_1$  produit par le bobinage 1 se divise en 2 parties : l'un que l'on nomme  $\Phi_2$  qui est capté par le bobinage 2 et l'autre noté  $\Phi_{f1}$  qui représente les fuites magnétiques.

112. Exprimer le flux  $\Phi_2$  capté par le bobinage 2 en fonction du flux  $\Phi_1$  et des réluctances  $\mathfrak{R}$  et  $\mathfrak{R}_{\text{tot}}$ .

113. Donner l'expression de M inductance mutuelle entre les bobinages 1 et 2 en fonction de  $n_1$ ,  $n_2$  et de  $\mathfrak{R}$ .

114. Déterminer  $l_{f1}$  inductance de fuites partielles du bobinage 1 en fonction de  $n_1$  et de  $\mathfrak{R}_f$ .

115. Déterminer  $L_{p1}$  inductance principale du bobinage 1 en fonction de  $n_1$  et de  $\mathfrak{R}$ .

116. Donner la relation liant l'inductance propre  $L_1$ , l'inductance principale  $L_{p1}$  et l'inductance de fuites partielles  $l_{f1}$ .

On définit  $v_1$  le coefficient de fuites d'Hopkinson du bobinage 1 par :

$$v_1 = \frac{L_1}{L_{p1}}$$

Considérant que le bobinage 2 comporte également des fuites, on peut définir de façon similaire  $v_2$  le coefficient de fuites d'Hopkinson du bobinage 2.

117. Donner la relation entre les grandeurs  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ , et M.

118. Définir k le coefficient de couplage des bobinages 1 et 2.

#### A.4. Influence de l'angle entre enroulements

On considère maintenant 2 bobinages libres dont les axes longitudinaux forment entre eux un angle  $\theta$ . Le bobinage 1 est alimenté par un courant  $i_1$  variable. On note  $M_0$  l'inductance mutuelle entre les bobinages 1 et 2 lorsque l'angle  $\theta$  est égal à 0.

On suppose que les enroulements créent un flux à répartition sinusoïdale.

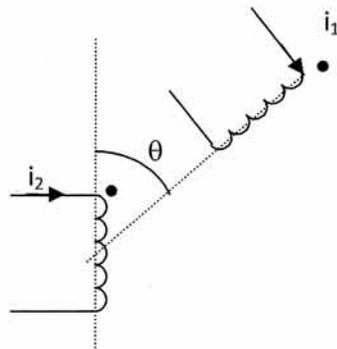


Figure 5

119. Déterminer l'expression de  $M$  inductance mutuelle entre les bobinages 1 et 2 en fonction de  $M_0$  et de l'angle  $\theta$ .

## B. Modélisation de la Machine Asynchrone et utilisation du modèle pour la détermination d'un point de fonctionnement

### B.1. Modélisation de la machine asynchrone par l'utilisation des équations intrinsèques

On considère une machine asynchrone triphasée à rotor bobiné. Le stator comporte  $p$  paires de pôles. Les trois enroulements sont notés  $s_1$ ,  $s_2$ , et  $s_3$ .

Les enroulements statoriques sont alimentés par un système triphasé équilibré de tensions. Les tensions simples de ce système sont notées  $v_{s1}$ ,  $v_{s2}$ ,  $v_{s3}$ . Ces enroulements absorbent des courants notés  $i_{s1}$ ,  $i_{s2}$ ,  $i_{s3}$ .

Les trois enroulements rotoriques sont couplés en étoile et mis en court circuit. Ces trois enroulements sont notés  $r_1$ ,  $r_2$ , et  $r_3$ . Ils sont parcourus par des courants  $i_{r1}$ ,  $i_{r2}$ ,  $i_{r3}$ .

Pour modéliser la machine, on prendra en compte les résistances des enroulements statoriques et rotoriques, les inductances propres de chaque enroulement ainsi que la mutuelle inductance entre les différents enroulements.

On suppose que le circuit magnétique est en zone de fonctionnement linéaire. On néglige donc la saturation et l'hystérésis du circuit magnétique. On néglige de plus les courants de Foucault dans le circuit magnétique.

On suppose également que les enroulements créent un flux à répartition sinusoïdale.

Le rotor tourne à une vitesse  $\Omega$  que l'on suppose constante.

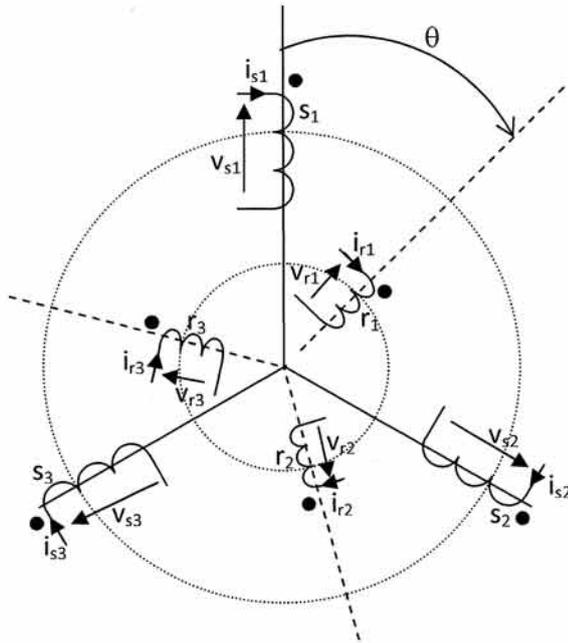


Figure 6

120. Donner l'expression de  $\theta$  angle électrique entre l'axe de la phase  $s_1$  statorique et l'axe de la phase  $r_1$  rotorique en fonction de  $\Omega$ , de  $p$  et de  $t$ . On supposera que cet angle est nul à  $t$  égal à 0.
121. Déterminer l'angle électrique  $\theta_{1i}$  entre l'axe statorique  $s_1$  et l'axe statorique  $s_i$  en fonction de  $i$ .
122. Déterminer l'angle électrique  $\theta_{1j}$  entre l'axe rotorique  $r_1$  et l'axe rotorique  $r_j$  en fonction de  $j$ .
123. Déterminer l'angle électrique  $\theta_{ij}$  entre l'axe statorique  $s_i$  et l'axe rotorique  $r_j$  en fonction de  $i$ , de  $j$ , et de  $\theta$ .
124. Donner l'expression du coefficient de mutuelle induction  $m_{11}$  entre l'enroulement statorique  $s_1$  et l'enroulement rotorique  $r_1$  en fonction de  $M$ , et de  $\theta$ .
125. Donner l'expression du coefficient de mutuelle induction  $m_{ij}$  entre l'enroulement statorique  $s_i$  et l'enroulement rotorique  $r_j$  en fonction de  $i$ , de  $j$ , de  $M$ , et de  $\theta$ .
126. En déduire la matrice de mutuelle inductance  $[M]$
127. Donner  $[\phi_s]$  flux total induit dans le stator par les courants statoriques et rotoriques en fonction de  $L_s$ , de  $[M_s]$ , de  $[M](\theta)$ , de  $[i_s]$  et de  $[i_r]$ .
128. Donner  $[\phi_r]$  flux total induit dans le rotor par les courants statoriques et rotoriques en fonction de  $L_r$ , de  $[M_r]$ , de  $[M](\theta)$ , de  $[i_s]$  et de  $[i_r]$ .
129. Ecrire la relation entre les tensions statoriques  $[v_s]$ , les courants statoriques  $[i_s]$  et les courants rotoriques  $[i_r]$  en utilisant les paramètres  $L_s$ ,  $[M_s]$ , et  $[M](\theta)$ .
130. Ecrire la relation entre les tensions rotoriques  $[v_r]$ , les courants statoriques  $[i_s]$  et les courants rotoriques  $[i_r]$  en utilisant les paramètres  $L_r$ ,  $[M_r]$ , et  $[M](\theta)$ .
131. En considérant que les tensions d'alimentation forment un système triphasé équilibré, que peut-on en déduire sur le système triphasé formé par les courants statoriques ?
132. Montrer dans ces conditions que la relation déterminée question 129 peut se mettre sous la forme :

$$[v_s] = R_s[i_s] + \mathcal{L}_s \frac{d[i_s]}{dt} + \frac{d[M](\theta)}{dt} \cdot [i_r]$$

On définira en particulier l'expression de l'inductance cyclique propre statorique  $\mathcal{L}_s$ .

133. Donner, par un raisonnement similaire, l'expression de  $[v_r]$  en fonction de  $[i_s]$ , de  $[i_r]$ , de  $R_r$ , de  $\mathcal{L}_r$ , et de  $[M](\theta)$ . On précisera en particulier l'expression de l'inductance cyclique propre rotorique  $\mathcal{L}_r$ .

On se place dans le cas où le stator est alimenté par un système triphasé équilibré de tensions sinusoïdales. On se placera pour notre étude dans le cas du régime permanent.

Les tensions sont données par :

$$\begin{cases} v_{s1} = V\sqrt{2}\cos(\omega t) \\ v_{s2} = V\sqrt{2}\cos(\omega t - 2\pi/3) \\ v_{s3} = V\sqrt{2}\cos(\omega t - 4\pi/3) \end{cases}$$

Les courants statoriques sont donnés par :

$$\begin{cases} i_{s1} = I_s\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi) \\ i_{s2} = I_s\sqrt{2}\cos(\omega t - 2\pi/3 - \varphi) \\ i_{s3} = I_s\sqrt{2}\cos(\omega t - 4\pi/3 - \varphi) \end{cases}$$

134. Donner la vitesse du champ tournant  $\Omega_s$  produit par les enroulements statoriques en fonction de  $\omega$  et de  $p$ .

135. Quelle est la vitesse du champ tournant dans un repère lié au rotor ? On exprimera cette vitesse en fonction du glissement  $g$  et de  $\Omega_s$ .

136. Donner la pulsation  $\omega_r$  des courants rotoriques en fonction du glissement  $g$  et de la pulsation  $\omega$ .

On donne l'expression des courants rotoriques sous la forme :

$$\begin{cases} i_{r1} = I_r\sqrt{2}\cos(\omega_r t - \nu) \\ i_{r2} = I_r\sqrt{2}\cos(\omega_r t - 2\pi/3 - \nu) \\ i_{r3} = I_r\sqrt{2}\cos(\omega_r t - 4\pi/3 - \nu) \end{cases}$$

137. Montrer que la relation déterminée en question 129 peut être exprimée de la façon suivante dans les conditions explicitées dans cette partie :

$$[v_s] = R_s[i_s] + \mathcal{L}_s \frac{d[i_s]}{dt} + \mathcal{M} \frac{d[i'_r]}{dt}$$

$$\text{On posera } [i'_r] = \begin{cases} i'_{r1} = I_r\sqrt{2}\cos(\omega t - \nu) \\ i'_{r2} = I_r\sqrt{2}\cos(\omega t - 2\pi/3 - \nu) \\ i'_{r3} = I_r\sqrt{2}\cos(\omega t - 4\pi/3 - \nu) \end{cases}$$

On explicitera en particulier l'expression de la mutuelle inductance cyclique  $\mathcal{M}$ .

138. Montrer de la même façon que :

$$0 = R_r[i_r] + \mathcal{L}_r \frac{d[i_r]}{dt} + \mathcal{M} \frac{d[i'_s]}{dt}$$

$$\text{Avec } [i'_s] = \begin{cases} i'_{s1} = I_s\sqrt{2}\cos(\omega_r t - \varphi) \\ i'_{s2} = I_s\sqrt{2}\cos(\omega_r t - 2\pi/3 - \varphi) \\ i'_{s3} = I_s\sqrt{2}\cos(\omega_r t - 4\pi/3 - \varphi) \end{cases}$$

Du fait du caractère triphasé du problème, on ne s'intéresse ici qu'aux phases 1 statoriques et rotoriques.

Les grandeurs électriques étant sinusoïdales, on utilisera la notation complexe.

139. Donner les relations complexes relatives à une phase statorique et à une phase rotorique. On précisera en particulier la pulsation utilisée dans chacune de ces relations.

140. Par quel moyen peut-on ramener ces deux équations à la pulsation statorique ?

Les relations de la question précédente amènent à la modélisation suivante :

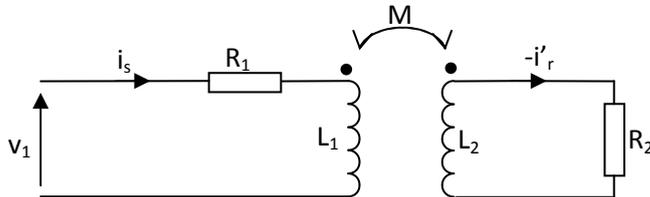


Figure 7

L'objectif des questions suivantes est de déterminer les éléments de ce schéma équivalent en fonction des grandeurs  $R_s$ ,  $R_r$ ,  $\mathcal{L}_s$ ,  $\mathcal{L}_r$ ,  $\mathcal{M}$  et du glissement  $g$ .

Le circuit fonctionne uniquement à la pulsation  $\omega$ .

141. Donner  $R_1$  en fonction des grandeurs précédemment définies.

142. Donner  $L_1$  en fonction des grandeurs précédemment définies.

143. Donner  $L_2$  en fonction des grandeurs précédemment définies.

144. Donner  $R_2$  en fonction des grandeurs précédemment définies.

145. Donner  $M$  en fonction des grandeurs précédemment définies.

Le schéma de la figure 7 correspond à celui d'un transformateur statique dont le secondaire débite sur la résistance  $R_2$ . On désigne par  $m$  le rapport de transformation du transformateur parfait correspondant,  $\ell_s$  l'inductance cyclique de fuite d'une phase statorique,  $\ell_r$  l'inductance cyclique de fuite d'une phase rotorique ramenée au stator. On note  $L_\mu$  l'inductance cyclique magnétisante. On note  $I_\mu$  le courant traversant l'inductance cyclique magnétisante.

146. Déterminer  $\ell_s$  en fonction de  $m$ ,  $\mathcal{M}$ , et  $\mathcal{L}_s$ .

147. Déterminer  $L_\mu$  en fonction de  $m$  et de  $\mathcal{M}$ .

148. Déterminer  $\ell_r$  en fonction de  $m$ ,  $\mathcal{L}_r$ , et  $\mathcal{M}$ .

149. Déterminer  $R'_2$  résistance rotorique ramenée au stator en fonction de  $R_r, g$  et de  $m$ .

150. Ecrire les relations obtenues à la question 139 en fonction de  $V_s$ ,  $R_s$ ,  $\ell_s$ ,  $i_s$ ,  $L_\mu$ ,  $I_\mu$ ,  $R'_2$ ,  $\ell_r$ , et  $I'_r$ .

151. Donner le schéma équivalent relatif aux expressions données dans la question précédente.

## B.2. Utilisation du schéma équivalent en vue de la détermination d'un point de fonctionnement – Stabilité du point de fonctionnement

Soit une machine asynchrone triphasée à rotor bobiné dont la plaque signalétique indique :

- $U_n = 6 \text{ kV} / 10,4 \text{ kV}$
- $P_n = 1,18 \text{ MW}$
- $\cos \varphi_n = 0,90$
- $N_n : 368 \text{ trs/min}$

La fréquence d'alimentation est de 50Hz.

152. Déterminer le nombre de paires de pôles de la machine.

Le schéma équivalent monophasé retenu pour cette machine est le suivant :

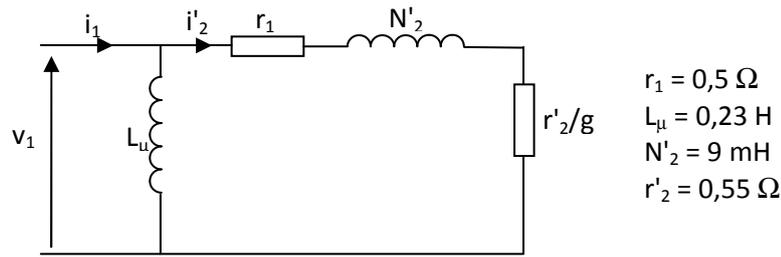


Figure 8

- 153. Déterminer  $\Gamma_e$  le couple électromagnétique de la machine asynchrone en fonction de  $V_1, r_1, N'_2, r'_2$  et  $g$ .
- 154. Déterminer  $(\Gamma_e)_{\text{dem}}$  le couple de démarrage de la machine asynchrone. Application numérique.
- 155. Déterminer  $g_{\text{max}}$  le glissement pour lequel le couple est maximal. Application numérique.
- 156. Déterminer  $(\Gamma_e)_{\text{max}}$  le couple maximal délivré par la machine asynchrone. Application numérique.
- 157. Donner la relation entre la tension statorique  $V_1$ , le flux statorique  $\Phi_s$  et  $\omega$ .
- 158. Déterminer  $\Gamma_e$  en fonction de  $\omega, \Phi_s, r_1, N'_2, r'_2$  et  $g$ .
- 159. Montrer qu'à flux constant, ce couple ne dépend que de la pulsation rotorique  $\omega_r$ .
- 160. Montrer que pour un glissement faible et un flux constant, ce couple évolue linéairement en fonction de la pulsation rotorique  $\omega_r$ .
- 161. Tracer sur le document réponse n°1 la courbe représentative de ce couple  $\Gamma_e$  en fonction de la vitesse exprimée en tours par minute. On limite notre tracé au fonctionnement moteur.

Cette machine entraîne directement une charge dont la caractéristique couple-vitesse est donnée par :

$$\Gamma_{ch}(N) = 20 + 26,67 \cdot 10^{-3} N$$

$\Gamma_{ch}$  est exprimé en kN.m

$N$  est exprimé en tours par minute

On note  $J$  le moment d'inertie de l'ensemble ramené sur l'arbre de la machine asynchrone.

- 162. Déterminer  $N_0$  la vitesse (exprimée en tours par minute) atteinte par l'ensemble moteur – charge en régime permanent. Une résolution graphique est autorisée.

On cherche à déterminer la condition de stabilité du point de fonctionnement atteint par l'ensemble machine – charge.

On suppose que l'ensemble machine-charge a atteint son point de fonctionnement décrit précédemment. On fait subir à cet ensemble une perturbation de vitesse  $\Delta\Omega$  suffisamment petite pour que l'on puisse assimiler les caractéristiques  $\Gamma_e(\Omega)$  et  $\Gamma_{ch}(\Omega)$  à leur tangente au point de fonctionnement  $\Omega_0$  (valeur de la vitesse  $N_0$  exprimée en  $\text{rad.s}^{-1}$ )

- 163. Donner l'expression de  $\Gamma_e(\Omega)$  et de  $\Gamma_{ch}(\Omega)$  autour du point de fonctionnement  $\Omega_0$ .
- 164. Exprimer la dérivée de la vitesse  $\frac{d\Omega}{dt}$  en fonction de  $\Delta\Omega$ .
- 165. Ecrire dans ces conditions la relation fondamentale de la dynamique pour l'ensemble machine-charge.

Pour que le fonctionnement soit stable, il faut que la machine ait tendance à revenir à son fonctionnement initial après une perturbation.

166. Déterminer la condition que doivent respecter  $\frac{d\Gamma_e}{d\Omega}$  et  $\frac{d\Gamma_{ch}}{d\Omega}$  pour que le point de fonctionnement soit stable.

167. Vérifier que le point de fonctionnement  $\Omega_0$  correspond à un point de fonctionnement stable.

Le moteur entraîne maintenant une charge dont la caractéristique couple-vitesse est donnée par :

$$\Gamma_{ch}(N) = 20 + 0,45N$$

$\Gamma_{ch}$  est exprimé en kN.m

N est exprimé en tours par minute

168. Quel est dans ce cas la vitesse atteinte par l'ensemble machine-charge. Une résolution graphique est autorisée.

169. En utilisant le critère déterminé ci-dessus, indiquer si le point de fonctionnement atteint dans ce cas est stable ou instable.

170. Donner le courant absorbé par la machine dans ces conditions.

171. En comparant le courant absorbé dans ces conditions au courant nominal de la machine, montrer que l'utilisation de cette machine est inappropriée.

## C. Modélisation de la machine asynchrone à l'aide de la transformation de Park – Détermination d'un schéma équivalent en régime permanent

### C.1. Détermination des outils matriciels nécessaires à la transformation de Park

On cherche ici à déterminer la matrice de passage qui permet de passer d'un système triphasé vers un système diphasé équivalent.

Les enroulements statoriques  $s_i$  sont alimentés par un système de courants  $[i_s]$  quelconques.

On cherche à exprimer la matrice de passage du système triphasé équilibré vers un système diphasé porté par le repère orthonormé  $(\alpha, \beta)$  produisant le même champ tournant. L'axe  $\alpha$  est confondu avec l'axe de l'enroulement 1 statorique.

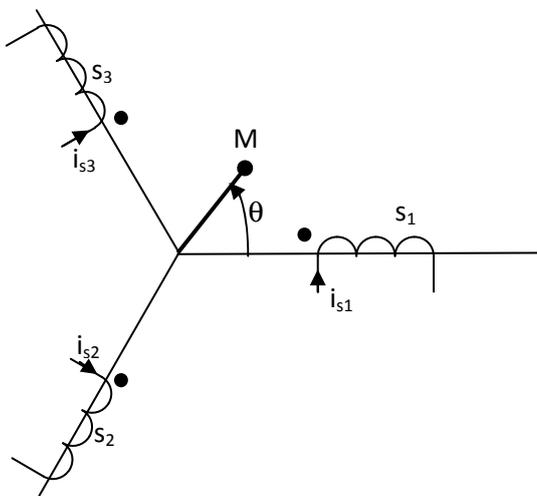


Figure 9a

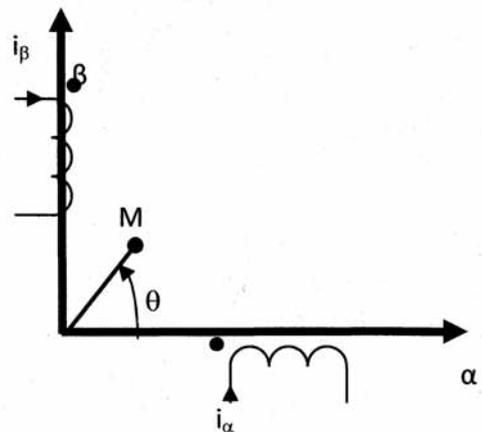


Figure 9b

La figure 9a représente les enroulements de la machine. On suppose également que les enroulements créent un flux à répartition sinusoïdale. Chaque enroulement comporte  $n_1$  spires.

On se place au point M indiqué sur la figure 9a.

172. Déterminer la force magnétomotrice au point M en fonction de  $i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}$ , de  $n_1$  et de  $\theta$ .

On place maintenant 2 enroulements fictifs sur les axes  $\alpha$  et  $\beta$  comme indiqué sur la figure 9b. Ces deux enroulements présentent chacun  $n_2$  spires. Ces deux enroulements sont parcourus par les courants  $i_\alpha$  et  $i_\beta$ .

173. Déterminer la force magnétomotrice créée au point M en fonction de  $i_\alpha, i_\beta$ , de  $n_2$  et de  $\theta$ .

La force magnétomotrice créée au point M est identique dans les deux cas.

174. Déduire des expressions précédentes la matrice de passage C définie par  $[i_s] = C \cdot \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix}$  en fonction de  $n_1$  et de  $n_2$ .

175. La matrice  $C_{32}$  donnée en annexe correspond à une matrice de passage donnée pour une valeur particulière du rapport du nombre de spires. Montrer que l'inverse de la matrice est de la forme :

$$C_{32}^{-1} = C_{32}^t$$

Dans la suite, on utilisera la matrice  $C_{32}$  donnée en annexe. On cherche à déterminer la puissance absorbée à l'aide de cette transformation. On suppose que les enroulements sont alimentés par un système de tension  $[v_s]$  et absorbent un courant  $[i_s]$ . A l'aide de la transformation présentée ci-dessus, on est à même de définir  $[v_{\alpha\beta}]$  et  $[i_{\alpha\beta}]$ .

176. Exprimer la puissance instantanée p en fonction de  $[v_s]$  et de  $[i_s]$ .

177. Exprimer la puissance instantanée p en fonction de  $[v_{\alpha\beta}]$  et de  $[i_{\alpha\beta}]$ .

178. Conclure sur la conservation de la puissance de la transformation utilisée.

On définit un repère orthonormé (d,q) lié au champ tournant. On cherche maintenant à exprimer les équations statoriques et rotoriques dans ce nouveau repère. Sur la figure 10 ci-dessous, le repère ( $\alpha,\beta$ ) est le repère diphasé équivalent lié au stator. Le repère (x,y) est le repère diphasé équivalent lié au rotor.

En régime permanent, la vitesse du repère (d,q) est égale à la vitesse de synchronisme.

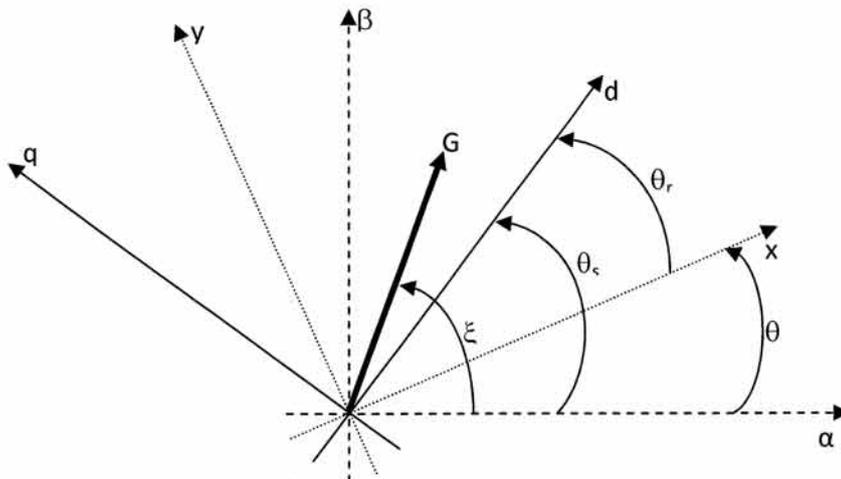


Figure 10

Soit un vecteur G de module  $g(t)$  comme représenté sur la figure 10. On veut exprimer le passage de repère avec la notation matricielle.

On définit les vecteurs  $[G_{\alpha\beta}]$  et  $[G_{dq}]$  par  $[G_{\alpha\beta}] = \begin{pmatrix} G_\alpha \\ G_\beta \end{pmatrix}$  et  $[G_{dq}] = \begin{pmatrix} G_d \\ G_q \end{pmatrix}$

179. Exprimer la matrice rotation  $[R(\theta_s)]$  telle que  $[G_{dq}] = [R(\theta_s)] \cdot [G_{\alpha\beta}]$

180. Déterminer l'inverse de la matrice de passage  $[R(\theta_s)]$

On cherche maintenant à définir la transformation de Park qui permet de passer du vecteur  $[i_s]$  au vecteur  $[i_{sdq}]$  exprimé dans le système d'axe (d,q)

181. Donner l'expression de la matrice de passage  $[P(\theta_s)]$  telle que  $[i_s] = [P(\theta_s)][i_{sdq}]$  en fonction de  $C_{32}$  et de  $[R(\theta_s)]$ .

## C.2. Utilisation de la transformation de Park en vue de la modélisation de la machine asynchrone

On admet que la machine asynchrone peut se modéliser de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} [v_s] \\ [v_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s [i_s] \\ R_r [i_r] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [\phi_s] \\ [\phi_r] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [v_s] \\ [v_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s [i_s] \\ R_r [i_r] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} (L_s I_3 + [M_s]) & (M(\theta)) \\ ({}^t M(\theta)) & (L_r I_3 + [M_r]) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix}$$

Afin de simplifier cette relation, on utilise la transformation de Park définie dans la partie C.1.

On cherche tout d'abord à exprimer les relations dans le repère (d,q) à l'aide de l'écriture matricielle.

182. En appliquant la transformation de Park à l'équation statorique, exprimer  $[v_{sdq}]$  en fonction de  $R_s$ ,  $[i_{sdq}]$ ,  $[\phi_{sdq}]$  et  $[P(\theta_s)]$

183. Exprimer la quantité  $\frac{d[P(\theta_s)]}{dt}$  en fonction de  $\omega$ ,  $[P(\theta_s)]$  et  $[R(\pi/2)]$ .

184. Exprimer  $v_{sd}$  en fonction de  $R_s$ ,  $i_{sd}$ ,  $\phi_{sd}$ ,  $\phi_{sq}$  et  $\omega$ .

185. Exprimer  $v_{sq}$  en fonction de  $R_s$ ,  $i_{sq}$ ,  $\phi_{sd}$ ,  $\phi_{sq}$  et  $\omega$ .

186. Exprimer  $[\phi_{sdq}]$  en fonction de  $[i_{sdq}]$ ,  $[i_{rdq}]$ ,  $\mathcal{L}_s$  et  $\mathcal{M}$ .

187. En appliquant la transformation précédente à l'équation rotorique, exprimer le vecteur  $[v_{rdq}]$  en fonction de  $R_r$ ,  $[i_{rdq}]$ ,  $[\phi_{rdq}]$ ,  $\omega_r$ ,  $[P(\theta_s)]$  et  $[R(\pi/2)]$

188. Exprimer  $v_{rd}$  en fonction de  $R_r$ ,  $i_{rd}$ ,  $\phi_{rd}$ ,  $\phi_{rq}$  et  $\omega_r$ .

189. Exprimer  $v_{rq}$  en fonction de  $R_r$ ,  $i_{rq}$ ,  $\phi_{rd}$ ,  $\phi_{rq}$  et  $\omega_r$ .

190. Exprimer  $[\phi_{rdq}]$  en fonction de  $[i_{sdq}]$ ,  $[i_{rdq}]$ ,  $\mathcal{L}_r$  et  $\mathcal{M}$ .

191. Exprimer la puissance électrique  $P_e$  fournie aux enroulements statoriques et rotoriques en fonction de  $v_{sd}$ ,  $v_{sq}$ ,  $v_{rd}$ ,  $v_{rq}$ ,  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $i_{rd}$ ,  $i_{rq}$ .

192. Montrer que la puissance mécanique  $P_m$  peut s'exprimer sous la forme :

$$P_m = \omega (\phi_{sd} i_{sq} - \phi_{sq} i_{sd}) + \omega_r (\phi_{rd} i_{rq} - \phi_{rq} i_{rd})$$

193. En utilisant les résultats des questions 186 et 190, montrer que la puissance mécanique peut s'écrire :

$$P_m = (\phi_{sd} i_{sq} - \phi_{sq} i_{sd})(\omega - \omega_r)$$

194. Exprimer le couple électromagnétique  $C_{em}$  en fonction de  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $\phi_{sd}$ ,  $\phi_{sq}$  et  $p$ .

195. En utilisant les résultats des questions 186 et 190, exprimer le couple électromagnétique  $C_{em}$  en fonction de  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $\phi_{rd}$ ,  $\phi_{rq}$ ,  $L_r$ ,  $M$  et  $p$ .

Etant donné que nous avons affaire à des grandeurs couplées, on choisit un flux rotorique  $\phi_r$  colinéaire à l'axe d. Ceci aura pour effet de découpler les grandeurs.

196. Exprimer dans ce cadre les flux  $\phi_{rd}$ , et  $\phi_{rq}$ .

197. Exprimer le couple électromagnétique  $C_{em}$  en fonction de  $i_{sq}$ ,  $\phi_r$ ,  $L_r$ ,  $M$  et  $p$ .

198. En utilisant les relations démontrées aux questions 188 et 189, donner l'équation différentielle liant  $\phi_r$ , sa dérivée et  $i_{sd}$ .

199. Sur quel paramètre doit-on agir afin de garantir un flux  $\phi_r$  constant ?

200. Dans ces conditions, à quel type de machine doit-on faire référence pour décrire la loi réglant le couple électromagnétique

### C.3. Cas du régime permanent

On se place maintenant dans le cadre du régime permanent.

Dans un premier temps, les courants statoriques sont donnés par :

$$\begin{cases} i_{s1} = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t) \\ i_{s2} = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ i_{s3} = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3) \end{cases}$$

201. Calculer dans ces conditions, les courants  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  en utilisant la transformation de Park décrite ci dessus. Conclure sur la nature des grandeurs obtenues

202. Peut-on généraliser le résultat obtenu à toutes les grandeurs exprimées dans le repère (d,q) dans le cadre du régime permanent ?

A partir d'une grandeur X décomposée en  $X_d$  et  $X_q$  selon les deux axes d et q, on définit la grandeur complexe  $\underline{X} = X_d + jX_q$

203. En utilisant la relation démontrée en en question 186, exprimer  $\underline{\Phi}_s$  en fonction de  $\underline{\mathcal{L}}_s$ ,  $\underline{\mathcal{M}}$ ,  $\underline{I}_s$ , et  $\underline{I}_r$ .

204. En utilisant la relation démontrée en en question 190, Exprimer  $\underline{\Phi}_r$  en fonction de  $\underline{\mathcal{L}}_r$ ,  $\underline{\mathcal{M}}$ ,  $\underline{I}_s$ , et  $\underline{I}_r$ .

205. En utilisant les résultats obtenus aux questions 184 et 185, donner dans le cadre du régime permanent la relation entre  $\underline{V}_s$ ,  $R_s$ ,  $\underline{I}_s$ ,  $\omega$  et  $\underline{\Phi}_s$ .

206. En utilisant les résultats obtenus aux questions 188 et 189, donner dans le cadre du régime permanent la relation entre  $\underline{V}_r$ ,  $R_r$ ,  $\underline{I}_r$ ,  $\omega$ , g et  $\underline{\Phi}_r$ .

207. Exprimer  $\underline{V}_s$  en fonction de  $R_s$ ,  $\underline{I}_s$ ,  $\omega$ ,  $\underline{\mathcal{L}}_s$ ,  $\underline{\mathcal{M}}$ ,  $\underline{I}_s$ , et  $\underline{I}_r$ .

208. Exprimer  $\underline{V}_r$  en fonction de  $R_r$ ,  $\underline{I}_s$ , g,  $\omega$ ,  $\underline{\mathcal{L}}_s$ ,  $\underline{\mathcal{M}}$ ,  $\underline{I}_s$ , et  $\underline{I}_r$ .

209. Donner le schéma équivalent représentatif des relations précédentes. Conclure.

## Annexe 1 : Notations

$R_s$  : Résistance d'une phase statorique

$L_s$  : Inductance propre phase statorique

$M_s$  : Mutuelle inductance entre 2 phases statoriques

$$[M_s] = \begin{bmatrix} 0 & M_s & M_s \\ M_s & 0 & M_s \\ M_s & M_s & 0 \end{bmatrix} \text{ Matrice de mutuelle inductance entre phases statoriques}$$

$R_r$  : Résistance d'une phase rotorique

$L_r$  : Inductance propre phase rotorique

$M_r$  : Mutuelle inductance entre 2 phases rotoriques

$$[M_r] = \begin{bmatrix} 0 & M_r & M_r \\ M_r & 0 & M_r \\ M_r & M_r & 0 \end{bmatrix} \text{ Matrice de mutuelle inductance entre phases statoriques}$$

$m_{ij}$  : Mutuelle inductance entre la phase  $i$  statorique et la phase  $j$  rotorique

$M$  : Valeur maximale de  $m_{ij}$

$$[M](\theta) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \text{ Matrice de mutuelle inductance entre les phases statoriques et les phases rotoriques.}$$

$\mathcal{L}_s$  : Inductance cyclique propre statorique

$\mathcal{L}_r$  : Inductance cyclique propre rotorique

$\mathcal{M}$  : Mutuelle inductance cyclique

$$[v_s] = \begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ v_{s3} \end{bmatrix} \text{ tensions simples statoriques}$$

$$[v_r] = \begin{bmatrix} v_{r1} \\ v_{r2} \\ v_{r3} \end{bmatrix} \text{ tensions simples rotoriques}$$

$$[i_s] = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} \text{ courants statoriques}$$

$$[i_r] = \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{bmatrix} \text{ courants rotoriques}$$

$\omega$  : Pulsation de la tension d'alimentation sinusoïdale.

$g$  : Glissement

$\omega_r$  : Pulsation des courants rotoriques

$\theta$  : Angle électrique entre l'axe de la phase 1 statorique et l'axe de la phase 1 rotorique à l'instant  $t$

$\Omega$  : vitesse angulaire du rotor

$P$  : nombre de paires de pôles

$$[\phi_s] = \begin{bmatrix} \phi_{s1} \\ \phi_{s2} \\ \phi_{s3} \end{bmatrix} \text{ Flux total induit dans le stator}$$

$$[\phi_r] = \begin{bmatrix} \phi_{r1} \\ \phi_{r2} \\ \phi_{r3} \end{bmatrix} \text{ Flux total induit dans le rotor}$$

$I_3$  matrice identité de dimension 3

$$[C_{32}] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$[X_{\alpha\beta}] = \begin{pmatrix} X_{\alpha} \\ X_{\beta} \end{pmatrix} \text{ Grandeur X exprimée dans le système d'axe } (\alpha, \beta)$$

$$[X_{dq}] = \begin{pmatrix} X_d \\ X_q \end{pmatrix} \text{ Grandeur X exprimée dans le système d'axe } (d, q)$$

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

*(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)*

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

*(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)*

EAE SPC 2

Document Réponse n° 1

