

SESSION 2015

## AGRÉGATION CONCOURS EXTERNE

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Options : sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie mécanique,  
sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie électrique,  
sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie des  
constructions.

### ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Durée : 6 heures

*Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB :** *La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

# ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Durée : 6 heures

Sujet  
Documents techniques

pages 2 à 42  
pages 43 à 49

## Présentation du support

### 1. Le chantier

Ce projet concerne la construction d'un bâtiment à usage de bureaux (figure 1), situé en région parisienne.



figure 1 Image du futur bâtiment

C'est un bâtiment R+7 (8 étages) avec 4 niveaux de sous-sols. Le terrain naturel se situe à une cote comprise entre 67,20 NGF<sup>1</sup> et 68,70 NGF (cote moyenne 68,00 NGF). Un pré-terrassement général est réalisé à la cote 66,50 NGF avant le début des travaux. La présence d'une nappe phréatique proche du niveau supérieur du terrain naturel est une contrainte complémentaire pour l'ouvrage.

Pour la réalisation des quatre niveaux de sous-sols, il est nécessaire d'exécuter les terrassements à l'abri d'un soutènement. En raison de la nature des sols et du niveau de la nappe phréatique, ce soutènement sera réalisé à l'aide d'une paroi moulée. Cette paroi moulée permettra de reprendre les poussées importantes des sols, de limiter les déformations (soutènement rigide), et de rendre étanche à l'eau la fouille lors des travaux et en phase définitive.

La paroi moulée a une épaisseur de 0,62 m. Pendant les phases travaux, elle est maintenue par un lit de butons (éléments stabilisateurs, voir figure 21) provisoires. Pour la phase de service, elle est appuyée sur le radier et sur les planchers hauts des différents niveaux de sous-sols.

Le phasage des travaux de l'infrastructure (sous-sol) est décrit de la façon suivante (figure 2) :

- réalisation de la paroi moulée, d'épaisseur 0,62 m ;
- terrassement à 63,30 NGF pour pose des butons provisoires ;
- réalisation des butons provisoires ;
- terrassement du fond de fouille à 56,70 NGF ;

<sup>1</sup> NGF, nivellement général de la France constituant un repérage altimétrique.

- rabattement de la nappe ;
- réalisation du radier résistant aux sous-pressions (le niveau fini du radier se trouve à la cote 58,00 NGF, le fond de fouille à 1,30 m plus bas soit 56,70 NGF), et du plancher haut -4 et -3 ;
- dépose des butons ;
- réalisation du plancher haut -2.

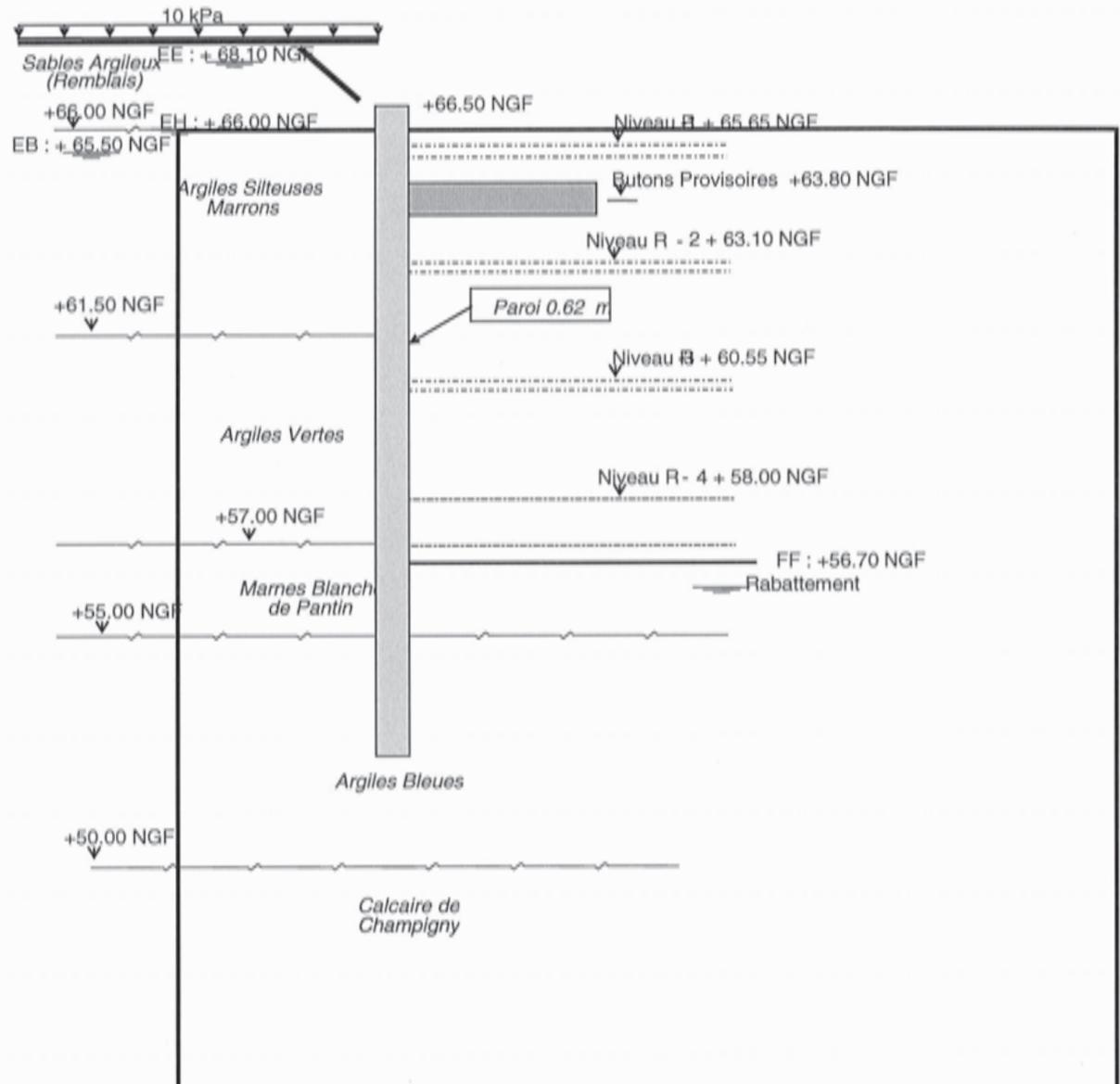


figure 2 Coupe du sous-sol

On peut noter que la limitation des débits d'exhaure<sup>2</sup> en phase provisoire (avant le rabattement de nappe) est assurée par la présence de l'horizon quasi-étanche des marnes bleues d'Argenteuil. En phase définitive, le radier étanche reprend les sous-pressions.

Afin d'améliorer la compréhension du sujet, une description succincte de la réalisation des parois moulées est proposée.

Cette paroi a deux fonctions :

<sup>2</sup> Pompage de l'eau dans le sol

- en phase travaux, elle permet de protéger le chantier à l'intérieur de la fouille (stabilité mécanique et étanchéité à l'eau) ;
- en phase service, elle est conservée et sert de fondation à la superstructure et d'éléments de structure pour les niveaux de sous-sol.

Les différentes étapes de la réalisation de la paroi moulée sont détaillées sur la figure 3 :

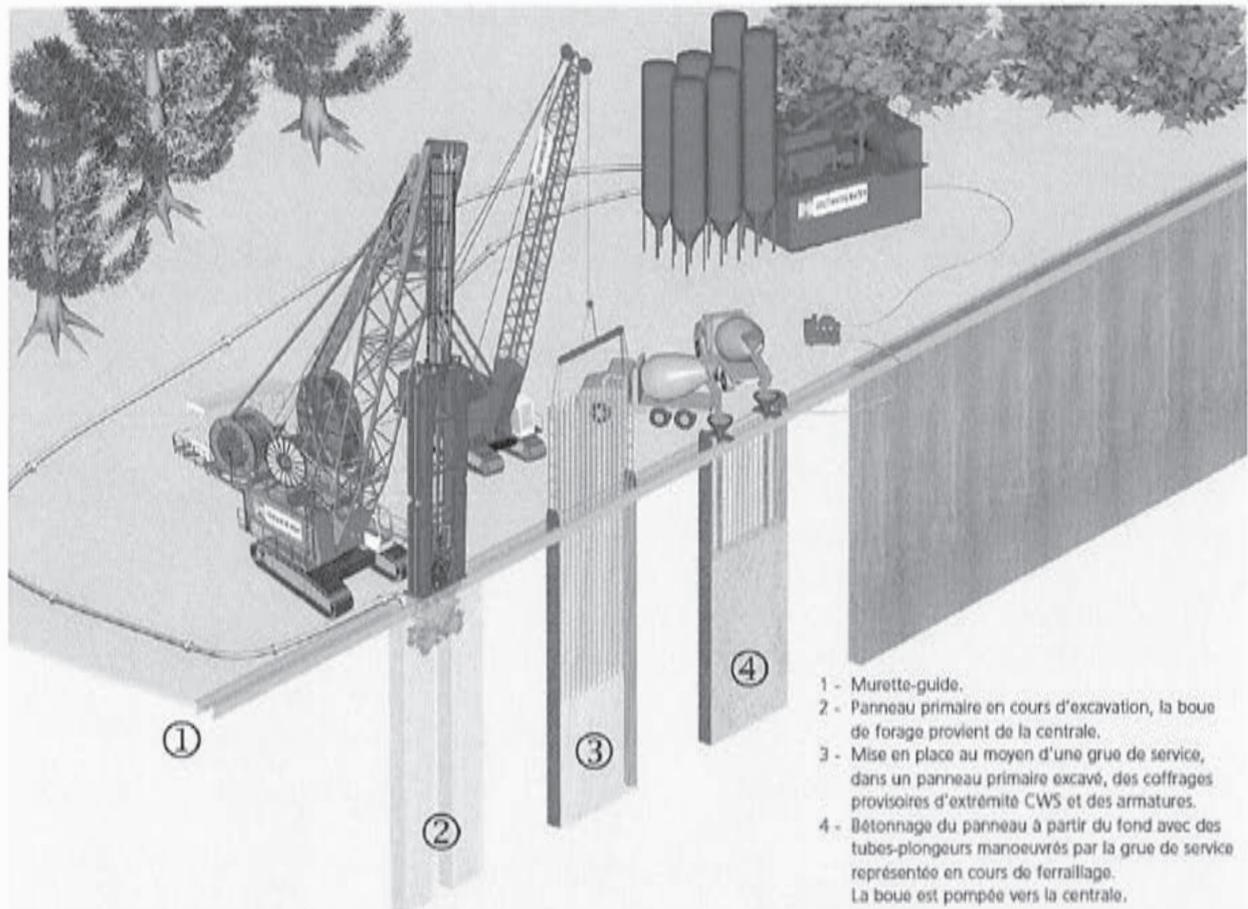


figure 3 Réalisation de la paroi moulée

- réalisation de la murette-guide ;
- panneau primaire en cours d'excavation ;
- mise en place des coffrages ;
- bétonnage des panneaux.

Le mélange de terre et de bentonite, remué par le dispositif ©hydrofraise (voir ci-contre), est évacué par une pompe actionnée hydrauliquement (voir figure 4).

Cette boue chargée est renvoyée vers la centrale à boue pour retraitement.

La bentonite régénérée est réinjectée dans la tranchée.



La « bentonite » est une boue constituée d'eau et d'une argile particulière appelée bentonite. Sa propriété principale est la thixotropie (capacité à pouvoir passer de l'état liquide lorsqu'elle est en mouvement, à l'état solide lorsqu'elle est au repos, et inversement). La bentonite permet de remplacer la terre évacuée afin de maintenir la tranchée stable lors du forage et de colmater les éventuelles cavités et fissures existantes dans le sol.

### Synoptique du circuit de circulation des boues

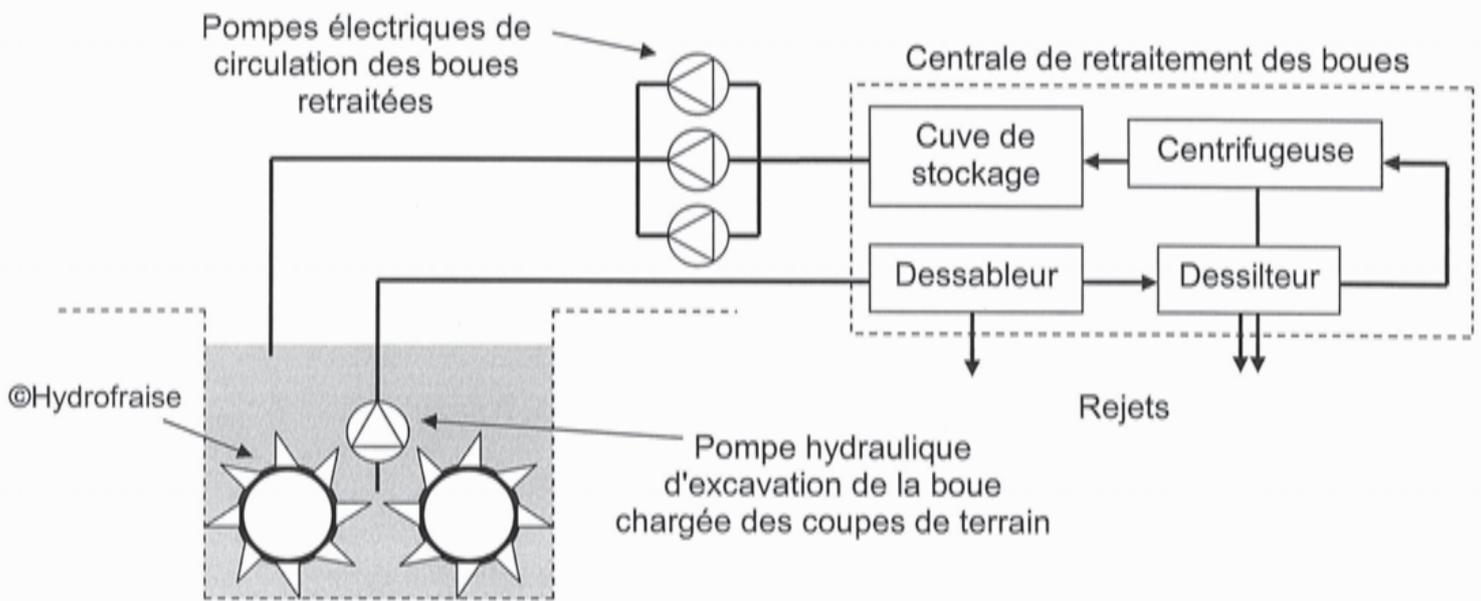


figure 4 Synoptique de circulation des boues

La centrale de retraitement des boues est constituée de plusieurs éléments :

- un dessableur traitant 450 m<sup>3</sup>/h de boue souillée et qui peut en extraire jusqu'à 160 t/h de résidus secs ; en fonction de leur taille, les sables de 0,2 à 5 mm sont extraits par scalpage et essorage, les fines inférieures à 100 microns sont éliminées par hydrocyclone ;
- un dessilteur qui rejette les matières les plus fines ;
- une centrifugeuse est utilisée pour la classification, c'est-à-dire le maintien de la densité des boues de forage.

L'étude qui suit ne permet pas d'aborder tous les choix technologiques imposés par la réalisation de ce chantier. Dans ce sujet, ne seront abordés que le choix du groupe électrogène, le positionnement et le dimensionnement des pompes d'évacuation de l'eau de fouille, la tenue de la paroi supportant la terre extérieure, la solution retenue pour l'évacuation de la terre par camions et une modélisation de la commande des camions lors de la montée de la rampe.

## 2. Amélioration de l'alimentation des moteurs de la centrale à boue

*L'objectif de cette partie est de valider le choix du groupe électrogène d'alimentation du chantier. L'étude montrera l'impact des démarrages des moteurs sur le courant demandé au groupe électrogène et sur la tension du réseau. On cherchera ensuite la meilleure stratégie de commande des moteurs pour limiter ces effets et réduire la taille du groupe électrogène.*

### 2.1. Alimentation en énergie du chantier

#### 2.1.1. Besoin en énergie électrique

La plupart des équipements de chantier, pelleteuse, grue, hydrofraise, est équipée de moteurs Diesel qui entraînent également un générateur électrique et un compresseur hydraulique. Cela permet de rendre ces machines totalement autonomes en énergie.

Le plus important consommateur électrique du chantier est donc la centrale de retraitement des boues de forage. Elle est constituée d'un dessableur Sotres (326 kW,  $\cos \varphi = 0,86$ ), d'un dessilteur (180 kVA,  $\cos \varphi = 0,8$ ), et d'une centrifugeuse (90 kW,  $\cos \varphi = 0,84$ ). Il est nécessaire d'alimenter également la base vie (32 kVA,  $\cos \varphi = 1$ ), constituée de cinq bungalows (chef de chantier, réunion, vestiaires, sanitaires et cantine), et des circuits auxiliaires (16 kVA,  $\cos \varphi = 0,9$ ) destinés à l'outillage électroportatif et à l'éclairage de chantier.

#### Rappel

Sur un réseau triphasé équilibré délivrant des courants sinusoïdaux, on définit les puissances active, réactive et apparente par :

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi \qquad Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi \qquad S = \sqrt{3}UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

#### Caractéristiques du groupe électrogène choisi :

- fréquence (Hz)	50 ;
- tensions de référence (V)	400/230 ;
- puissance max ESP (kVA)	880 ;
- puissance max ESP (kWe)	704 ;
- puissance max PRP (kVA)	800 ;
- puissance max PRP (kWe)	640 ;
- intensité (A)	1270 ;
- longueur (mm).	6058 ;
- largeur (mm).	2438 ;
- hauteur (mm).	2591 ;
- masse nette (kg).	12010 ;
- capacité du réservoir (L).	1850 ;
- autonomie à 75 % de charge (h)	12,20.

Signification des puissances ESP et PRP :

- puissance PRP (Prime Running Power), puissance nominale du groupe. Cette puissance peut être fournie en permanence ;
- puissance ESP (Emergency Stand-by Power), puissance maximale à ne pas dépasser. Cette puissance peut être fournie au maximum une heure toutes les 12 heures, et pas plus de 25 heures par an.

**Question 1** : présenter un bilan de puissances électriques du chantier et calculer la puissance apparente totale demandée au groupe électrogène en kVA. Valider le choix du groupe électrogène.

### 2.1.2. Appel de courant du moteur le plus puissant en démarrage direct

Le plus puissant moteur de la centrale à boue est utilisé par la centrifugeuse. Il a les caractéristiques ci-dessous.

**Caractéristiques du moteur asynchrone LS280MD :**

- puissance nominale (kW)	90 ;
- tension nominale par enroulement (V)	400 ;
- fréquence de rotation nominale ( $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ )	1 478 ;
- nombre de paires de pôles	2 ;
- couple nominal ( $\text{N}\cdot\text{m}$ )	581 ;
- courant nominal (A)	165 ;
- $\cos \varphi$ nominal	0,84 ;
- rendement nominal (%)	93,5 ;
- masse nette (kg).	450.

Pour étudier simplement ses caractéristiques au démarrage, un modèle électrique extrêmement simple de la machine est proposé. En négligeant les pertes fer, les pertes joules statoriques et le courant magnétisant, on obtient le schéma équivalent d'une phase du moteur. Il s'agit du modèle équivalent entre deux bornes homologues de la machine, sans couplage.

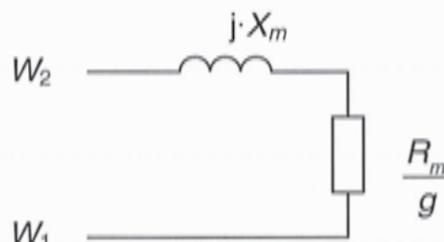


figure 5 Modèle monophasé simplifié du moteur asynchrone

où  $X_m$  est la réactance de fuite ramenée au stator,  $R_m$  est la résistance du bobinage rotorique ramenée au stator et  $g$  est le glissement de la machine défini par :

$$g = \frac{N_s - N}{N_s} \text{ avec } N_s = \frac{60f}{p}$$

$N_s$  est la vitesse de synchronisme en  $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ ,  $f$  la fréquence du réseau en Hz,  $p$  le nombre de paires de pôles de la machine, et  $N$  la fréquence de rotation en  $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ .

Dans ce modèle, la puissance dissipée dans la résistance  $\frac{R_m}{g}$  représente un tiers de la puissance transmise au rotor de la machine  $P_T$  en fonctionnement normal.

**Question 2 :** la figure 6, à gauche, représente le schéma équivalent du moteur couplé en triangle, couplage nominal de la machine sur un réseau 400 V entre phases. Montrer que l'on peut se ramener à un schéma équivalent étoile, tel que figure 6 à droite. Déterminer l'expression de l'impédance complexe  $Z_{MPND}$ .

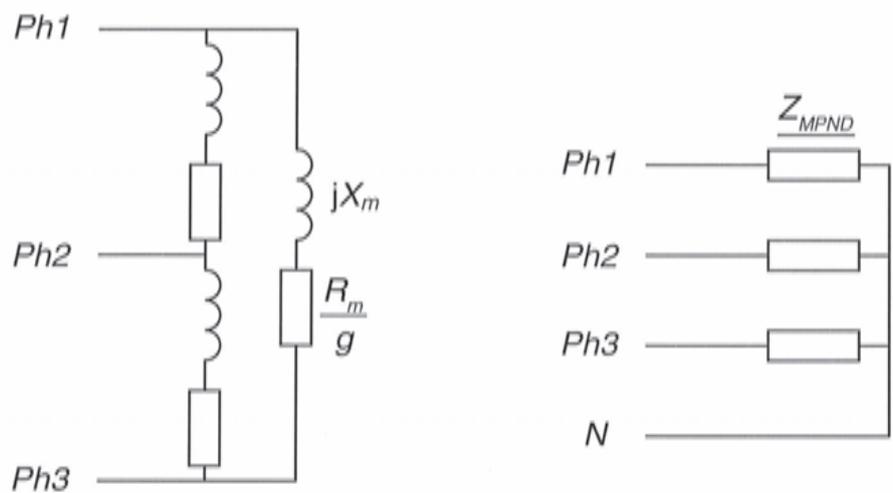


figure 6 Modèle du moteur couplé en triangle et schéma équivalent étoile

Le groupe électrogène alimente le moteur asynchrone à travers un câble de liaison. Le schéma équivalent monophasé ci-dessous (voir figure 7) représente une phase du dispositif par rapport au neutre. Le groupe électrogène est modélisé par sa force électromotrice  $E$ , sa réactance synchrone  $X_s$  et sa résistance statorique  $R_s$ , le câble de liaison par sa réactance<sup>3</sup>  $X_c$  et sa résistance  $R_c$ .

On donne :

$X_c = 2,4 \text{ m}\Omega$	$R_c = 1,1 \text{ m}\Omega$	$X_m = 600 \text{ m}\Omega$	$R_m = 54 \text{ m}\Omega$
$X_s = 180 \text{ m}\Omega$	$R_s = 40 \text{ m}\Omega$		

<sup>3</sup> La réactance en ohm est le produit d'une inductance en henry par la pulsation en radian par seconde.

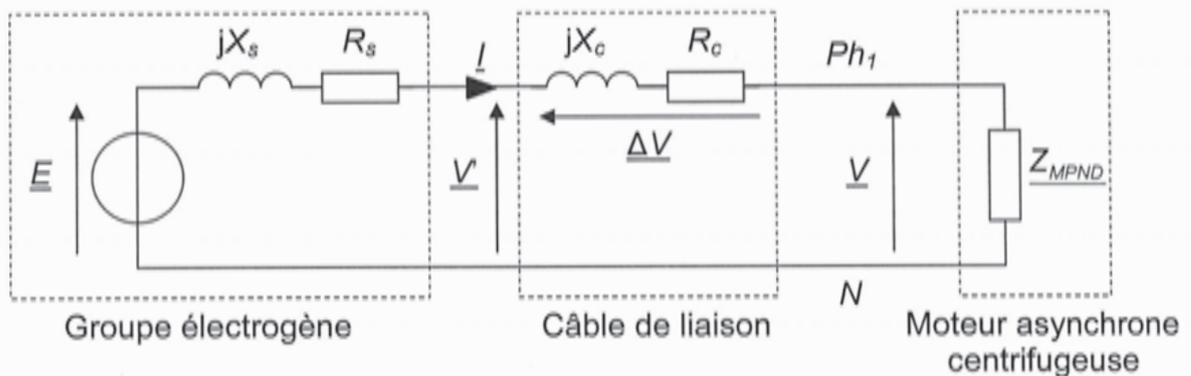


figure 7 Schéma équivalent d'une phase du réseau

**Question 3 :** en supposant la tension  $V'$  constante pendant le démarrage, déterminer l'expression de  $I$  en fonction de  $V'$  et des éléments du schéma. En posant  $\underline{V} = V$ , réel, origine des phases, déterminer  $\varphi$  tel que  $\underline{I} = I \exp(-j\varphi)$ . Faire l'application numérique pour  $I$  et  $\varphi$  au moment du démarrage du moteur. Comparer cette valeur à celle du groupe électrogène choisi, conclure sur la validité de ce choix.

### Influence de la régulation d'excitation du groupe électrogène

La tension  $V'$  en sortie de groupe électrogène est en fait contrôlée par une boucle de régulation qui agit sur le courant d'excitation de l'alternateur. Cette boucle permet de maintenir la tension efficace constante en régime permanent et de limiter l'impact des transitoires de courant lors de la mise sous tension des charges sur le réseau.

Une simulation à partir du modèle, représentée sur la figure 8, permet de se rendre compte du comportement du système pendant le démarrage direct du moteur de la centrifugeuse. Les résultats de cette simulation sont donnés figure 9 et figure 10.

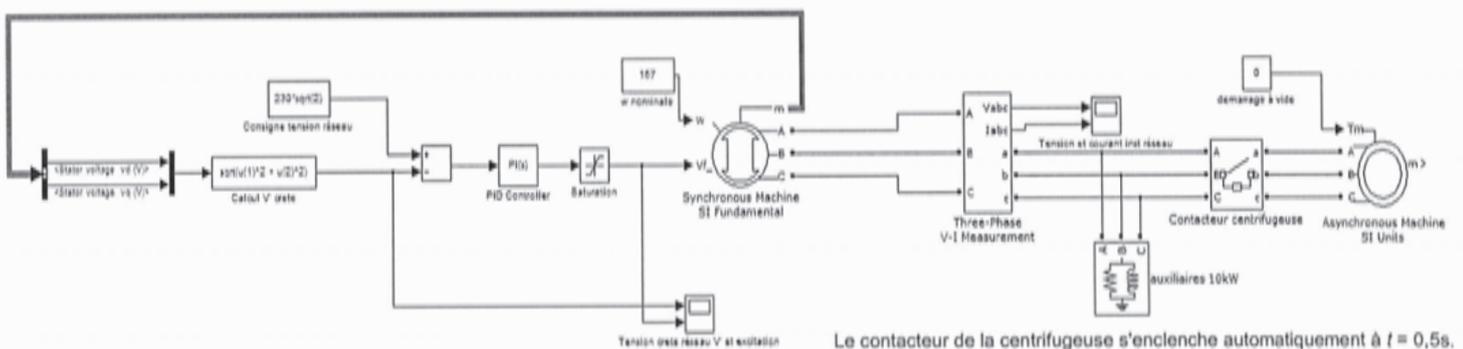


figure 8 Représentation du modèle de l'installation avec régulation de la tension de sortie du groupe électrogène par action sur l'excitation de l'alternateur.

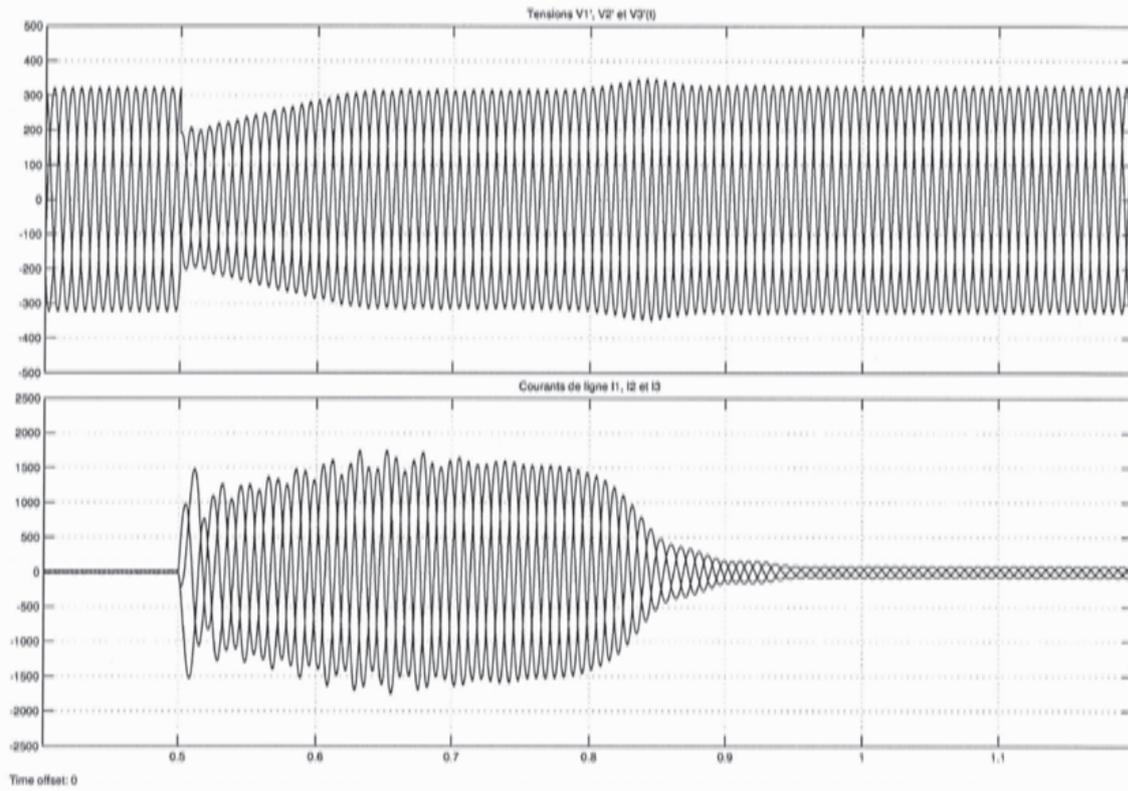


figure 9 Tensions et courants de ligne pendant le démarrage

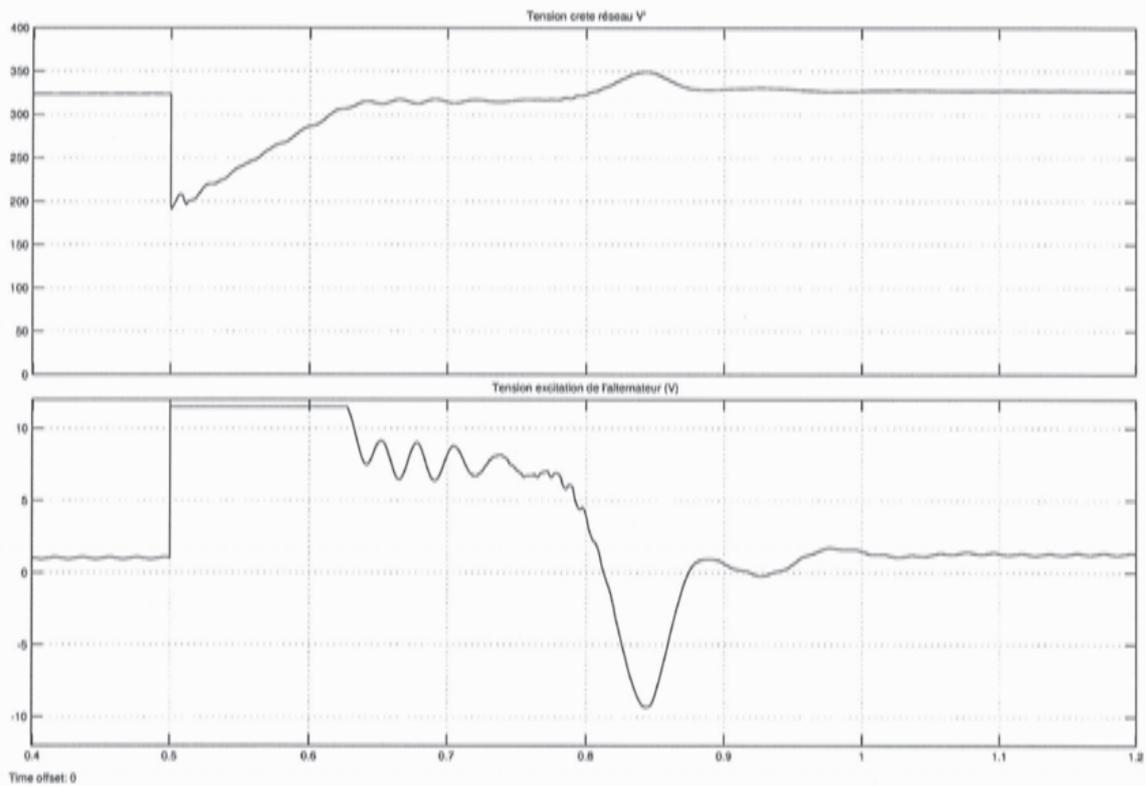


figure 10 Tension d'excitation de l'alternateur

**Question 4 :** le réseau est supposé à vide avant le démarrage du moteur et la valeur efficace de la fem  $E$  de l'alternateur est supposée n'avoir pas encore varié à l'instant  $t = 0,5 \text{ s} +$ , juste après le démarrage. Donner les expressions littérales et les applications numériques du courant efficace  $I$  et de la tension efficace  $V$  aux bornes du moteur à l'instant du démarrage. Expliquer les conséquences sur le démarrage du moteur et sur les éventuelles charges déjà connectées avant la mise sous tension de la centrifugeuse (autres machines, éclairages...).

### 2.1.3. Possibilité d'un démarrage en étoile des moteurs

Une des solutions envisagées pour régler ce problème est de modifier le couplage du moteur pendant les premières secondes du démarrage.

**Question 5 :** la figure 11, à gauche, représente le schéma équivalent du moteur couplé en étoile. Montrer que ce schéma est équivalent à celui représenté à droite sur la figure 11. Déterminer l'expression de l'impédance complexe  $\underline{Z}_{MPNY}$ .

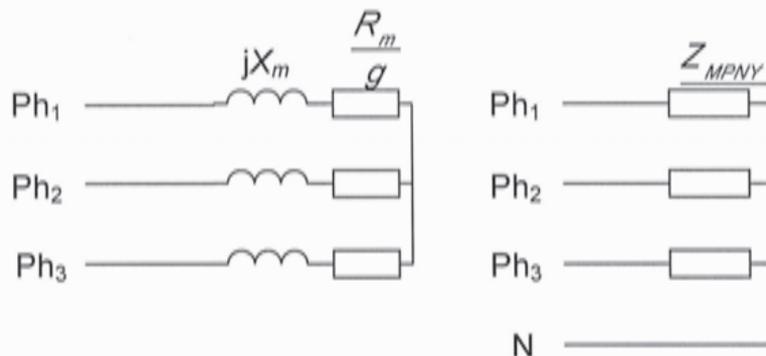


figure 11 Moteur couplé en étoile

**Question 6 :** en supposant la tension  $V'$  constante pendant le démarrage, déterminer la nouvelle expression de  $I$  et de  $\varphi$  en fonction de  $V'$  et des éléments du schéma. Donner l'application numérique pour  $I$  et  $\varphi$ .

**Question 7 :** compte tenu de la très faible chute de tension de l'installation en régime permanent, on considère que la tension  $V$  reste constante jusqu'à la charge nominale du réseau. En se plaçant dans le cas où la totalité des machines sont sous tension pendant le démarrage de la centrifugeuse, calculer le courant total fourni par le groupe électrogène pendant le démarrage. Comparer cette valeur à celle du groupe électrogène choisi, conclure sur la validité de ce choix.

**Question 8 :** exprimer le couple électromagnétique de la machine au démarrage en fonction de  $\Omega$ ,  $R_m$ ,  $X_m$ ,  $V$  et de la vitesse de synchronisme  $\Omega_S$ . On rappelle que

$C_{EM} = \frac{P_T}{\Omega_S}$  où  $P_T$  est la puissance transmise au rotor du moteur et  $\Omega_S$  la vitesse de synchronisme en  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ .

**Question 9 :** montrer que ce couple électromagnétique de démarrage est trois fois inférieur à celui obtenu en démarrage direct. Proposer un modèle de comportement du couple résistant imposé par la centrifugeuse au moteur. Conclure sur l'adéquation entre les contraintes imposées par cette stratégie de démarrage et le comportement de la centrifugeuse.

### 2.1.4. Alimentation des moteurs par variateur de fréquence

La solution utilisant des démarrages étoile-triangle sur l'ensemble des moteurs est actuellement utilisée avec succès par l'entreprise. Toutefois, elle présente le désavantage d'appeler au réseau des courants de démarrage qui restent significatifs même s'ils sont fortement réduits par rapport au démarrage direct. Bien que le process de retraitement des boues ne nécessite pas de moteur à vitesse variable, il semble intéressant d'envisager l'utilisation d'un variateur de vitesse. En plus de régler le problème du courant de démarrage, cette solution présente l'avantage de faciliter l'exportation du système à l'étranger, dans des pays utilisant des réseaux 60 Hz.

Les deux figures ci-dessous représentent les courants de ligne réseau, instantanés et efficaces, lors du démarrage du moteur de la centrifugeuse pour les deux solutions envisagées :

- la figure 12, lorsque le moteur est alimenté par un démarrage étoile triangle ;
- la figure 13 lorsque le moteur est alimenté par un variateur de vitesse permettant un démarrage avec une rampe d'accélération de 7 s.

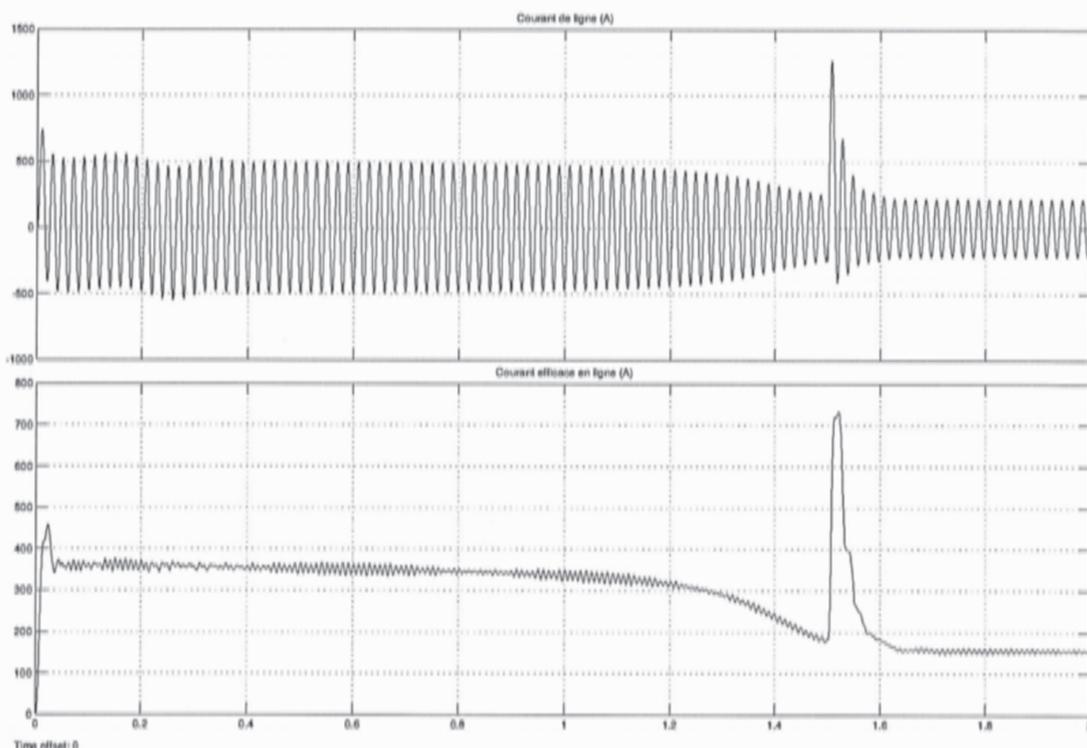


figure 12 Allure des courants de ligne pendant le démarrage étoile triangle de la centrifugeuse

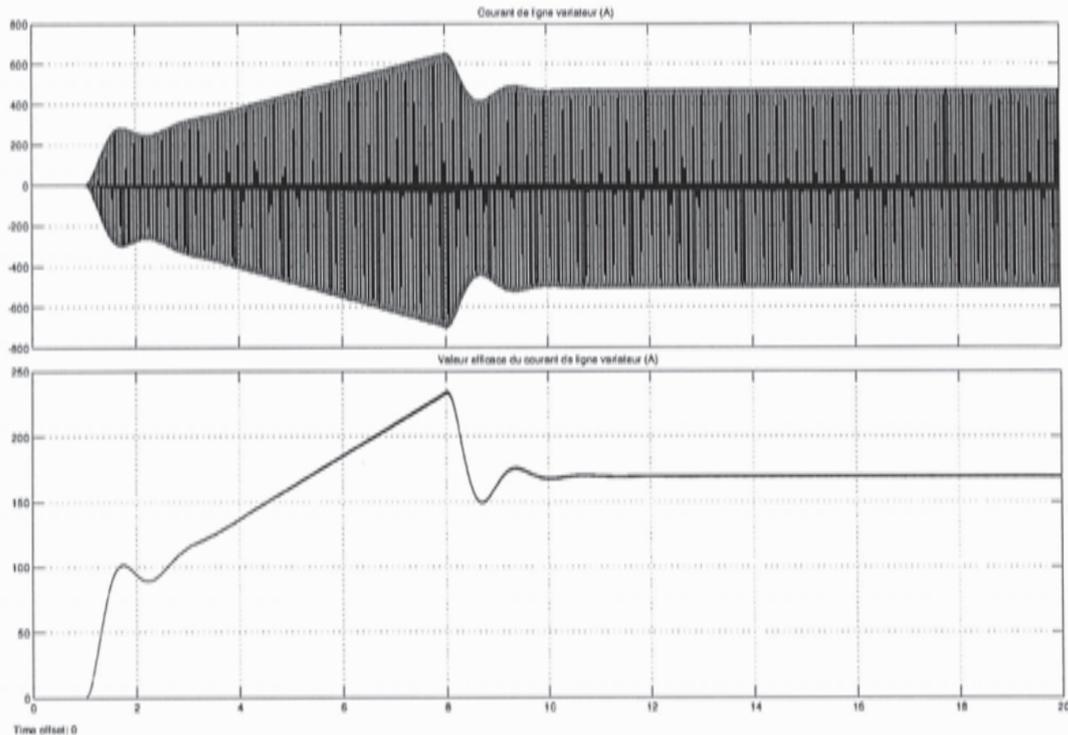


figure 13 Allure du courant de ligne (en amont du variateur) pendant un démarrage par variateur de fréquence de la centrifugeuse

**Question 10 :** critiquer qualitativement ces deux solutions en termes de contraintes sur le groupe électrogène, durée de démarrage, couple de démarrage et de qualité de l'énergie fournie par le groupe électrogène.

## 2.2. Amélioration du dispositif de pompage des boues

*L'objectif de cette partie est de positionner et de dimensionner les pompes d'évacuation de l'eau de fouille.*

### Circulation des boues

Le synoptique de circulation des boues est décrit figure 14. Dans cette partie, nous nous intéresserons uniquement au circuit hydraulique de retour de la bentonite retraitée dans la tranchée. Cette opération est assurée par trois pompes électriques. La figure 14 représente schématiquement ce circuit sans rendre compte des altitudes de chaque élément. Les surfaces libres de fluide dans la cuve et dans la tranchée sont soumises à la pression atmosphérique et leur différence d'altitude vaut  $H_s = 5$  m.

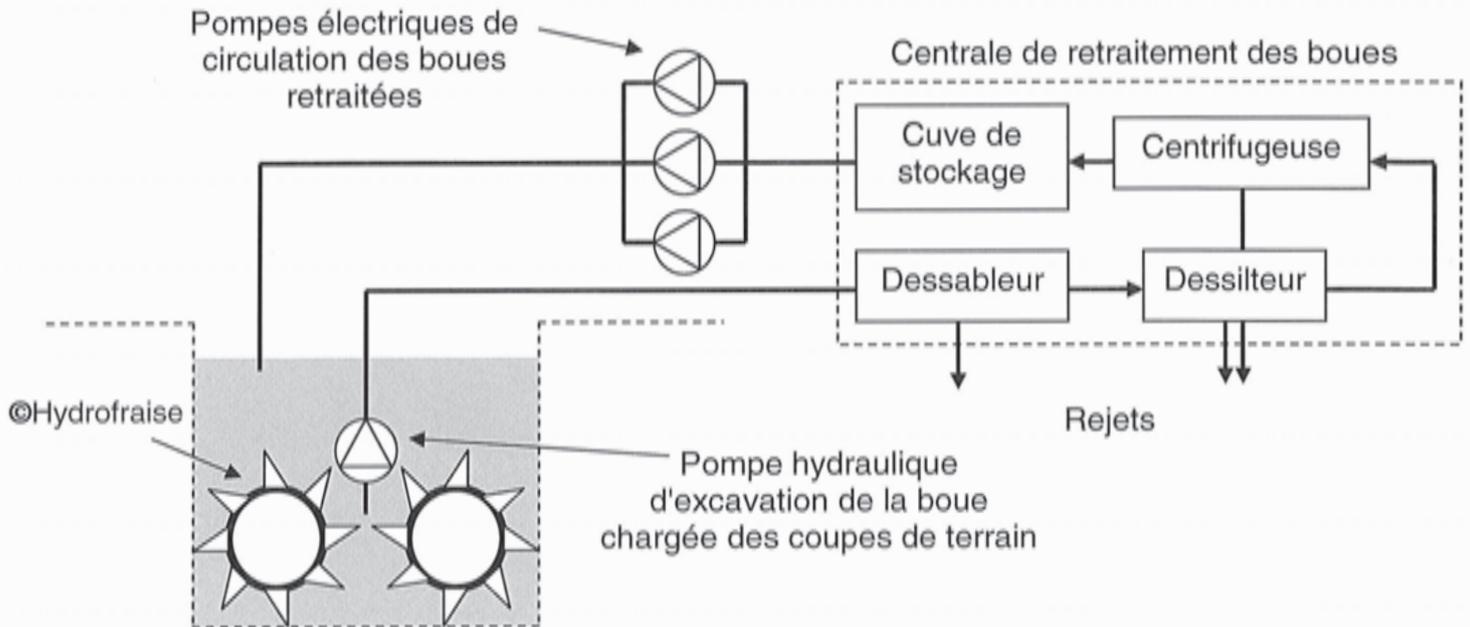


figure 14 Circuit de retour de la bentonite.

### Situation actuelle

L'injection de la boue dans la tranchée réalisée par l'©hydrofraise est assurée par trois pompes centrifuges électriques. Les pompes sont pilotables individuellement en démarrage direct. Leur commande est réalisée manuellement par un opérateur qui démarre une, deux ou les trois pompes en fonction du niveau de boue dans la tranchée. Ce fonctionnement n'est pas optimal car lorsqu'un débit intermédiaire à ceux proposés par le système est nécessaire, l'opérateur doit continuellement démarrer ou arrêter une pompe.

### Proposition d'amélioration du système

L'entreprise envisage de modifier ce dispositif en remplaçant les trois pompes par une seule, alimentée par un variateur de fréquence. Outre une meilleure souplesse d'utilisation, cette solution offrira aussi l'avantage de permettre une utilisation du système dans certains pays où le réseau de distribution électrique se fait en 60 Hz.

### Problèmes liés à la nouvelle solution

On cherchera à montrer que :

- la nouvelle pompe envisagée répond bien aux performances attendues ;
- la plage de variation de fréquence permettant de répondre au débit attendu par l'application est bien compatible avec le fonctionnement du moteur utilisé.

### Modélisation d'une pompe centrifuge

Nous utiliserons la caractéristique suivante pour modéliser le fonctionnement d'une pompe centrifuge  $n$ .

$$H_{pn} = H_{ohn} + A_n Q_n + B_n Q_n^2$$

où  $H_p$  est la hauteur manométrique totale de la pompe, habituellement exprimée en mètre de colonne d'eau (mCE).  $H_{oh}$  est la charge d'arrêt hydraulique de la pompe.  $Q$  est le débit volumique, habituellement exprimé en  $m^3 \cdot h^{-1}$ .

### Caractéristiques des trois pompes actuelles

Les trois motopompes sont identiques et admettent, lorsqu'elles sont alimentées sous 400 V-50 Hz, les paramètres suivants :

- $H_{cha} = 70$  mCE ;
- $A_a = 0,1$  mCE  $\cdot$  m<sup>-3</sup>  $\cdot$  h ;
- $B_a = -1,9 \cdot 10^{-3}$  mCE  $\cdot$  m<sup>-6</sup>  $\cdot$  h<sup>2</sup>.

### Caractéristique du circuit de charge des pompes

Le circuit hydraulique considéré s'étend de la cuve de stockage de la bentonite jusqu'à la tranchée de l'hydrofraise, il sera modélisé par l'expression ci-dessous.

$$H_c = H_s + MQ^2$$

où  $H_s$  est la hauteur statique du réseau, exprimée en mètre de colonne d'eau et  $M$  est le module de résistance du pipeline.

- $H_s = 5$  mCE ;
- $M = 2 \cdot 10^{-4}$  mCE  $\cdot$  m<sup>-6</sup>  $\cdot$  h<sup>2</sup>.

### Caractéristiques de la nouvelle pompe envisagée

La nouvelle motopompe alimentée sous 400 V-50 Hz, a les paramètres suivants :

- $H_{cha} = 80$  mCE ;
- $A_a = 0,02$  mCE  $\cdot$  m<sup>-3</sup>  $\cdot$  h ;
- $B_a = -2,2 \cdot 10^{-4}$  mCE  $\cdot$  m<sup>-6</sup>  $\cdot$  h<sup>2</sup>.

La pompe est entraînée par un moteur asynchrone auto-ventilé. Ce type de moteur ne doit pas être utilisé au-dessous de la moitié de sa fréquence nominale pour permettre un refroidissement correct. On admet, au glissement près, que le moteur alimenté à fréquence variable entraîne la pompe à la vitesse angulaire :

$$\Omega = \frac{2\pi f}{p}$$

où  $\Omega$  est en rad  $\cdot$  s<sup>-1</sup>,  $f$  la fréquence d'alimentation du moteur en Hz, et  $p$  le nombre de paires de pôles de la machine.

### Rappel : loi de similitude - coefficients de Rateau

Les coefficients de Rateau sont des nombres sans dimension qui caractérisent une machine hydraulique. Ils se construisent à partir des caractéristiques géométriques et mécaniques de la machine. Pour une géométrie de pompe donnée, ces coefficients restent constants quel que soit le rayon de la roue, la pression, le débit, la nature du fluide ou la vitesse de rotation. Ils permettent de déterminer les nouvelles caractéristiques d'une pompe lorsqu'on en modifie un de ses paramètres.

Coefficient de débit

$$\delta = \frac{Q}{\omega R^3}$$

Coefficient manométrique

$$\mu = \frac{gH}{\omega^2 R^2}$$

Coefficient de puissance

$$\tau = \frac{gP_u}{\rho\omega^3 R^5}$$

où :

- $R$ , rayon de la roue (m) ;
- $g$ , accélération de la pesanteur ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ) ;
- $\rho$ , masse volumique du fluide ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) ;
- $P_u$ , puissance utile (W) ;
- $\omega$ , vitesse de rotation de la roue ( $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ) ;
- $H$ , hauteur manométrique (Pa) ;
- $Q$ , débit ( $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ ).

**Question 11 :** exprimer en fonction de  $H_{oh}$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $H_s$ , et  $M$ , les trois points de fonctionnement ( $H, Q$ ) possibles du système correspondant à une, deux ou trois pompes utilisées simultanément. Faire les applications numériques correspondant à ces trois cas d'utilisation.

**Question 12 :** montrer que la nouvelle pompe peut assurer la même plage de fonctionnement que la solution actuelle (débit variable de 200 à 450  $\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$ ) et déterminer littéralement les deux fréquences d'alimentation extrêmes de la machine permettant d'obtenir ces performances. Conclure sur la validité de cette solution.

### 3. Rabattement de la nappe

*Les objectifs de cette partie sont de proposer une modélisation multiphysique du circuit d'exhaure pour constituer une bibliothèque de modèles.*

Le pompage dans une nappe entraîne un abaissement de sa surface libre et une modification du champ d'écoulement : cette technique s'appelle un *rabattement de nappe*.

Pour ce faire, on réalise des forages équipés par lesquels l'eau est extraite. Dans le cas du chantier, le forage équipé utilisé est de type « puits filtrant ». Un puits filtrant nécessite l'exécution d'un forage, la mise en place dans celui-ci d'une crépine prolongée par un tube plein, et la constitution d'un massif filtrant autour de la crépine.

Les niveaux d'eau retenus pour le dimensionnement du projet sont extrapolés des études menées par le CEBTP (centre expérimental de recherches et d'études du bâtiment et des travaux publics) et sont fournis sur la figure 15. Les cotes sont données dans le repère NGF.

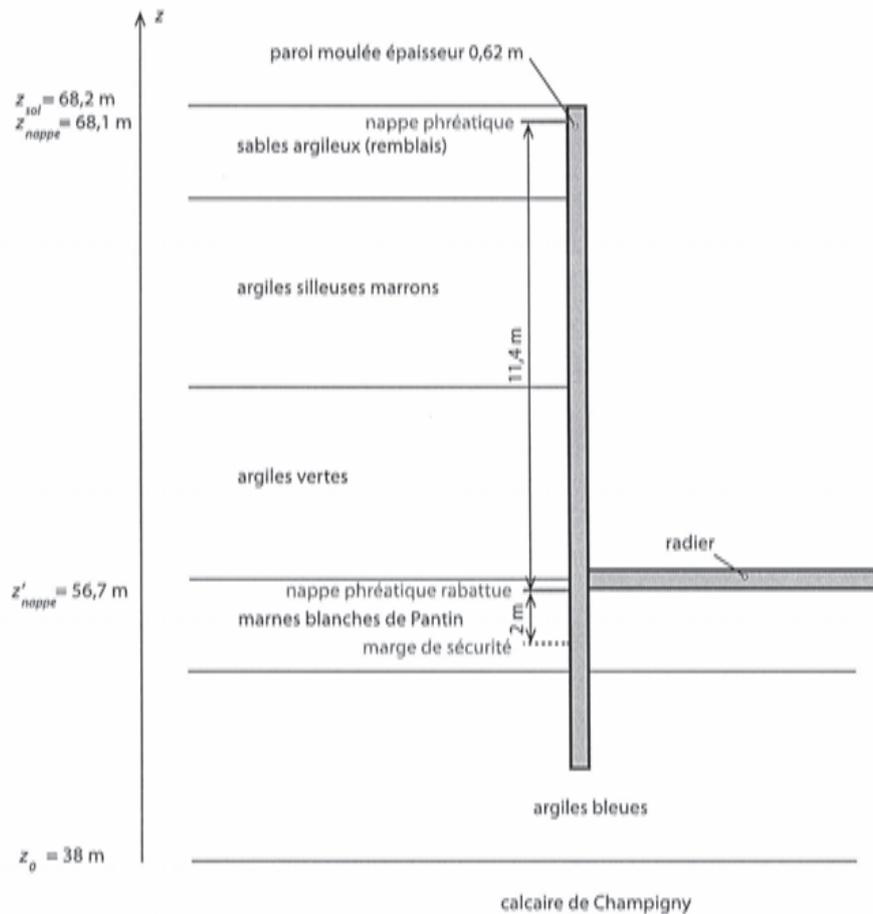


figure 15 Constitution de la structure géologique du site du chantier

### 3.1. Détermination du débit de pompage

Nous allons, dans un premier temps, calculer le débit de pompage par un puits isolé.

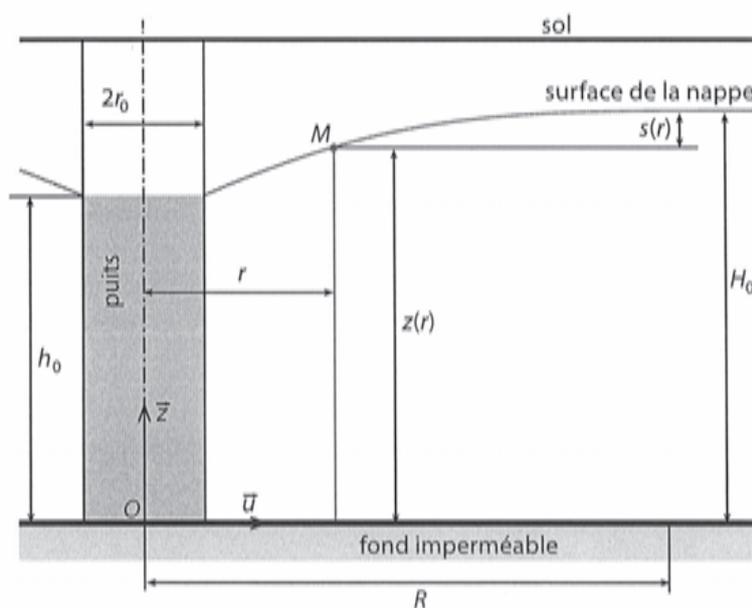


figure 16 Modélisation d'un puits d'exhaure

Nous nous plaçons dans le cadre simplifié d'un sol homogène et isotrope. Nous supposons que la vitesse du fluide dans la nappe aquifère suit la loi phénoménologique de Darcy

$$\vec{v}(M/R) = -k \overline{\text{grad } z}$$

en tout point  $M$  de la surface de la nappe d'altitude  $z$ . Le facteur  $k$  se nomme coefficient de perméabilité du sol et s'exprime en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le calcul est mené dans le cas d'une nappe libre<sup>4</sup>.

Le problème étant à symétrie de révolution, et comme nous supposons que la pente d'une ligne de courant est faible (hypothèse de Dupuit), la loi de Darcy s'écrit

$$\vec{v}(M/R) = -k \frac{dz}{dr} \vec{u}$$

On note :

- $H_0$ , hauteur de la nappe ;
- $h_0$ , hauteur rabattue ;
- $r_0$ , rayon du puits ;
- $R$ , rayon d'action du puits, qui est la distance à partir de laquelle on peut considérer le rabattement dû au pompage de débit  $q$  comme nul ;
- $k$ , perméabilité du terrain en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La hauteur  $H_0$  de la nappe sera prise égale à sa cote NGF. Le facteur de perméabilité pour le sol étudié, supposé homogène et isotrope, est pris égal à  $10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**Question 13** : exprimer le débit d'eau  $q$  qui pénètre dans un cylindre d'aire latérale  $S$  de rayon  $r$  et de hauteur  $z$  dans l'hypothèse d'un fluide incompressible, en régime permanent. La vitesse des particules fluides pénétrant dans le cylindre est supposée radiale et constante sur toute la hauteur.

**Question 14** : en intégrant l'équation précédente entre  $r_0$  et  $R$  d'une part et entre  $h_0$  et  $H_0$  d'autre part, montrer alors que le débit de pompage du puits s'exprime sous la forme

$$q = \pi k \frac{H_0^2 - h_0^2}{\ln \frac{R}{r_0}}$$

et que, si l'on note  $s(r) = H_0 - z(r)$  et que le calcul se limite à une zone telle que  $H_0 \gg s(r)$  (hypothèse réaliste dans notre étude), alors le rabattement de la nappe à

la distance  $r$  de l'axe du puits est donné par  $s(r) \approx \frac{q}{2\pi k H_0} \ln \frac{R}{r}$ .

<sup>4</sup> Nappe dont la partie supérieure n'est pas limitée par une couche imperméable.

Les forages sont effectués juste après le décapage de la terre végétale, car la nappe phréatique est juste en-dessous, donc avant la première phase de terrassement réelle. Le niveau rabattu de la nappe à l'intérieur de la fouille doit se situer juste en dessous de l'arase inférieure du radier, soit au niveau 56,70 NGF. Dans le cas de l'ouvrage réalisé, huit puits ont été forés dans la fouille conformément à la figure 17. En effet, en général, les forages sont effectués à l'extérieur de la fouille, mais des contraintes d'environnement n'ont pas permis de le réaliser pour ce chantier. Le rectangle de longueur  $L = 110$  m et de largeur  $l = 30$  m représente les dimensions de la fouille. Les cercles modélisent les huit puits de diamètre  $d_0 = 2r_0 = 0,3$  m situés à la distance  $u = 6$  m de la paroi moulée (voir figure 17).

Parmi les huit puits, seuls quatre sont utilisés de manière continue pour réduire puis entretenir le niveau de nappe souhaité. Les quatre autres servent de secours. Le tableau 1 et la figure 17 présentent la géométrie du pompage de la fouille.

Puits	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>
(x,y)	(-33,9)	(-11,9)	(11,9)	(33,9)	(33,-9)	(11,-9)	(-11,-9)	(-33,-9)

tableau 1 Coordonnées en mètre des axes des puits dans le plan de la fouille

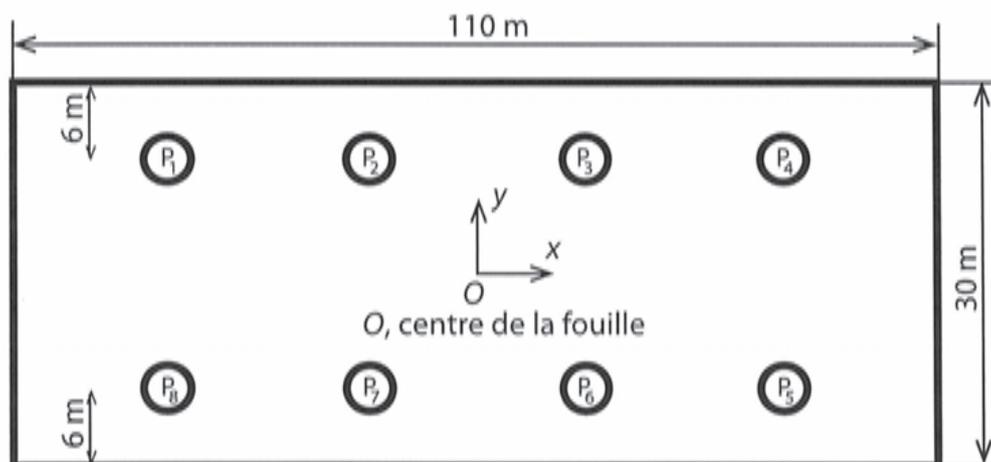


figure 17 Caractéristiques de la fouille

Le niveau supérieur de la nappe phréatique est à la cote de 68,10 m NGF. Le niveau rabattu de la nappe à l'intérieur de la fouille doit se situer juste en dessous de l'arase inférieure du radier, soit au niveau 56,70 m NGF. Une marge de sécurité de 2 m est prise en compte en phase de projet.

Le problème possède des symétries par rapport aux plans  $(O, \vec{z}, \vec{x})$  et  $(O, \vec{z}, \vec{y})$ . On notera  $M_j$  les points de la fouille où le rabattement sera le plus faible et  $P_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ , le point d'intersection de l'axe du puits  $P_i$  avec le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ . Les pompes sont supposées identiques.