



**SESSION 2011**

---

**AGRÉGATION  
CONCOURS EXTERNE**

**Section : GÉNIE CIVIL**

**ÉPREUVE DE GÉOTECHNIQUE  
ET DE QUALITÉ DES AMBIANCES**

Durée : 6 heures

---

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

**Cette épreuve est constituée de trois parties indépendantes :**

- 1- Géotechnique et environnement ;**
- 2- Qualité des ambiances – partie acoustique ;**
- 3- Qualité des ambiances – partie thermique.**

**Il est demandé aux candidats de traiter les trois parties sur des copies séparées.**

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

# Géotechnique et environnement

## Avertissement

*Les membres du jury proposent aux candidats un problème qui permet des développements des fondamentaux de la géotechnique en direction de l'identification, de la caractérisation des matériaux géotechniques, de la réalisation des essais, de la réalisation et du calcul des ouvrages en interaction avec le sol.*

*Le sujet est rédigé afin que les différentes parties puissent être traitées de manière relativement indépendante. Toute donnée numérique non fournie est laissée à l'appréciation des candidats. Les candidats se reporteront lorsque nécessaire aux annexes fournies. Les documents supports utilisés par les candidats seront joints aux copies.*

## Généralités

Le problème traite de la réalisation des appuis d'un ouvrage d'art à deux travées sur un sol de fondation de nature marno-calcaire. Les modalités de fondation de l'appui intermédiaire de cet ouvrage sont plus particulièrement étudiées.

## La géologie du site

La carte géologique du site fournit les premiers éléments d'appréciation de l'environnement géotechnique du site d'aménagement.

- 1) A quelle famille de roche appartiennent les calcaires ? Quel est leur constituant principal ? Quelle différence faites-vous entre calcaires et marnes ? Décrire un test simple permettant de mettre en évidence une roche calcaire
- 2) Décrire les conditions usuelles de formation des roches calcaires
- 3) Décrire le phénomène de karstification des massifs calcaires. Quels types de problèmes ce phénomène peut-il poser pour la réalisation des ouvrages de génie civil ?

## Nature et caractéristiques des matériaux

On considère un massif de sol homogène, semi infini (figure 1). Le sol est défini par son poids volumique  $\gamma$  et ses caractéristiques de cisaillement à long terme  $c'$  et  $\phi'$ .

4) Donner les expressions générales des contraintes verticales et horizontales au point M situé à la profondeur  $z$ , en fonction de la profondeur  $z_w$  de la nappe ? Tracer dans le plan de Mohr, les représentations des états de contraintes totale et effective résultants.

5) Déterminer le poids volumique du sol  $\gamma$  et la profondeur de la nappe  $z_w$  sachant qu'à la profondeur  $z = 4,5\text{m}$  la contrainte verticale effective et la contrainte horizontale totale valent respectivement  $60,5\text{ kPa}$  et  $55,3\text{ kPa}$ .

On prendra pour valeur du coefficient de poussée la valeur  $0,5$ . Tracer dans la représentation de Mohr les cercles correspondants en contrainte totale et effective.

6) Un échantillon de matériau a été prélevé à cette profondeur de  $4,5\text{ m}$ . Le poids spécifique des

grains est égal à  $26,5 \text{ kN/m}^3$ . On mesure son poids volumique sec  $\gamma_d = 16,8 \text{ kN/m}^3$ . Son poids volumique total  $\gamma$  a été déterminé à la question précédente (prendre  $19,5 \text{ kN/m}^3$  si question 5 non traitée). Déterminer l'indice des vides, l'état de saturation de l'échantillon, et sa teneur en eau.

Un forage avec essai pressiométrique tous les 1,5 m puis tous les 1 m en profondeur a été réalisé pour effectuer la reconnaissance en profondeur. Les résultats du forage sont donnés figure 2.

L'essai réalisé à 4,5 m de profondeur a donné les résultats fournis tableau 1.

$p$  désigne la pression lue au manomètre supposé à 1 m au dessus du terrain naturel (TN).

$\Delta V_{30}$  et  $\Delta V_{60}$  sont les volumes injectés respectivement à 30s et 60s durant chaque palier de pression.

La courbe d'étalonnage de la sonde est donnée tableau 2. On considérera un volume initial de la sonde  $V_s = 530 \text{ cm}^3$ .

Tableau 1 : essai pressiométrique à 4,5m

N° palier	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p$ (kPa)	50	100	150	200	300	400	500	650	800	950
$\Delta V_{30}$ (cm <sup>3</sup> )	5	50	85	95	120	135	160	200	370	500
$\Delta V_{60}$ (cm <sup>3</sup> )	40	75	90	105	125	140	180	250	450	800

Tableau 2 : Etalonnage de la sonde

N° palier	1	2	3	4	5	6	7
$p$ (kPa)	30	60	90	120	150	180	210
$\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	30	65	110	170	270	430	780

7) Décrire le principe de l'essai pressiométrique. On s'aidera d'un schéma explicatif clair et on précisera en particulier les modalités et les objectifs des opérations d'étalonnage et de calibrage de la sonde.

8) Faire le dépouillement de l'essai réalisé à 4,5 m et en déduire les caractéristiques pressiométriques du sol dont la nomenclature sera précisée.

9) Afin de mesurer la perméabilité des marnes très altérées, un essai de perméabilité à l'eau de type Lefranc est réalisé. Donner les différents essais de perméabilité existants. Décrire les quatre types d'essai Lefranc et leur mode de réalisation. Donner un ordre de grandeur de la perméabilité des sols : sable, argile, marne ...

10) Un essai Lefranc est réalisé entre 2 et 4 m de profondeur dans un forage de 116 mm de diamètre. Le niveau de l'eau dans le forage est positionné en  $t = 10$  minutes, valeur initiale de l'essai à 3,7 m de profondeur par rapport au TN.

Le tableau 3 donne l'évolution de la profondeur du niveau de l'eau dans le forage en fonction du temps.

Préciser le type d'essai réalisé. Quelle est la perméabilité mesurée des marnes altérées ?

Tableau 3 : Résultat d'essai de perméabilité.

T (min)	0	10	11	12	14	18	25	40	55
Profondeur (m)	2	3.70	3.69	3.68	3.65	3.59	3.45	3.00	2.16

## Le projet, conception et vérification

### Appui d'ouvrage sur fondation superficielle

On se propose d'étudier l'appui de l'ouvrage considéré.

On considère dans cette partie que cet appui est établi sur une semelle superficielle à 4m de profondeur au droit du forage pressiométrique décrit en figure 2.

On considère dans les questions suivantes que le sol de fondation de l'appui est constitué par une couche de marne très altérée sur 11 m d'épaisseur, surmontant des marnes grises plus compactes que l'on posera imperméables.

Les marnes très altérées sont supposées isotropes en terme de perméabilité, on considérera :  
 $k_v = k_h = 2.10^{-6}$  m/s.

Les caractéristiques des marnes très altérées sont les suivantes :

Poids volumique  $\gamma = 19$  kN/m<sup>3</sup>

Angle de frottement interne à long terme  $\phi' = 25^\circ$

Cohésion à long terme  $c' = 5$  kPa

La nappe se trouve à 2m de profondeur en situation normale, un niveau possible est le niveau PHEC (voir figure 3).

11) Décrire les dispositions constructives possibles à mettre en œuvre pour réaliser l'appui en supposant que la nappe se trouve à 2 m de profondeur par rapport au TN.

12) On suppose dans ce qui suit que  $p_l = 780$  kPa, et  $E_M = 10$  MPa pour l'essai à 4,5 m de profondeur. Déterminer la contrainte ultime  $q_u$  sous une semelle de 3 m de largeur et de 10 m de longueur soumise à une charge verticale centrée. En déduire la contrainte de référence aux états limites ultimes  $q(ELU)$  et aux états limites de service  $q(ELS)$  avec  $q(ELU) = 0,5.q_u$  et  $q(ELS) = 0,33.q_u$

13) On étudie la réalisation de la semelle de fondation de l'appui à 4 m de profondeur à l'abri d'un batardeau en palplanches, dont la profondeur de mise en place par rapport au TN est préfixée à 7 m (voir figure 3)

Montrer en écrivant l'équilibre des forces de poussée et butée éventuelles à long terme sur la section centrale du rideau la nécessité de butonage du batardeau. En quoi consiste le butonage, préciser son mode de réalisation en fonction du phasage des travaux. Que ce passe-t-il si l'eau monte au niveau PHEC (Plus Hautes Eaux Connues, voir figure 3) durant les travaux ?

14) On considère la fouille entièrement réalisée et la nappe au niveau PHEC (donc zone de l'appui inondée, avec eau 1m au dessus du TN, voir figure en annexe).

On admet avoir mis en œuvre les dispositions constructives nécessaires pour assurer la stabilité mécanique du batardeau dans cette configuration géométrique.

Dessiner sur la coupe en annexe le réseau d'écoulement à proximité du rideau de palplanches dans une configuration d'écoulement plan correspondant au centre de la fouille.

Estimer dans cette représentation sécuritaire le débit potentiel attendu par ml de rideau dans le batardeau.

15) Vérifier la stabilité au soulèvement du fond de fouille en négligeant le frottement du sol sur le rideau de palplanches. Afin d'assurer la stabilité de cette fouille pendant les travaux, quelles solutions peut on envisager ? Proposer au moins une solution à mettre en œuvre en urgence si l'instabilité se déclare en phase chantier.

16) En considérant que la semelle fondée à 4 m puisse être réalisée (question 12), elle reprendra l'appui central d'un ouvrage à deux travées symétriques de 40 m de longueur totale. Le tassement maximal sous les culées a été estimé à 6 mm.

Calculer les tassements attendus sous cette semelle pour une charge totale verticale centrée de 200 kPa. Cette solution de fondation superficielle est-elle admissible vis-à-vis des tassements différentiels ?

### **Appui d'ouvrage sur fondations profondes**

On considère dans ce qui suit que l'appui de l'ouvrage est fondé sur pieux forés.

17) Décrire les méthodes constructives pour la réalisation de pieux forés. Dans le cas particulier d'une stabilisation dite « à la boue », de quoi est composée la boue de forage et quels sont ces rôles principaux ?

18) Pour un pieu de 1m de diamètre dont la pointe est établie à 11m de profondeur au droit du forage décrit figure 2 :

Calculer l'effort mobilisable par la pointe

Calculer l'effort mobilisable par frottement latéral (on négligera le frottement du sol sur le pieu jusqu'à la profondeur de 2m

Calculer les charges limites du pieu en compression et en traction

Calculer les charges de fluage du pieu en compression et en traction

19) L'appui est réalisé sur pieux de 1 m de diamètre. Ces pieux ont été équipés pour pouvoir effectuer une auscultation par la méthode sonique par transparence.

Décrire cette méthode d'auscultation et l'équipement du pieu nécessaire à la mise en œuvre de cette méthode.

20) Les figures 4 à 6 représentent les résultats types de ce type d'auscultation sonique par transparence. Commenter ces résultats en précisant quels types d'information ils fournissent.

Calculer la vitesse de propagation du son dans le béton en se basant sur les mesures effectuées entre 7 et 10 m de profondeur et en considérant une distance de mesure entre sonde de 350 mm.

Comment peut-on expliquer l'allure des courbes dans les zones hachurées ?

Quelles sont les conséquences pour la capacité portante attendue du pieu, quelle méthode de réparation proposeriez-vous ?

## FIGURES

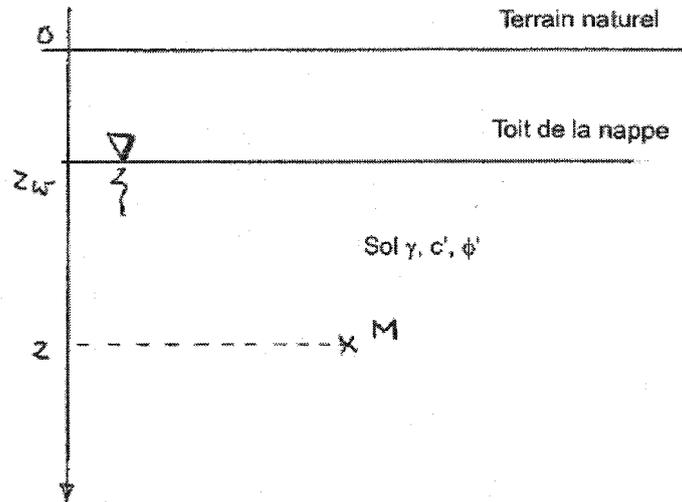


Figure 1 – Massif de sol homogène semi infini, de poids volumique  $\gamma$ , avec des caractéristiques de cisaillement à long terme  $c'$  et  $\phi'$ .

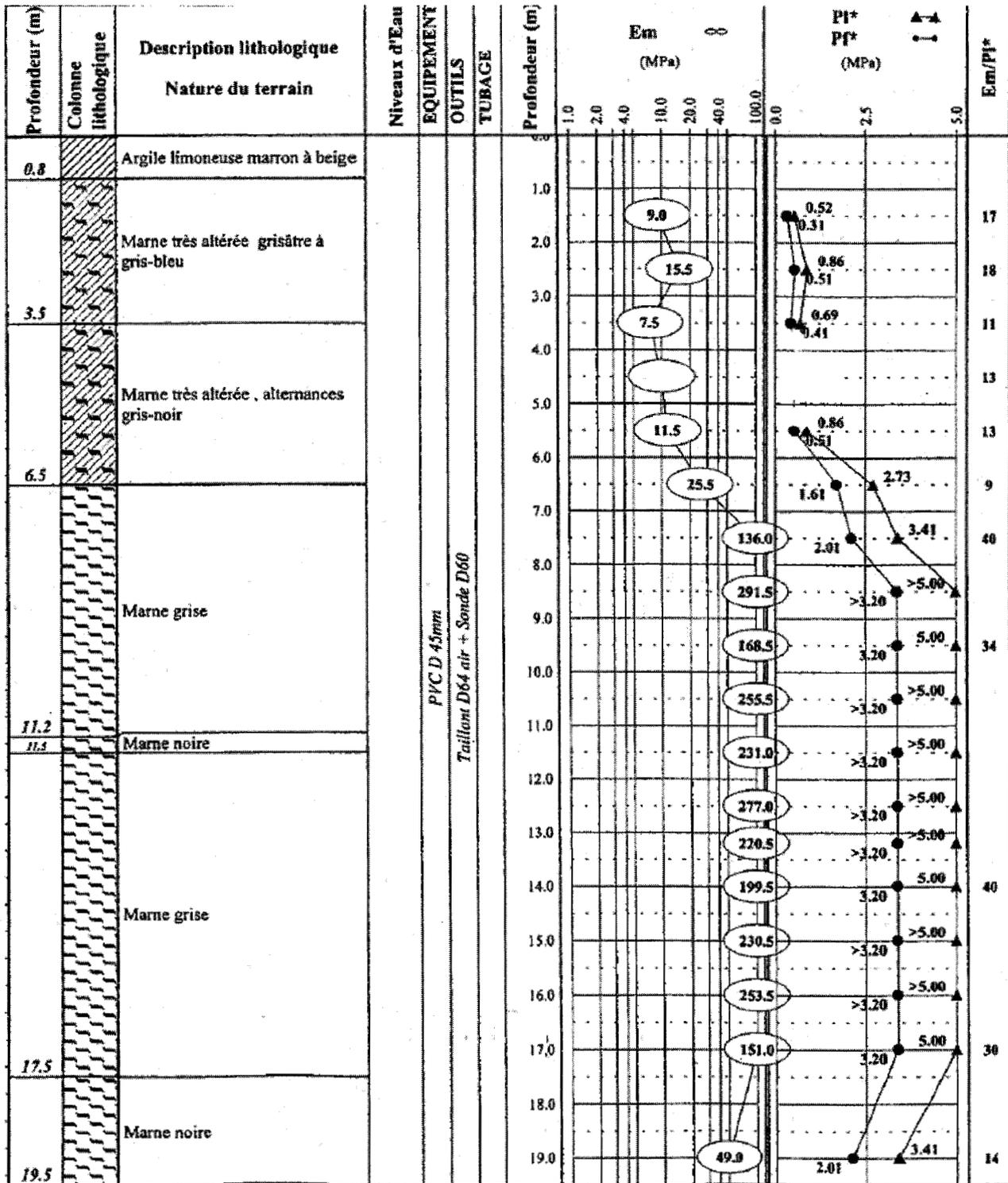


Figure 2 – Résultats du forage pressiométrique

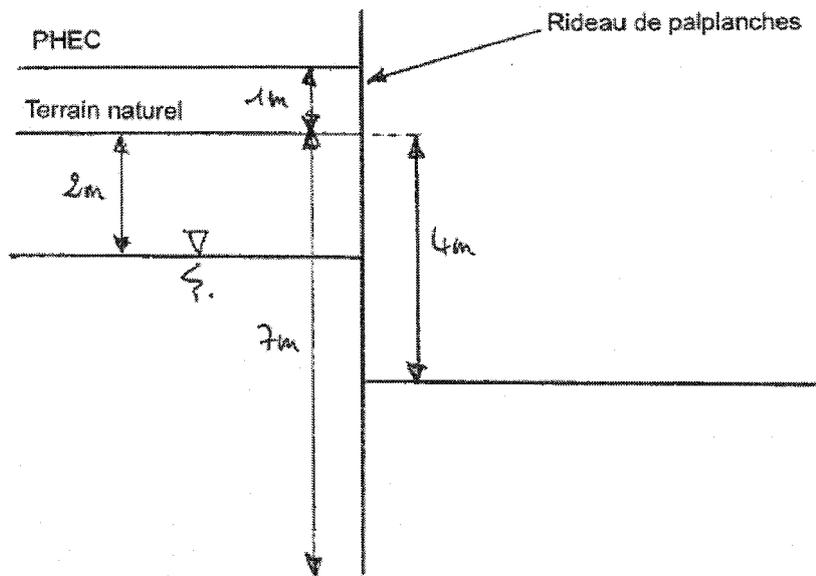


Figure 3 – Projet de batardeau

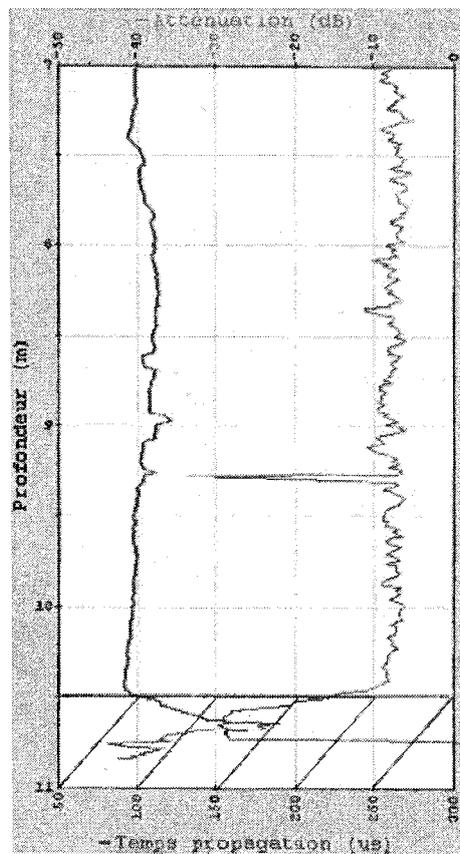


Figure 4 – Résultats de l'auscultation du pieu – Trajet 1-2.

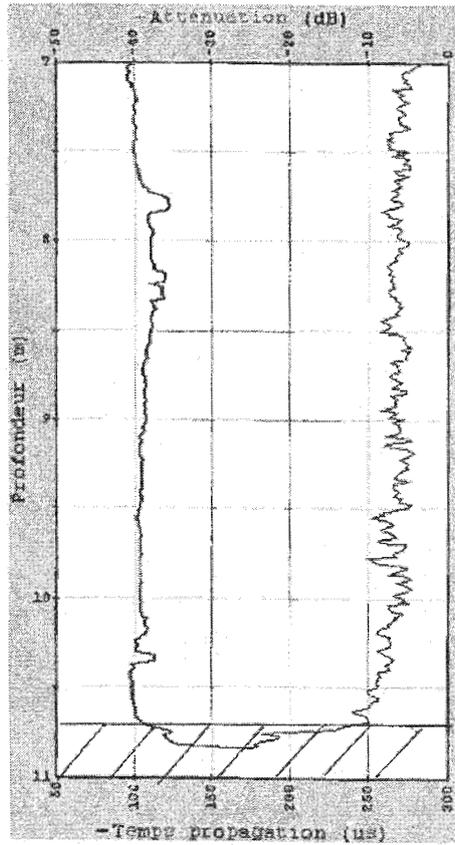


Figure 5 – Résultats de l'auscultation du pieu – Trajet 1-3.

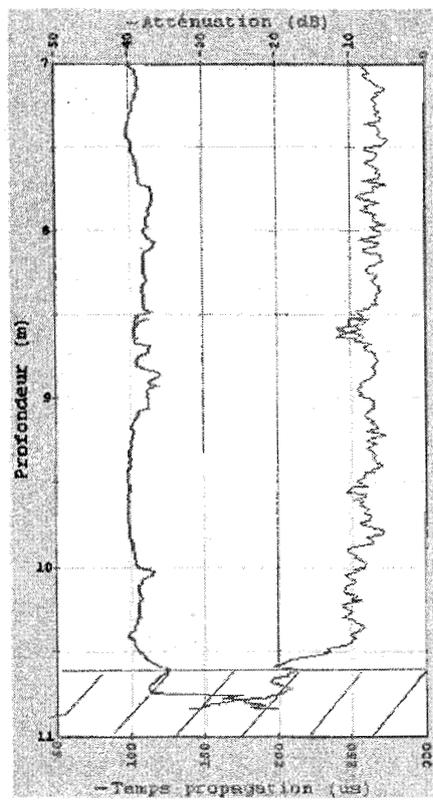


Figure 6 – Résultats de l'auscultation du pieu – Trajet 2-3.

## Evaluation de la pression limite nette équivalente et de la hauteur d'encastrement équivalente

### 1. - GENERALITES

La notion de pression limite équivalente ou de résistance de pointe équivalente a pour objet de caractériser le sol participant à la résistance sous la base d'une fondation par un paramètre de calcul unique, représentatif des caractéristiques moyennes des sols intéressés.

Dans ce but, on est amené à étudier les caractéristiques du sol sur une profondeur allant jusqu'à environ  $1,5 \cdot B$  sous le niveau de fondation,  $B$  désignant la largeur de celle-ci.

En général, le profil de calcul est tiré du ou des essais effectués au droit de la fondation étudiée. Cependant, lorsque l'on dispose de plusieurs sondages qui confirment le caractère homogène des formations rencontrées, un profil unique peut être proposé dans le rapport géotechnique en tenant compte de la dispersion latérale des valeurs mesurées dans chacune des formations réputées homogènes.

Dans la plupart des cas, compte tenu de la largeur  $B$  et de l'encastrement dans le sol  $D$ , généralement très différents entre une fondation superficielle et un élément de fondation profonde, il est nécessaire de distinguer ces deux cas pour la détermination des paramètres équivalents.

#### 1.1. - Fondations superficielles

La profondeur d'étude citée ci-dessus est en général suffisamment importante pour que l'on y rencontre des sols de caractéristiques ou de natures différentes. De plus, dans le cas de grandes fondations, il n'est pas toujours possible d'approfondir le niveau d'assise jusqu'aux couches présentant les meilleures caractéristiques mécaniques.

Pour ces raisons, on peut être amené à tenir compte des points suivants dans la détermination des paramètres caractéristiques équivalents :

- Dans la zone de battement de la nappe et au-dessus, dans la frange de capillarité, la résistance des sols est variable avec l'époque. Si les essais ont été effectués avec une nappe basse, il peut donc être utile d'étudier les valeurs pressiométriques ou pénétrométriques en dessous de cette zone et de les extrapoler vers la surface.
- Il existe généralement dans les sols une couche de 0,30 m, voire 1 m, d'épaisseur dont les caractéristiques dépendent des conditions climatiques (gel, sécheresse, humidité), et éventuellement du niveau de la nappe en cas d'immersion. Lorsque cette tranche de sol est prise en compte dans le calcul de l'encastrement équivalent  $D$ , (Cf. § 4.), il faut choisir des valeurs correspondant à des conditions défavorables, avec des résistances de croûte seulement légèrement supérieures au sol sous-jacent.
- Enfin, il peut arriver que le terrain comporte à moins de  $1,5 \cdot B$  sous la fondation une formation de résistance mécanique très supérieure à celles des sols qui la surmontent. Dans ce cas, on limitera la profondeur d'étude au toit de cette couche pour obtenir les caractéristiques équivalentes des sols supérieurs. Le fonctionnement de la fondation sera ensuite modélisé comme celui d'une couche d'épaisseur limitée reposant sur un substratum résistant.

#### 1.2. - Fondations profondes

Dans ce cas, les phénomènes de battement de nappe et de caractéristiques de surface ont une influence négligeable. Par ailleurs, s'il existe un substratum résistant près de la pointe des pieux, il est toujours possible d'approfondir le niveau de la pointe jusqu'à atteindre celui-ci.

Pour ces raisons, les paramètres équivalents sous la pointe des pieux seront en général calculés dans une formation porteuse homogène.

A titre indicatif, une formation peut être considérée comme homogène si elle est composée d'un sol de nature unique et si les pressions limites maximales mesurées dans cette formation n'excèdent pas deux fois les pressions limites minimales. Dans le cas du pénétromètre, compte tenu de l'irrégularité des diagrammes, aucune règle générale ne peut être donnée pour quantifier le caractère homogène d'une formation, celui-ci doit donner lieu à appréciation.

### 2. - PRESSION LIMITE EQUIVALENTE $p_{ie}^*$

#### 2.1. - Fondations superficielles

##### 2.1.1. - Terrain homogène

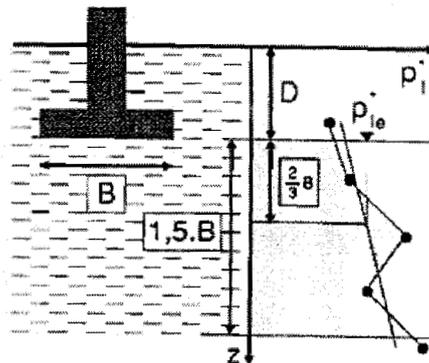
Le terrain est constitué sous la fondation, jusqu'à une profondeur d'au moins  $1,5 \cdot B$ , d'un même sol, ou de sols de même type et de caractéristiques comparables.

Dans ce cas, on établit un profil linéaire schématique, représentatif de la tranche de sol ( $D$ ;  $D + 1,5 \cdot B$ ), de la forme :

$$p_i^*(z) = az + b$$

La pression limite équivalente est prise égale à :

$$p_{ie}^* = p_i^*(z_e) \quad \text{avec} : \quad z_e = D + \frac{2}{3} \cdot B$$



##### 2.1.2. - Terrain non homogène

Le terrain est constitué sous la fondation, jusqu'à une profondeur d'au moins  $1,5 \cdot B$ , de sols de natures différentes et de résistances mécaniques différentes, mais de même ordre de grandeur.

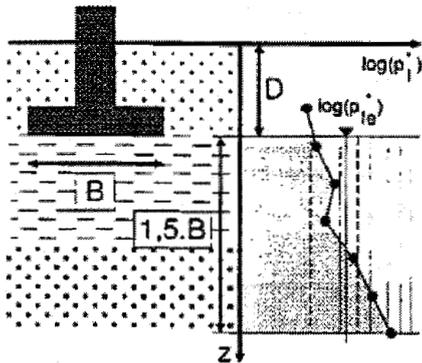
Pour le calcul de  $p_{ie}^*$ , après avoir éventuellement éliminé les valeurs singulières (dues, par exemple, à la présence de blocs ou concrétions), on procède à une moyenne géométrique sur la tranche de sol  $[D; D + 1,5 \cdot B]$  :

$$p_{ie}^* = \sqrt[D]{p_{i1}^* \cdot p_{i2}^* \cdot \dots \cdot p_{in}^*}$$

ce qui est sensiblement équivalent à l'expression plus générale :

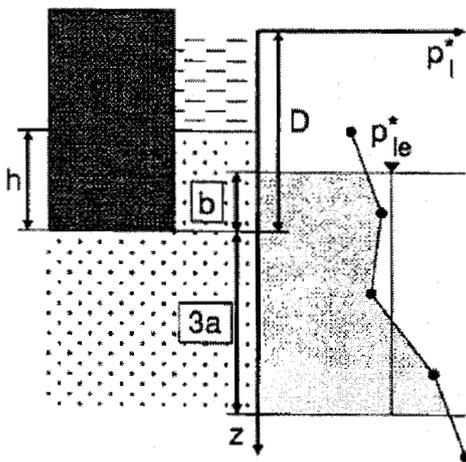
$$\log(p_{ie}^*) = \frac{1}{1,5 \cdot B} \int_D^{D+1,5 \cdot B} \log(p_i^*(z)) \cdot dz$$

$p_i^*(z)$  étant obtenu en joignant par des segments de droite sur une échelle logarithmique les différents  $p_i^*$  mesurés.



## 2.2. - Fondations profondes et semi-profondes

Le présent paragraphe est applicable au cas d'une formation porteuse homogène, telle qu'elle est définie au paragraphe 1.2.



La pression limite nette équivalente  $p_{ie}^*$  est calculée par l'expression :

$$p_{ie}^* = \frac{1}{b + 3a} \int_{D-b}^{D+3a} p_i^*(z) \cdot dz \quad \text{avec : } b = \min\{a, h\}$$

-  $a$  est pris égal à la moitié de la largeur  $B$  de l'élément de fondation si celui-ci est supérieur à 1,00 m et à 0,50 m dans le cas contraire.

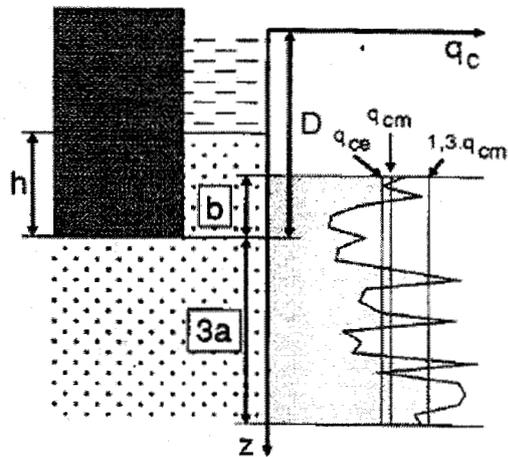
-  $h$  désigne la hauteur de l'élément de fondation contenue dans la formation porteuse.

-  $p_i^*(z)$  est obtenu en joignant par des segments de droite sur une échelle linéaire les différents  $p_i^*$  mesurés.

## 3. - RESISTANCE DE POINTE EQUIVALENTE $q_{ce}$

La notion de résistance de pointe équivalente ne peut être utilisée sans précautions particulières que dans le cas d'une formation porteuse homogène. (Cf. paragraphe 1.2.)

En dehors des particularités énoncées au paragraphe 1., la résistance de pointe équivalente  $q_{ce}$  sera donc obtenue de manière analogue dans le cas des fondations superficielles et dans le cas des fondations profondes.



Elle est calculée par l'expression :

$$q_{ce} = \frac{1}{b + 3a} \int_{D-b}^{D+3a} q_{ce}(z) \cdot dz \quad \text{avec : } b = \min\{a, h\}$$

-  $a$  est pris égal à la moitié de la largeur  $B$  de l'élément de fondation si celui-ci est supérieur à 1,00 m et à 0,50 m dans le cas contraire.

-  $h$  désigne la hauteur de l'élément de fondation contenue dans la formation porteuse.

-  $q_{ce}(z)$  est la résistance de pointe corrigée. Elle est obtenue :

• en calculant la valeur moyenne  $q_{cm}$  de la résistance de pointe lissée (telle qu'elle est définie à l'annexe E.1., § 2.1.3.) sur la hauteur  $b + 3a$  suivant la même formule que ci-dessus,

• en écrétant, s'il y a lieu, le diagramme  $q_c(z)$  à la valeur  $1,3 \cdot q_{cm}$ .

**4. - HAUTEUR D'ENCASTREMENT EQUIVALENTE  $D_e$**

La hauteur d'encastrement  $D_e$ , à ne pas confondre avec la hauteur contenue dans le sol  $D$ , est un paramètre conventionnel de calcul destiné à tenir compte du fait que les caractéristiques mécaniques des sols de couverture sont généralement plus faibles que celles du sol porteur (en général,  $D_e$  elle est inférieure à  $D$ ). Elle est définie conventionnellement à partir de la hauteur  $D$  contenue dans le sol et du type d'essai utilisé.

**4.1. - Définition à partir de l'essai pressiométrique**

$D_e$  est donnée par l'expression :

$$D_e = \frac{1}{p_{ie}} \int_d^D p_i^*(z) \cdot dz$$

- $p_{ie}$  représente la pression limite nette équivalente du sol sous la base de la fondation, calculée suivant les indications du paragraphe 2.

- $p_i^*(z)$  est obtenu en joignant par des segments de droite sur une échelle linéaire les différents  $p_i^*$  mesurés.

- $d$  est généralement pris égal à 0, sauf s'il existe des couches de très mauvaises caractéristiques en surface, dont on ne désire pas tenir compte dans le calcul de l'encastrement.

**4.2. - Définition à partir de l'essai pénétrométrique**

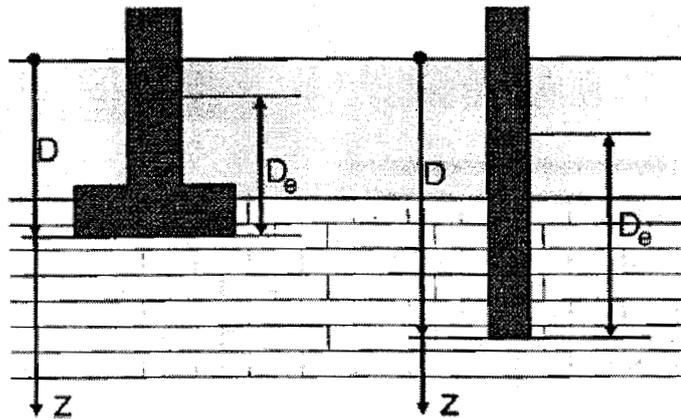
$D_e$  est donnée par l'expression :

$$D_e = \frac{1}{q_{ce}} \int_d^D q_c(z) \cdot dz$$

- $q_{ce}$  représente la résistance de pointe équivalente du sol sous la base de la fondation, calculée suivant les indications du paragraphe 3.

- $q_c(z)$  est la résistance de pointe lissée donnée à la profondeur  $z$  par l'essai pénétrométrique.

- $d$  est généralement pris égal à 0, sauf s'il existe des couches de très mauvaises caractéristiques en surface, dont on ne désire pas tenir compte dans le calcul de l'encastrement.



Catégories conventionnelles de sols

CLASSE DE SOL			PRESSIOMETRE $p_1$ (MPa)	PENETROMETRE $q_c$ (MPa)
ARGILES, LIMONS	A	Argiles et limons mous	< 0,7	< 3,0
	B	Argiles et limons fermes	1,2 - 2,0	3,0 - 6,0
	C	Argiles très fermes à dures	> 2,5	> 6,0
SABLES, GRAVES	A	Lâches	< 0,5	< 5
	B	Moyennement compacts	1,0 - 2,0	8,0 - 15,0
	C	Compacts	> 2,5	> 20,0
CRAIES	A	Molles	< 0,7	< 5
	B	Altérées	1,0 - 2,5	> 5,0
	C	Compactes	> 3,0	-
MARNES MARNO-CALCAIRES	A	Tendres	1,5 - 4,0	-
	B	Compacts	> 4,5	-
ROCHES <sup>(1)</sup>	A	Altérées	2,5 - 4,0	-
	B	Fragmentées	> 4,5	-

Coefficient de portance sous une fondation superficielle

TYPE DE SOL	EXPRESSION DE $k_s$
Argiles et limons A, craies A	$0,8 \cdot \left[ 1 + 0,25 \cdot \left( 0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_f}{B} \right]$
Argiles et limons B	$0,8 \cdot \left[ 1 + 0,35 \cdot \left( 0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_f}{B} \right]$
Argiles C	$0,8 \cdot \left[ 1 + 0,50 \cdot \left( 0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_f}{B} \right]$
Sables A	$\left[ 1 + 0,35 \cdot \left( 0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_f}{B} \right]$
Sables et graves B	$\left[ 1 + 0,50 \cdot \left( 0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_f}{B} \right]$
Sables et graves C	$\left[ 1 + 0,80 \cdot \left( 0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_f}{B} \right]$
Craies B et C	$1,3 \cdot \left[ 1 + 0,27 \cdot \left( 0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_f}{B} \right]$
Marnes, marno-calcaires, roches altérées <sup>(***)</sup>	$\left[ 1 + 0,27 \cdot \left( 0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_f}{B} \right]$

## Evaluation du tassement d'une fondation superficielle

### 1. - DOMAINE D'APPLICATION

Les présentes règles s'appliquent au calcul du tassement d'une fondation superficielle soit à partir des essais de laboratoire soit à partir des essais en place.

Les combinaisons d'actions à considérer sont les combinaisons quasi permanentes, définies à l'article A.5.3.3.

On suppose ici que les charges sont appliquées en totalité à l'instant  $t = 0$ .

Dans beaucoup de cas, pour apprécier l'effet des tassements sur la structure, il y aura lieu de tenir compte des différentes phases de construction. Il est par ailleurs rappelé que le calcul des tassements doit tenir compte des charges éventuelles qui ne seraient pas apportées par la fondation elle-même (remblais, etc.).

### 2. - EVALUATION DU TASSEMENT D'UNE FONDATION SUPERFICIELLE ISOLEE A PARTIR DES ESSAIS DE LABORATOIRE

Par essai de laboratoire on entend les essais réalisés à l'oedomètre dans les conditions rappelées à l'annexe E.1., § 1.3.

#### 2.1. - Définitions

Le tassement final  $s_f$  d'une fondation superficielle isolée comprend trois termes :

- Le tassement immédiat  $s_i$ , dont la nature dépend des conditions de drainage du sol :
  - pour les sols fins, ce tassement est essentiellement provoqué par des déformations du sol à volume constant.
  - pour les sols grenus, facilement drainés, il constitue par contre la majeure partie du tassement final.

Il est à noter que les conséquences sur la structure du tassement immédiat sont généralement faibles pour les phasages courants de construction, lorsque la quasi-totalité des charges est appliquée en phase isostatique.

- Le tassement de consolidation  $s_c$ , négligeable pour les sols grenus, dû aux variations de volume provoquées par le drainage du sol.
- Le tassement de fluage, non pris en compte dans les méthodes de calcul exposées dans la présente annexe, généralement faible pour les sols susceptibles de supporter une fondation superficielle.

#### 2.2. - Evaluation du tassement immédiat $s_i$

Pour une fondation superficielle isolée, posée sur un sol horizontal homogène d'épaisseur infinie et sollicitée par une charge verticale centrée, le tassement  $s_i$  est donné par la formule :

$$s_i = c_f \cdot \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot B \cdot q$$

où :

- $c_f$  est un coefficient dépendant de la forme et de la rigidité de la fondation.

-  $E$  et  $\nu$  représentent respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du sol (Cf § 1.3 de l'annexe E.1.). Pour les sols fins, il convient de retenir, comme il a été dit, les valeurs non drainées  $E_p$  et  $\nu_p$ .

-  $B$  est la largeur de la fondation.

-  $q$  est la contrainte moyenne appliquée au sol par la fondation. Elle est donnée par  $q = Q/A$ ,  $Q$  étant la charge appliquée et  $A$  la surface de la fondation.

En fonction de la nature du sol (sol fin ou sol perméable),  $q$  peut être soit une contrainte totale soit une contrainte effective. Le terme  $F_c$  pris en compte dans les combinaisons d'actions doit être homogène avec ce choix.

Le tableau ci-après donne quelques valeurs de  $c_f$  tirées des tables de Giroud.

L/B	1	2	3	5	10	
Fondation rigide	0,88	1,21	1,43	1,72	2,18	
Fondation souple	bord	0,56	0,76	0,89	1,05	1,27
	centre	1,12	1,53	1,78	2,10	2,58

#### 2.3. - Evaluation du tassement de consolidation $s_c$

Le tassement de consolidation est calculé à partir de la formule de Terzaghi. Le sol est découpé en tranches suffisamment fines (en pratique une épaisseur de l'ordre de  $B/2$  peut être adoptée) pour que l'on puisse considérer que la contrainte effective verticale  $\sigma'_v(z)$  calculée dans l'axe de la fondation varie linéairement avec  $z$  dans chaque tranche.

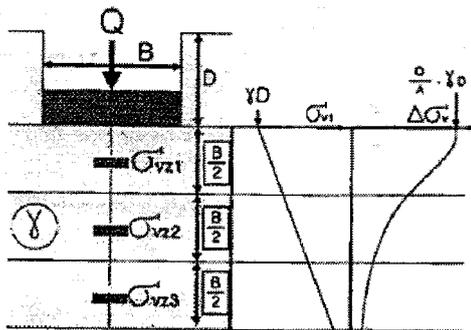
$\sigma'_v(z)$  représente la contrainte effective à la profondeur  $z$  dans la situation et au moment où le tassement est calculé (généralement pour  $t = \infty$ ).

Le tassement d'une tranche  $j$  de hauteur  $\Delta z$  est donné par :

$$s_j = \Delta z \frac{C_c}{1 + e_0} \lg \left( \frac{\sigma'_{v_0}}{\sigma'_p} \right) \quad (\sigma'_{v_0} \geq \sigma'_p)$$

expression dans laquelle :

- $C_c$  est l'indice de compression,
- $e_0$  est l'indice des vides initial,
- $\sigma'_p$  est la pression de consolidation,
- $\sigma'_{v_0}$  désigne la valeur de  $\sigma'_v(z)$  au milieu de la tranche considérée,
- $\lg$  représente les logarithmes décimaux.



Si le sol est constitué de plusieurs couches de sols différents, le calcul se fait pour chaque couche avec les paramètres oedométriques mesurés pour ladite couche soit  $C_c$ ,  $e_0$  et  $\sigma'_p$ .

Le calcul de  $\sigma'_{v1}(z)$  est effectué en décomposant cette contrainte en deux termes :

$$\sigma'_{v1}(z) = \sigma'_{v1}(z) + \Delta\sigma'_{v1}(z)$$

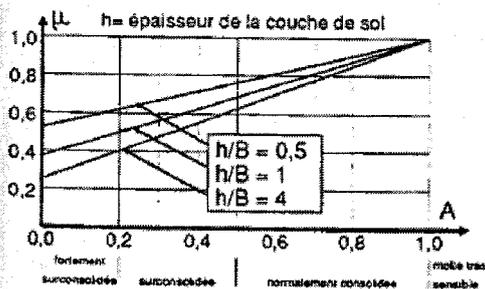
$\sigma'_{v1}(z)$  représente la contrainte (constante dans un plan horizontal) existant dans le sol lorsque l'on suppose celui-ci uniformément chargé au niveau de la fondation par une pression égale à  $q'_0$  (Cf. article B.3.1.1. pour la définition de  $q'_0$ ).

$\Delta\sigma'_{v1}(z)$  représente la contrainte engendrée dans le sol supposé non pesant par une pression uniforme égale à  $q - q'_0$  s'exerçant sur la surface de la fondation.  $\Delta\sigma'_{v1}(z)$  est calculé par la méthode de Boussinesq.

Le tassement de consolidation  $s_c$  est égal à :

$$s_c = \sum \mu_j \cdot s_j$$

$\mu_j$  représente, pour chaque couche de nature différente, un coefficient correcteur proposé par Bjerrum et Skempton. Dans le cas des argiles, la valeur de  $\mu$  est donnée par le graphique ci-après (l'axe des abscisses représente le paramètre  $A$  de pression interstitielle mesuré au triaxial). Il est à noter que le cas des argiles molles très sensibles ( $\mu > 1$ ) est normalement exclu pour des fondations superficielles.



### 3. - EVALUATION DU TASSEMENT D'UNE FONDATION SUPERFICIELLE ISOLEE A PARTIR DES ESSAIS EN PLACE

Par essais en place, on se limite ici au seul essai pressiométrique Ménard, réalisé dans les conditions rappelées à l'annexe E.1., § 2.2.1.

### 3.1. - Cas du sol homogène

Dans le cas d'un sol homogène, le tassement final se calcule par la formule suivante :

$$s_f = s_c + s_d$$

$$\text{avec : } \begin{cases} s_c = \frac{\alpha}{9 \cdot E_M} (q - \sigma'_{v0}) \cdot \lambda_c \cdot B \\ s_d = \frac{2}{9 \cdot E_M} (q - \sigma'_{v0}) \cdot B_0 \cdot \left( \lambda_d \cdot \frac{B}{B_0} \right)^n \end{cases}$$

- $s_f$  : tassement final,
- $s_c$  : tassement sphérique,
- $s_d$  : tassement déviatorique,
- $E_M$  : module pressiométrique,
- $q$  : contrainte effective moyenne appliquée au sol par la fondation (Cf. § 2.),
- $\sigma'_{v0}$  : contrainte verticale effective calculée dans la configuration avant travaux au niveau de fondation,
- $B_0$  : largeur de référence égale à 0,60 m,
- $B$  : largeur de la fondation,
- $\alpha$  : coefficient rhéologique dépendant de la nature du sol (Cf. annexe C.5., article 3.1.),
- $\lambda_c$  : coefficients de forme, fonction du rapport L/B,
- $\lambda_d$  : coefficients de forme, fonction du rapport L/B.

Certaines valeurs de  $\lambda_c$  et  $\lambda_d$  sont données par le tableau suivant :

L/B	cercle	carré	2	3	5	20
$\lambda_c$	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
$\lambda_d$	1,00	1,12	1,53	1,78	2,14	2,65

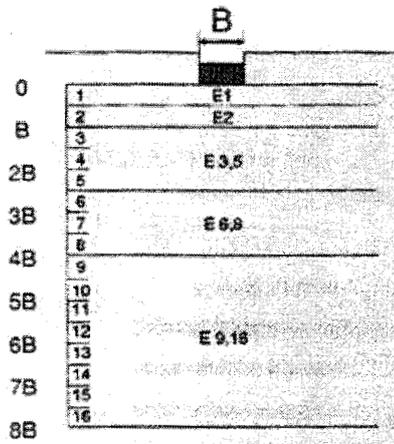
### 3.2. - Cas des sols hétérogènes

On entend ici par sols hétérogènes le cas de sols restant de même nature mais dont les caractéristiques varient de façon sensible. Dans certains cas spécifiques tels que, par exemple, celui d'une couche peu consistante intercalaire, des corrections, non développées dans la présente annexe, doivent être apportées à la méthode.

Dans ce cas le module  $E_M$  varie avec la profondeur, et le calcul des termes  $s_c$  et  $s_d$  nécessite l'emploi de modules pressiométriques équivalents  $E_c$  et  $E_d$  correspondant respectivement aux zones d'influence sphérique et déviatorique.

On peut considérer que les déformations volumétriques sont prépondérantes juste sous la fondation jusqu'à environ  $B/2$ , alors que les déformations déviatoriques se manifestent jusqu'à une profondeur importante, de l'ordre de  $8 \cdot B$ .

Le calcul du tassement nécessite de diviser en tranches fictives le sol sous la fondation, chaque tranche ayant une épaisseur de  $B/2$ .



Les modules équivalents  $E_r$  et  $E_d$  sont donnés par les formules suivantes :

$$E_r = E_i$$

$E_r$  est égal à la valeur  $E_i$  mesurée dans la tranche d'épaisseur  $B/2$  située immédiatement sous la fondation.

$E_d$  est donné par la formule suivante :

$$\frac{4,0}{E_d} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{0,85 \cdot E_2} + \frac{1}{E_{3,5}} + \frac{1}{2,5 \cdot E_{6,8}} + \frac{1}{2,5 \cdot E_{9,16}}$$

où  $E_{i,j}$  est la moyenne harmonique des modules mesurés dans les tranches  $i$  à  $j$ .

On aura ainsi, par exemple, pour les couches 3, 4, 5 :

$$\frac{3,0}{E_{3,5}} = \frac{1}{E_3} + \frac{1}{E_4} + \frac{1}{E_5}$$

Si les valeurs  $E_9$  à  $E_{16}$  ne sont pas connues, mais considérées supérieures aux valeurs sus-jacentes,  $E_d$  se calcule comme suit :

$$\frac{3,6}{E_d} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{0,85 \cdot E_2} + \frac{1}{E_{3,5}} + \frac{1}{2,5 \cdot E_{6,8}}$$

de la même façon, si les modules  $E_4$  à  $E_8$  ne sont pas connus  $E_d$  est donné par :

$$\frac{3,2}{E_d} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{0,85 \cdot E_2} + \frac{1}{E_{3,5}}$$

## Extrait du fascicule 62 titre V pour le calcul des fondations superficielles

### ARTICLE 2. - CHARGES LIMITES D'UN ELEMENT DE FONDATION

L'expression des charges limites en compression  $Q_c$  et en traction  $Q_{tc}$  d'un élément de fondation profonde est la suivante :

- $Q_c = Q_{pu} + Q_{su}$
- $Q_{tc} = Q_{su}$

$Q_{pu}$  et  $Q_{su}$  représentent respectivement l'effort limite mobilisable sous la pointe de l'élément de fondation et l'effort limite mobilisable par frottement latéral sur la hauteur concernée (\*) du fût de celui-ci. Les conditions dans lesquelles ces termes sont calculés sont précisées dans les articles 4. et 5. ci-après.

### ARTICLE 3. - CHARGES DE FLUAGE D'UN ELEMENT DE FONDATION

Les charges de fluage en compression  $Q_c$  et en traction  $Q_{tc}$  d'un élément de fondation profonde sont évaluées à partir de  $Q_{pu}$  et de  $Q_{su}$  par les relations suivantes :

- pour les éléments de fondation mis en oeuvre sans refoulement du sol (\*) :
  - $Q_c = 0,5 \cdot Q_{pu} + 0,7 \cdot Q_{su}$
  - $Q_{tc} = 0,7 \cdot Q_{su}$
- pour les éléments de fondation mis en oeuvre avec refoulement du sol (\*\*):
  - $Q_c = 0,7 \cdot Q_{pu} + 0,7 \cdot Q_{su} = 0,7 \cdot Q_u$
  - $Q_{tc} = 0,7 \cdot Q_{su}$

### ARTICLE 4. - CALCUL DE L'EFFORT LIMITE MOBILISABLE SOUS LA POINTE

L'effort limite mobilisable dû au terme de pointe d'un élément de fondation est calculé par la relation suivante :

$$Q_{pu} = A \cdot q_u$$

Où  $A$  représente la section de la pointe et  $q_u$  la contrainte de rupture relative au terme de pointe, calculée suivant les indications des annexes C.3. ou C.4., suivant le type d'essai utilisé.

### ARTICLE 5. - CALCUL DE L'EFFORT LIMITE MOBILISABLE PAR FROTTEMENT LATERAL

L'effort limite mobilisable par frottement latéral sur la hauteur concernée du fût (\*) de l'élément de fondation est calculée par l'expression suivante :

$$Q_{su} = P \cdot \int_0^h q_s(z) \cdot dz$$

Dans cette expression  $P$  désigne le périmètre de l'élément de fondation et  $q_s(z)$  le frottement latéral unitaire limite à la cote  $z$ , calculé suivant les indications des annexes C.3. ou C.4., suivant le type d'essai utilisé.

Valeur du coefficient de portance en pointe de pieu.

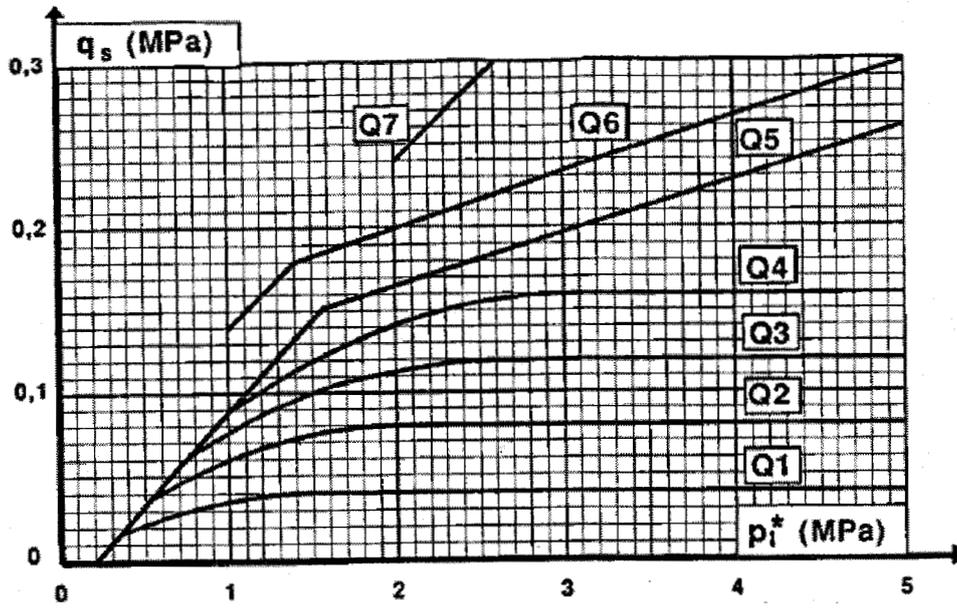
NATURE DES TERRAINS		ELEMENTS MIS EN OEUVRE SANS REFOULEMENT DU SOL	ELEMENTS MIS EN OEUVRE AVEC REFOULEMENT DU SOL
ARGILES - LIMONS	A	1,1	1,4
	B	1,2	1,5
	C	1,3	1,6
SABLES - GRAVES	A	1,0	4,2
	B	1,1	3,7
	C	1,2 (***)	3,2
CRAIES	A	1,1	1,6
	B	1,4	2,2
	C	1,8	2,6
MARNES, MARNO-CALCAIRES		1,8	2,6
ROCHES ALTEREES <sup>(1)</sup> (***)		1,1 à 1,8	1,8 à 3,2

Choix de l'abaque de frottement latéral unitaire limite

	ARGILES LIMONS			SABLES GRAVES			CRAIES			MARNES		ROCHES
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	
Foré simple	Q <sub>1</sub>	Q <sub>1</sub> , Q <sub>2</sub> <sup>(1)</sup>	Q <sub>2</sub> , Q <sub>3</sub> <sup>(1)</sup>	-			Q <sub>1</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub> , Q <sub>5</sub> <sup>(1)</sup>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub> , Q <sub>5</sub> <sup>(1)</sup>	Q <sub>5</sub>
Foré boue	Q <sub>1</sub>	Q <sub>1</sub> , Q <sub>2</sub> <sup>(1)</sup>		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub> , Q <sub>1</sub> <sup>(2)</sup>	Q <sub>3</sub> , Q <sub>2</sub> <sup>(2)</sup>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub> , Q <sub>5</sub> <sup>(1)</sup>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub> , Q <sub>5</sub> <sup>(1)</sup>	Q <sub>4</sub>
Foré tubé (tube récupéré)	Q <sub>1</sub>	Q <sub>1</sub> , Q <sub>2</sub> <sup>(3)</sup>		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub> , Q <sub>1</sub> <sup>(2)</sup>	Q <sub>3</sub> , Q <sub>2</sub> <sup>(2)</sup>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub> , Q <sub>4</sub> <sup>(3)</sup>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	-
Foré tubé (tube perdu)	Q <sub>1</sub>			Q <sub>1</sub>		Q <sub>2</sub>	<sup>(4)</sup>			Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	-
Puits <sup>(5)</sup>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	-			Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>	Q <sub>5</sub>
Métal battu fermé	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>		Q <sub>2</sub>		Q <sub>3</sub>	<sup>(4)</sup>			Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>4</sub>
Battu préfabriqué béton	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>		Q <sub>3</sub>			<sup>(4)</sup>			Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>4</sub>
Battu moulé	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>		Q <sub>2</sub>		Q <sub>3</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	-
Battu enrobé	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>		Q <sub>3</sub>		Q <sub>4</sub>	<sup>(4)</sup>			Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	-
Injecté basse pression	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>		Q <sub>3</sub>			Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>		-
Injecté haute pression <sup>(6)</sup>	-	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>	Q <sub>6</sub>		Q <sub>6</sub>	-	Q <sub>5</sub>	Q <sub>6</sub>	Q <sub>6</sub>		Q <sub>7</sub> <sup>(7)</sup>

- (1) Réalésage et rainurage en fin de forage.
- (2) Pieux de grande longueur (supérieure à 30 m).
- (3) Forage à sec, tube non louvoyé.
- (4) Dans le cas des craies le frottement latéral peut être très faible pour certains types de pieux. Il convient d'effectuer une étude spécifique dans chaque cas.
- (5) Sans tubage ni virole forcés perdus (parois rugueuses).
- (6) Injection sélective et répétitive à faible débit.
- (7) (6) et traitement préalable des massifs fissurés ou fracturés avec obturation des cavités (\*\*\*)

Courbe de frottement latéral unitaire limite le long du fût du pieu



## FORMULAIRE

### Coefficient de forme d'une cavité (essai type Lefranc)

Valeur de $c = L/B$	Expression de $m$
$c > 10$	$m = \frac{2\pi c}{\ln(2c)}$
$1,2 \leq c \leq 10$	$m = \frac{2\pi c}{\ln\left[c + (c^2 + 1)^{0,5}\right]}$
$0,7 \leq c \leq 1,2$	$m = 2\pi(c + 0,25)^{0,5}$
$0,3 \leq c \leq 0,7$	$m = \pi(2c + 0,5)^{0,5}$
$c < 0,3$	$m = \frac{\pi(1 - 4c^2)^{0,5}}{2 \operatorname{arctan}\left[-2c + (4c^2 + 1)^{0,5}\right]}$
$c = 0$	2

L et B désignent respectivement la longueur et le diamètre de la cavité d'essai.

### Capacité portante d'une fondation superficielle

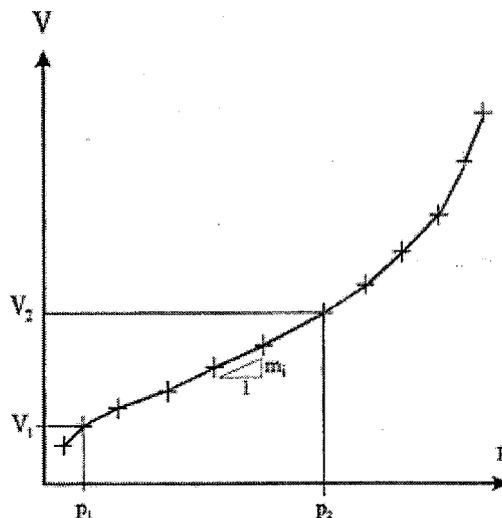
$$q_{\max} = c' N_c s_c i_c b_c + q' N_q s_q i_q b_q + 0,5 \gamma' B' N_\gamma s_\gamma i_\gamma b_\gamma$$

Les différentes notations et relations permettant de déterminer les termes de cette relation sont présentées en page suivante.

### Relation de détermination du module pressiométrique (norme NF P 94-110-1)

$$E_M = 2(1 + \nu) \left( V_s + \frac{V_1 + V_2}{2} \right) \frac{(p_2 - p_1)}{(V_2 - V_1)}$$

avec  $\nu = 0,33$ ,  $V_s$  volume initial de la cellule centrale de mesure et  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $V_1$  et  $V_2$  présentés sur la courbe pressiométrique corrigée ci-après (figure tirée de la norme NF P 94-110-1).



	Terme de surface ou gravité $N_\gamma$		Terme de profondeur $N_q$		Terme de cohésion $N_c$	
	$N_\gamma = 2(N_q - 1)\tan\varphi$		$N_q = \exp(\pi \tan\varphi) \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$		$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$	
Valeurs de $N_\gamma, N_q, N_c$	$\varphi$ (deg)	$N_\gamma$	$\varphi$ (deg)	$N_q$	$\varphi$ (deg)	$N_c$
	0	0	0	1	0	5,1
	5	0,11	5	1,6	5	6,5
	10	0,50	10	2,5	10	8,3
	15	1,60	15	3,9	15	11,0
	20	4,60	20	6,4	20	14,8
	25	9	25	10,7	25	20,7
	30	20	30	18,4	30	30,1
	35	45	35	33,3	35	46,1
	40	106	40	64,2	40	75,3
45	268	45	134,9	45	133,9	
Forme <sup>(1)</sup> $c', \varphi'$	$s_\gamma = 1 - 0,3 \frac{B'}{L'}$		$s_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin\varphi'$		$s_c = \frac{s_q N_q - 1}{N_q - 1}$	
Profondeur	(pas de formule)		(pas de formule)		(pas de formule)	
Inclinaison de la charge <sup>(2)</sup>	$i_\gamma = \left[1 - \frac{H}{V + A'c' \cot\varphi'}\right]^{m+1}$		$i_q = \left[1 - \frac{H}{V + A'c' \cot\varphi'}\right]^m$		$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_c} \tan\varphi'$	
Inclinaison de la semelle	$b_\gamma = (1 - \alpha \tan\varphi)^2$		$b_q = (1 - \alpha \tan\varphi)^2$		$b_c = b_q - \frac{1 - b_q}{N_c} \tan\varphi$	
Talus	(pas de formule)		(pas de formule)		(pas de formule)	
Excentrement	Réduction de B de $2e_B$ Réduction de L de $2e_L$		Réduction de B de $2e_B$ Réduction de L de $2e_L$		Réduction de B de $2e_B$ Réduction de L de $2e_L$	
<b>Notes</b>						
(1) Les formules sont données pour une semelle rectangulaire de côtés $L > B$ . Pour un carré ou un cercle, on fait $L=B$ dans les formules.						
(2) La valeur du paramètre $m$ dépend du sens de l'inclinaison de la charge. Il vaut :						
$m = m_B = 2 + \frac{B'/L'}{1 + B'/L'} \text{ lorsque } H \text{ est dirigée dans la direction de } B,$						
$m = m_L = 2 + \frac{L'/B'}{1 + L'/B'} \text{ lorsque } H \text{ est dirigée dans la direction de } L.$						
Lorsque la force est dirigée dans une direction quelconque $\theta$ , le paramètre $m$ vaut :						
$m = m_\theta = m_L \cos^2 \theta + m_B \sin^2 \theta$						
(3) $L'$ et $B'$ sont les longueur et largeur réduites pour tenir compte de l'excentrement de la charge :						
$L' = L - 2e_L,$						
$B' = B - 2e_B.$						

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

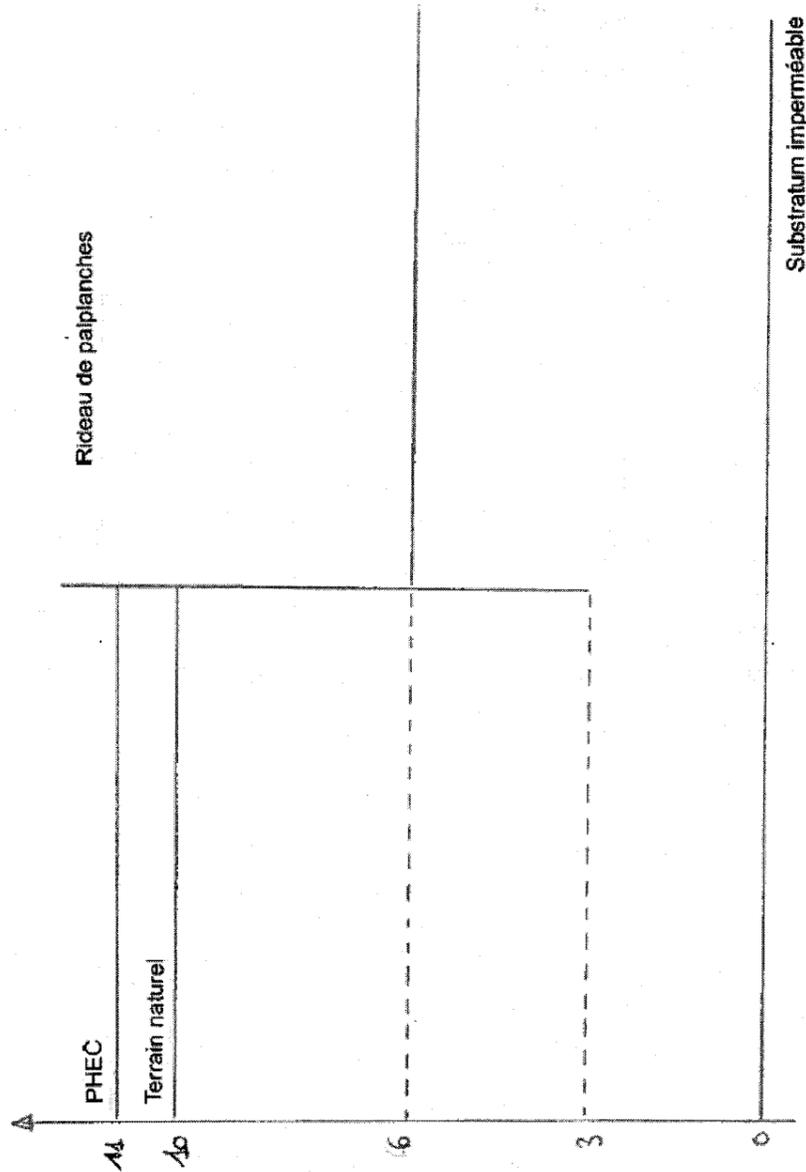
*(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)*

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

*(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)*

EAE GCI 2

ANNEXE



## Qualité des ambiances

### Partie « Acoustique »

#### *Acoustique du bâtiment et environnementale*

#### Réflexion et transmission acoustique par des parois

Dans l'ensemble de ce problème, on choisira la convention temporelle en  $\exp(+j\omega t)$  et on considérera une propagation unidimensionnelle suivant l'axe  $x$ .

#### Partie n°1 : Rappels sur la notion d'onde plane

- (a) Soit une onde plane harmonique élémentaire (onde de pression) de pulsation  $\omega$ , de nombre d'onde  $k$ , d'amplitude  $A$  se propageant dans une direction  $x$  à la célérité du son dans l'air  $c$ , dans un milieu infini de masse volumique  $\rho$ . **Donner** l'expression de la pression  $p$  en notation complexe.
- (b) En utilisant l'équation d'Euler  $-\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial x}$ , **donner** l'expression de la vitesse acoustique  $v$ .
- (c) **En déduire** que l'impédance acoustique spécifique  $Z$  d'une onde plane (rapport de la pression acoustique sur la vitesse acoustique) vaut  $Z = \rho c$ .
- (d) Sachant que l'intensité acoustique d'une onde plane harmonique est définie par  $I = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[p \times v^*]$ ,  $\operatorname{Re}[\cdot]$  désignant la partie réelle et  $*$  le conjugué d'un nombre complexe, **exprimer** l'intensité acoustique en fonction de l'impédance spécifique  $Z$  et de l'amplitude de la pression  $A$ .

#### Partie n°2 : Réflexion et transmission à l'interface de deux milieux (figure A1)

- (e) Soit une onde plane élémentaire se propageant perpendiculairement à la surface  $S$  (immobile, en  $x=0$ ) séparant deux milieux de propagation semi-infinis (notés 1 et 2), d'impédances acoustiques spécifiques respectives  $Z_1 = \rho_1 c_1$  et  $Z_2 = \rho_2 c_2$ . **Donner** les expressions des pressions et des vitesses incidentes, réfléchies et transmises à l'interface.

Notations :

1. la pression incidente (d'amplitude  $A_i$ ) sera notée  $p_i$  ( $p$  indice  $i$ ) ;
2. la pression réfléchie (d'amplitude  $A_r$ ), sera notée  $p_r$  ( $p$  indice  $r$ ) ;
3. la pression transmise (d'amplitude  $A_t$ ) sera notée  $p_t$  ( $p$  indice  $t$ ) ;
4. la vitesse incidente sera notée  $v_i$  ( $v$  indice  $i$ ) ;
5. la vitesse réfléchie, sera notée  $v_r$  ( $v$  indice  $r$ ) ;
6. la vitesse transmise sera notée  $v_t$  ( $v$  indice  $t$ ) ;
7. le nombre d'onde dans le milieu 1, sera notée  $k_1$  ( $k$  indice 1) ;
8. le nombre d'onde dans le milieu 2, sera notée  $k_2$  ( $k$  indice 2) ;

- (f) **En écrivant les équations de continuité** de la pression et de la vitesse acoustique à l'interface  $S$  (en  $x=0$ ), **exprimer** les amplitudes  $A_r$  et  $A_t$  en fonction de  $A_i$ .
- (g) **Montrer** que les coefficients (en amplitude de pression) de transmission  $T_p = A_t/A_i$  et de réflexion  $R_p = A_r/A_i$ , à l'interface, s'écrivent :

$$T_p = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{A}) \quad \text{et} \quad R_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{B})$$

- (h) En utilisant la réponse à la question (d), **exprimer** les coefficients (en énergie) de transmission  $T_E = I_t/I_i$  et de réflexion  $R_E = -I_r/I_i$  à l'interface, en fonction des impédances spécifiques  $Z_1$  et  $Z_2$ .
- (i) Application : **évaluer** les coefficients de transmission et de réflexion, en pression et en énergie, lorsque  $Z_1 \gg Z_2$  et  $Z_1 \ll Z_2$ . **Commenter** les résultats.

**Partie n°3 : Propagation à travers une surface rigide** (figure A2)

On s'intéresse maintenant à la transmission acoustique à travers une surface  $S$  infiniment rigide (sans compression), de masse surfacique  $\mu$ , à l'interface entre deux milieux semi-infinis (notés 1 et 2) de même nature ( $Z_1=Z_2=Z$ ). La position de la surface  $S$  au cours du temps  $t$  est notée  $x(t)$ . Dans ce cas simple, les équations de continuité de la vitesse acoustique et de la pression acoustique s'expriment respectivement :

$$v_i + v_r = v_t = \dot{x} \quad (\text{C}) \quad \text{et} \quad p_i + p_r - p_t = \mu \ddot{x} \quad (\text{D})$$

- (j) **Établir** la relation simple entre  $\dot{x}$  et  $p_t$ . **En déduire** la relation entre  $\ddot{x}$  et  $p_t$  pour une onde harmonique. **Résoudre** le système d'équations (C) et (D) et **en déduire** l'expression de la pression transmise en fonction de la pression incidente.
- (k) **En déduire** les coefficients de transmission en amplitude de pression  $T_p = A_t/A_i$  et en énergie  $T_E = I_t/I_i$ .
- (l) En considérant l'approximation  $\mu\omega \gg 2Z$ , **simplifier** l'expression du coefficient de transmission en énergie et **représenter** l'allure de ce coefficient en décibels (dB) en fonction de la pulsation  $\omega$ . **Discuter** les performances de la surface rigide (qui peut être assimilée à un mur par exemple) en fonction de la fréquence. De la même façon, discuter les performances de la surface rigide en fonction de la masse surfacique  $\mu$ .
- (m) Applications numériques :  $\rho=1.204 \text{ kg/m}^3$  et  $c=343.4 \text{ m/s}$  (à  $20^\circ\text{C}$ ). **Calculer** la valeur du coefficient de transmission en énergie (en dB) à 100 Hz et 1000 Hz, pour un mur en béton de masse surfacique  $200 \text{ kg/m}^2$ .

**Partie n°4 : Propagation à travers un double vitrage** (figure A3)

On s'intéresse enfin à la transmission acoustique d'une onde plane harmonique à travers un double vitrage, modélisé par deux surfaces en verre  $S_0$  et  $S_L$ , de masse surfacique  $\mu$ , distantes d'une longueur  $L$ . L'espace entre les deux surfaces est rempli par un gaz d'impédance  $Z_L = \rho_L c_L$ . Le milieu semi-infini, de part et d'autre des surfaces en verre, est défini par une impédance  $Z = \rho c$  (air). On note  $x_0(t)$  le déplacement de la surface en  $S_0$  et  $x_L(t)$  le déplacement de la surface  $S_L$ . Le nombre d'onde est noté  $k_L$  entre les deux surfaces et  $k$  de part et d'autre.

- (n) En s'inspirant de la relation (C) donnée plus haut et des résultats de la question (j), **montrer** que les équations de continuité sur les surfaces  $S_0$  et  $S_L$  s'écrivent :

$$\begin{cases} p_i - p_r = j\omega Z x_0 \\ p_1 - p_2 = j\omega Z_L x_0 \\ p_t = j\omega Z x_L \\ p_1 \exp(-jk_L L) - p_2 \exp(+jk_L L) = j\omega Z_L x_L \end{cases} \quad (E)$$

- (o) En s'inspirant de la relation (D) donnée plus haut, **montrer** que les équations de continuité pour la pression sur les surfaces  $S_0$  et  $S_L$  s'écrivent :

$$\begin{cases} p_i + p_r - p_1 - p_2 = -\mu\omega^2 x_0 \\ p_1 \exp(-jk_L L) + p_2 \exp(+jk_L L) - p_t = -\mu\omega^2 x_L \end{cases} \quad (F)$$

On montre que le coefficient de transmission en amplitude de pression  $T_p = A_t/A_i$  s'exprime par (il n'est pas demandé au candidat de retrouver cette expression) :

$$T_p = \frac{Z Z_L}{(Z + j\mu\omega)Z_L \cos(k_L L) + j \sin(k_L L) \times [(Z_L^2 + Z^2 - \mu^2\omega^2)/2 + j\mu\omega Z]} \quad (G)$$

et que par ailleurs, le coefficient de transmission en énergie  $T_E = I_t/I_i$  s'exprime par (il n'est pas demandé au candidat de retrouver cette expression) :

$$T_E = |T_p|^2 \quad (H)$$

- (p) Applications à des cas particuliers :

1. L'espace entre les deux surfaces tend vers 0 (simple vitrage,  $L \rightarrow 0$ ) ; **en déduire** la nouvelle expression du coefficient de transmission en énergie. **Comparer** avec l'expression obtenue à la question (k) et **discuter**.
2. L'espace entre les deux surfaces contient le même gaz qu'à l'extérieur (double vitrage avec de l'air,  $Z=Z_L$ ) ; **en déduire** la nouvelle expression du coefficient de transmission en énergie.
3. Applications numériques : **calculer** les coefficients de transmission en énergie pour les deux cas précédents, à 100 Hz et 1000 Hz.  $L=1$  cm,  $\mu=2$  kg/m<sup>2</sup>,  $\rho=1.204$  kg/m<sup>3</sup> ;  $c=343.4$  m/s (à 20°C). **Comparer** et **discuter** les résultats.

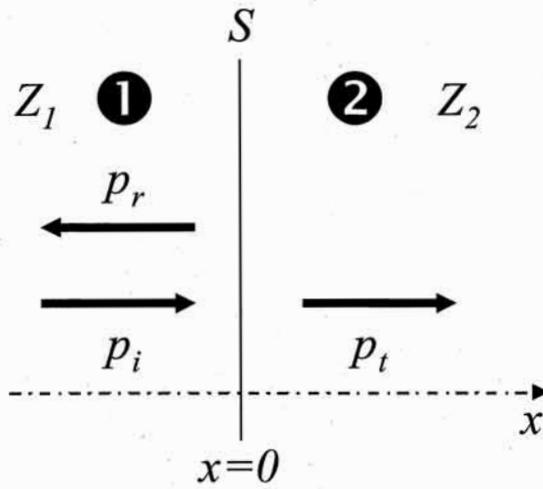


Figure A1. Réflexion et transmission acoustique à l'interface de deux milieux

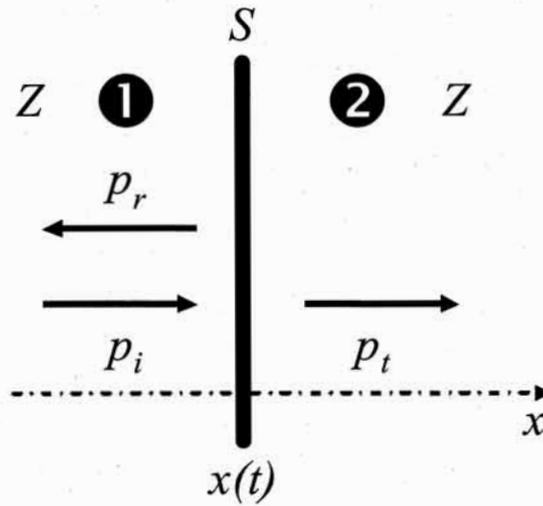


Figure A2. Réflexion et transmission acoustique sur une surface rigide

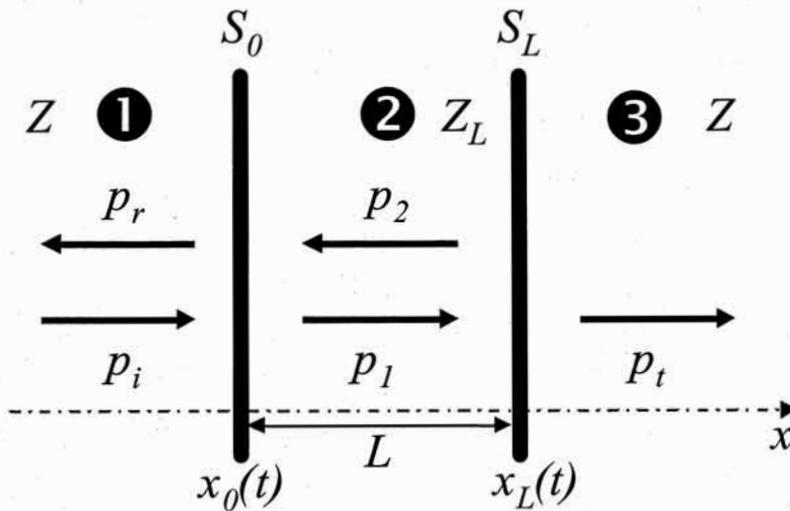


Figure A3. Réflexion et transmission acoustique à travers un double vitrage

## Qualité des ambiances

### Partie « Thermique »

Une paroi, utilisée pour absorber de la chaleur et stocker de l'énergie solaire, est constituée d'un matériau à changement de phase (MCP) d'épaisseur  $e$  contenu dans une enveloppe métallique séparant le MCP des ambiances intérieures et extérieures.

Le MCP est une paraffine qui change de phase, solide vers liquide ou liquide vers solide, à la température  $T_f$  en absorbant ou cédant une quantité de chaleur  $L$ . En effet, lorsque la température du matériau est inférieure à  $T_f$ , le MCP est solide et, lorsque la température du matériau est supérieure à  $T_f$ , le MCP est liquide. Dans le MCP, les phases solide et liquide sont séparées par une interface supposée verticale (figure T1). Un mouvement dans la phase liquide induit un échange convectif entre, d'un côté, l'enveloppe métallique et le liquide et, de l'autre côté, entre les phases solide et liquide. Cet échange convectif est caractérisé par un coefficient  $h_m$ ; on supposera de plus que la phase liquide est à température homogène  $T_m$ .

La surface extérieure de la paroi est soumise à un flux solaire  $E$ . Les propriétés radiatives d'absorption de la paroi en courte et grande longueur d'onde sont données ci-après. L'environnement sera supposé se comporter comme un corps noir à la température intérieure et extérieure  $T_{int}$  et  $T_{ext}$ .

#### Hypothèses:

- Régime permanent,
- Transferts de chaleur par conduction unidirectionnels
- Résistance thermique et capacité calorifique de l'enveloppe négligeables
- L'environnement se comporte comme un corps noir

#### Données du problème:

- Température de changement de phase du MCP:  $T_f = 30^\circ\text{C}$
- Chaleur latente de changement de phase du MCP:  $L = 2000\text{J/kg}$
- Conductivité thermique du MCP solide:  $k_{MCP} = 0,2\text{W/mK}$
- Masse volumique du MCP liquide:  $\rho_{MCP} = 900\text{kg/m}^3$
- Capacité calorifique massique du MCP liquide:  $C_{MCP} = 1000\text{J/kgK}$
- Coefficient d'échange convectif dans le MCP en phase liquide:  $h_m = 10\text{W/m}^2\text{K}$
- Coefficient d'absorption courte longueur d'onde ( $\lambda < 2,5\mu\text{m}$ ) de l'enveloppe métallique:  $\alpha_{CLO} = 0,6$
- Coefficient d'absorption grande longueur d'onde ( $\lambda > 2,5\mu\text{m}$ ) de l'enveloppe métallique:  $\alpha_{GLO} = 0,8$
- Coefficient d'échange convectif intérieur:  $h_{int} = 5\text{W/m}^2\text{K}$
- Coefficient d'échange convectif extérieur:  $h_{ext} = 25\text{W/m}^2\text{K}$
- Température extérieure:  $T_{ext} = 25^\circ\text{C}$
- Température intérieure:  $T_{int} = 20^\circ\text{C}$
- Flux solaire normal à la paroi:  $E = 800\text{W/m}^2$
- Constante de Stefan-Boltzmann:  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\text{W/m}^2\text{K}^4$

**Partie A: Dans cette partie, la paroi n'est pas soumise à l'ensoleillement**

1. **Justifier** qualitativement le fait que le matériau soit entièrement en phase solide.
2. **Expliquer** quels sont les différents phénomènes de transfert de chaleur mis en jeu entre la paroi et son environnement.
3. **Donner** l'expression analytique de la densité de flux net radiatif  $\varphi_{r, int}$  (en  $W/m^2$ ) sortant de la paroi et échangé avec l'environnement. **Exprimer** celui-ci sous la forme:

$$\varphi_{r, int} = h_{r, int} (T_{s, int} - T_{int})$$

**Donner** l'expression de  $h_{r, int}$ .

4. En supposant que  $T_{s, int} \approx T_{int}$  (en Kelvin), **calculer**  $h_{r, int}$ .
5. En utilisant la même méthodologie que précédemment, **donner** la valeur numérique de  $h_{r, ext}$ .

**Dans la suite du problème (Parties A, B et C), on prendra  $h_{r, ext} = h_{r, int} = h_r = 5 W/m^2 K$ .**

6. **Donner** l'expression analytique de la densité de flux conductif  $\varphi_1$  (en  $W/m^2$ ) traversant la paroi de l'extérieur vers l'intérieur. **Donner** sa valeur numérique.
7. **Donner** les valeurs de  $T_{s, int}$  et  $T_{s, ext}$ .
8. **Evaluer** l'erreur commise sur  $T_{s, int}$  et  $T_{s, ext}$  lorsque l'on néglige la résistance thermique de la coque métallique. L'épaisseur de la tôle métallique est de 2mm et sa conductivité 100W/mK.

**Partie B: Dans cette partie, l'ensoleillement n'est pas nul et il existe donc une phase liquide dans la paroi**

9. **Expliquer** les phénomènes de transfert de chaleur dans la paroi.
10. **Donner** les conditions de continuité à l'interface liquide/solide. Quelle est la température à l'interface?
11. **Donner** l'expression analytique de la densité de flux de chaleur  $\varphi_2$  (en  $W/m^2$ ) traversant l'interface vers la phase solide en fonction de  $T_{ext}$  et  $T_{s, i}$ . **Donner** sa valeur numérique.
12. **Calculer** la valeur de  $T_m$ .
13. **Calculer** la valeur de l'épaisseur de la phase liquide  $x$ .

**Partie C: Dans cette partie, la paroi n'est pas soumise à l'ensoleillement et le régime est instationnaire**

14. On suppose que l'ensemble de la paroi est en fusion à la température  $T_m = 50^\circ C$ . **Calculer** le temps nécessaire à la paroi pour atteindre le début de la solidification.

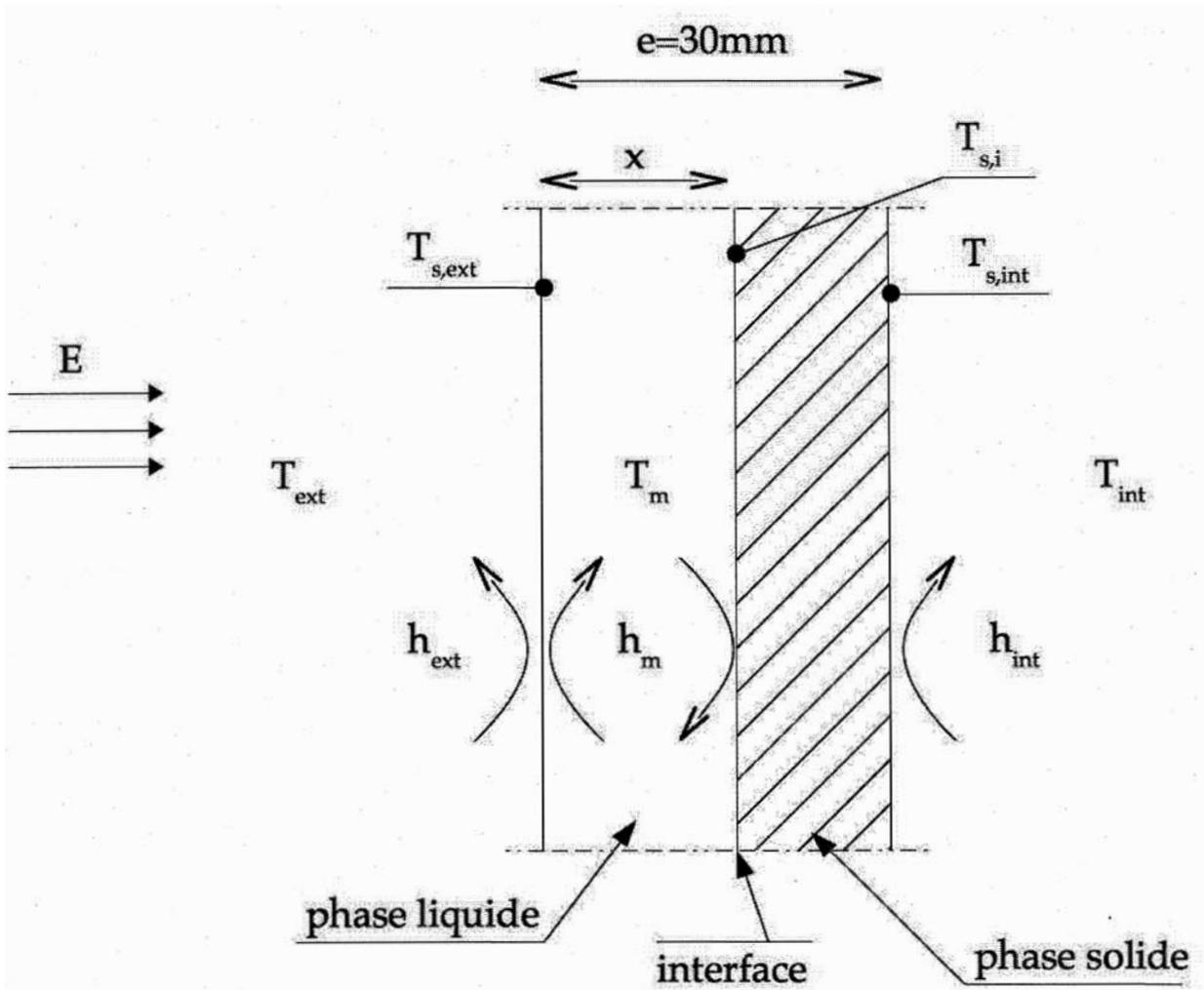


Figure T1: Schéma de la paroi étudiée