

SESSION 2013

AGRÉGATION
CONCOURS EXTERNE

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE DES CONSTRUCTIONS**

**MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ
OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

Le sujet proposé porte sur la filière nucléaire française depuis la conception des centrales nucléaires jusqu'au stockage des déchets en passant par la distribution et la consommation de l'énergie. Le sujet comporte 5 parties indépendantes.

La PARTIE 1 porte sur l'étude des sollicitations subies par l'enceinte d'une centrale nucléaire.

La PARTIE 2 porte sur la gêne sonore occasionnée à proximité de la centrale.

La PARTIE 3 porte sur la consommation de l'énergie électrique.

La PARTIE 4 porte sur le centre de stockage de surface des déchets très faiblement radioactifs.

La PARTIE 5 porte sur la lixiviation des conteneurs en béton des déchets hautement radioactifs.

Toutes les parties peuvent être traitées de manière indépendante. Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il conviendra de justifier les choix effectués et les calculs réalisés, et de commenter les résultats obtenus.

Contexte de l'étude

Le parc nucléaire français est composé essentiellement de réacteurs à eau pressurisée (REP) de 1300 et 1450 mégawattheures (MWh). L'âge moyen des centrales françaises en fonctionnement est de 30 ans. Grâce à ce parc, la France assure plus de 70% de sa production d'électricité, ce qui lui permet d'atteindre un taux d'indépendance énergétique voisin de 50%. L'électricité produite en France est actuellement l'une des plus compétitives d'Europe et son parc nucléaire l'un des plus surveillés du monde. La sûreté nucléaire est notamment assurée, au niveau des enceintes, par le concept de la double enveloppe. Une paroi externe en béton armé protège le réacteur des agressions naturelles et accidentelles extérieures. Une paroi interne en béton armé d'épaisseur 0,9 m et biaxialement précontrainte (voir figure 1) protège l'environnement extérieur d'un risque de dispersion d'éléments radioactifs. Cette enceinte est dimensionnée pour résister à une pression interne absolue de $p = 0,5 \text{ MPa}$ et à une température voisine de 140°C , correspondant à un accident de dimensionnement nommé APRP (Accident par Perte de Réfrigérant Primaire). A la fin de vie de la centrale (durée de fonctionnement de 40 ans) les déchets sont retraités ou stockés dans des sites sécurisés et la centrale reclassée. Les actions d'assainissement et de reclassement du parc nucléaire français sont aujourd'hui une priorité nationale. Dans ce contexte la durée de vie des centrales doit être augmentée et l'exploitant propose d'allonger la durée de fonctionnement de 20 ans. La faisabilité de cette opération est déjà à l'étude.

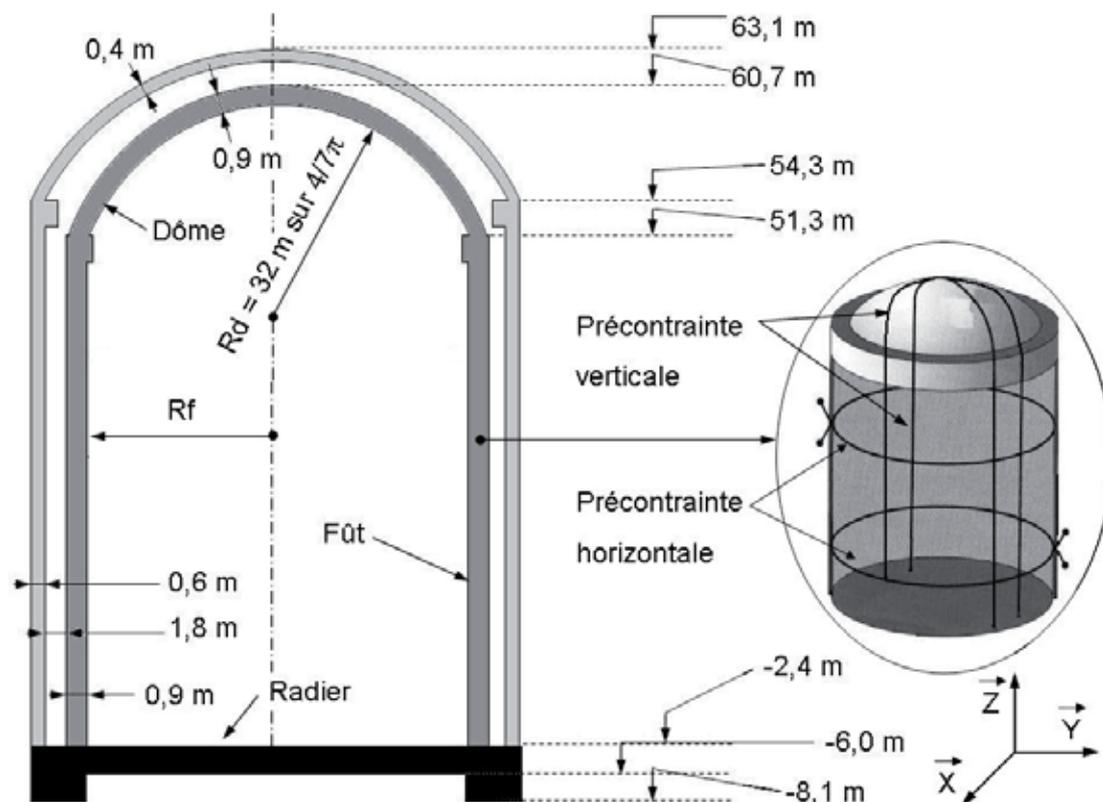


Figure 1 : Principe de la double enceinte et de la précontrainte biaxiale (centrale nucléaire).

PARTIE 1 - Calcul des sollicitations subies par l'enceinte en béton en cas d'accident

APRP

(7 points)

Il s'agit d'étudier l'enceinte en béton interne d'une centrale nucléaire. Cette enceinte est précontrainte dans la direction horizontale (apportant des contraintes orthoradiales dans le fût) et verticale (apportant des contraintes verticales dans le dôme et le fût). La schématisation de ces contraintes est représentée sur la figure 2 et la figure 3. Au cours du temps, cette précontrainte évolue. Actuellement la prédiction des pertes de précontrainte dans les enceintes internes de confinement des centrales nucléaires est un enjeu majeur pour l'exploitant. On souhaite étudier les contraintes dans la structure à partir de différentes hypothèses et avec différents outils.

Calcul manuel en 3D

On souhaite faire un calcul manuel des contraintes dans l'enceinte. Cette première partie se propose une approche 3D de la structure.

1.1.) Quelles hypothèses concernant les contraintes orthoradiales sont faites sur la figure 2 ?

1.2.) A partir du schéma de la figure 2, en se plaçant dans un repère en coordonnées cylindriques dans le fût et en appliquant le principe fondamental de la statique en projection

sur l'axe X, déterminer σ_{ortho} en fonction de Rf, e, p et p_{atm} (on considèrera uniquement les actions décrites sur la figure 2 et on détaillera le calcul des résultantes des pressions).

1.3.) Quelles hypothèses concernant les contraintes verticales sont faites sur la figure 3 ?

1.4.) A partir du schéma de la figure 1, trouver une relation entre Rf et Rd.

1.5.) A partir du schéma de la figure 3, en se plaçant dans un repère en coordonnées sphériques dans le dôme et en appliquant le principe fondamental de la statique en projection sur l'axe Z, déterminer σ_{vert} en fonction de Rf, Rd, e, p et p_{atm} (on détaillera le calcul des projections des résultantes des pressions).

1.6.) A partir des expressions précédentes déterminer numériquement σ_{ortho} et σ_{vert} .

1.7.) A la mise en service la précontrainte orthoradiale est de -14 MPa et la précontrainte verticale est de -17 MPa. Comparer avec les résultats précédents et conclure.

1.8.) Expliquer brièvement pourquoi la prédiction des pertes de précontrainte est primordiale pour la structure.

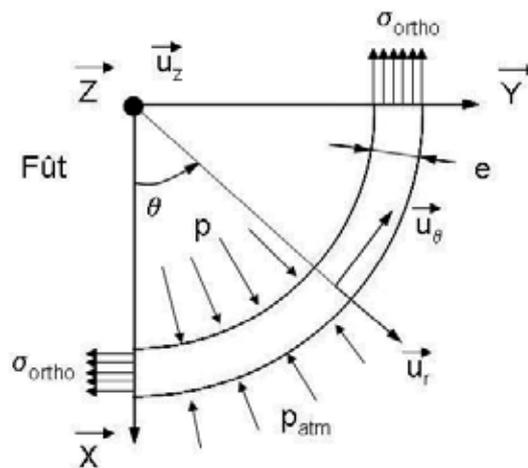


Figure 2 : Schématisation et hypothèse de répartition des contraintes dans le fût.

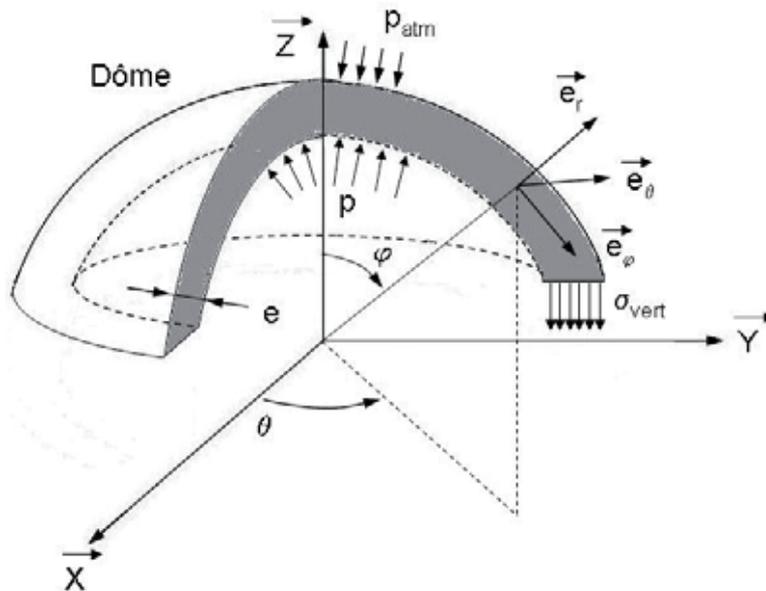


Figure 3 : Schématisation et hypothèse de répartition des contraintes dans le dôme.

Calcul manuel en 2D

On propose dans cette partie de faire une hypothèse qui permettrait de déterminer les contraintes dans le dôme par résolution d'un problème 2D (et de les comparer au calcul en 3D).

1.9) Les hypothèses classiques que l'on peut faire sont : hypothèse de contraintes planes, hypothèse de déformations planes, hypothèse d'un problème axisymétrique.

- Expliquer en quoi consiste l'hypothèse des contraintes planes. Donner un exemple de structure pour laquelle cette hypothèse pourrait être faite. Ecrire un tenseur illustrant cette hypothèse.

- Expliquer en quoi consiste l'hypothèse des déformations planes. Donner un exemple de structure pour laquelle cette hypothèse pourrait être faite. Ecrire un tenseur illustrant cette hypothèse.

- Expliquer en quoi consiste l'hypothèse d'un problème axisymétrique. Donner un exemple de structure pour laquelle cette hypothèse pourrait être faite. Exprimer les conditions découlant de cette hypothèse.

1.10.) On se place en 2D, dans le plan O,Y,Z. L'objectif de cette question est d'évaluer les contraintes maximales du dôme dans ce plan. On considère la modélisation suivante d'une poutre courbe d'extrémités A (appui simple) et B (articulation), supportant une charge

répartie radiale constante ($p - p_{atm}$) (figure 4). On néglige le poids propre. Quelles hypothèses sont faites pour justifier cette modélisation simplifiée ? Commenter.

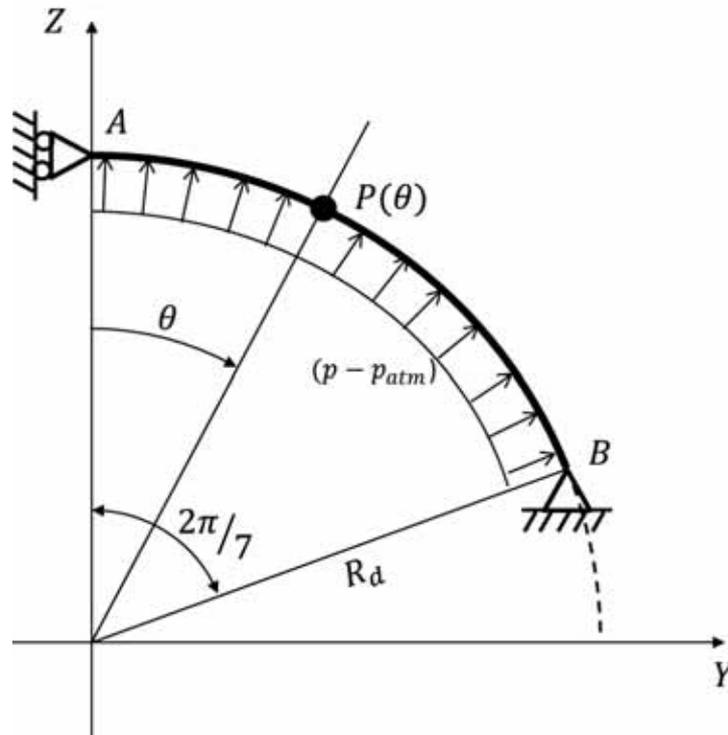


Figure 4 : Modélisation de type «poutre en arc».

1.11.) Quel est le degré d'hyperstaticité de cette structure. Justifier le choix de la liaison au point A.

1.12.) Soit un point courant de la poutre, $P(\theta)$. Pour $\theta = 0$, $P(\theta)$ se trouve en A. Pour $\theta = \theta_{max}$, $P(\theta_{max})$ se trouve en B. Calculer les réactions d'appui en A et en B. On notera : $p_0 = p - p_{atm}$

1.13.) Exprimer l'effort normal $N(\theta)$ et l'effort tranchant $V(\theta)$ en fonction de θ et des autres paramètres. En déduire la valeur du moment fléchissant $M(\theta)$ dans la poutre.

1.14.) Que peut-on conclure sur le type de contraintes dans l'élément ? Exprimer les contraintes normales maximales dans la poutre (épaisseur e) en fonction des paramètres. En déduire la valeur de la contrainte normale maximale dans la poutre. Comparer avec les résultats de la question 1.6).

Modélisation aux éléments finis

Cette dernière partie propose la résolution du même problème par une approche par éléments finis.

1.15.) Une modélisation du dôme, par la méthode des éléments finis, en 2D axisymétrique a été réalisée. Quels types d'éléments finis peut-on utiliser ? Les décrire brièvement. Quels éléments ont été choisis ?

1.16.) Afin d'appliquer la pression de $(p-p_{atm})$ à l'intérieur du dôme, on utilise un opérateur qui calcule des forces équivalentes à cette pression appliquées aux nœuds du maillage. La figure 5 représente le champ équivalent calculé par le code. Expliquer pourquoi les valeurs des forces ne sont pas constantes ?

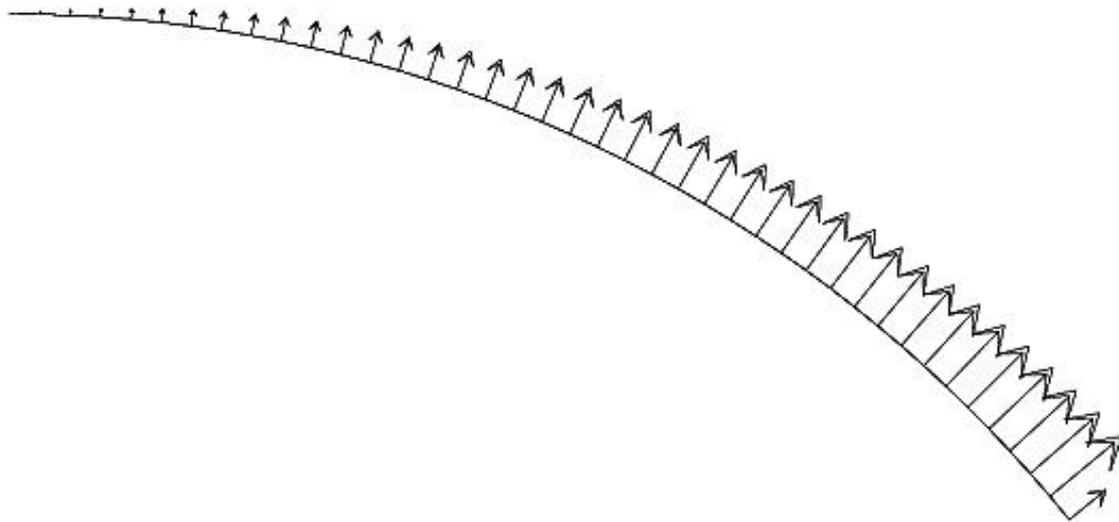


Figure 5 : Modélisation par éléments finis - forces équivalentes au champ de pression $(p-p_{atm})$.

1.17.) La déformée amplifiée est tracée sur la figure 6. Quelles conditions aux limites ont été choisies ?

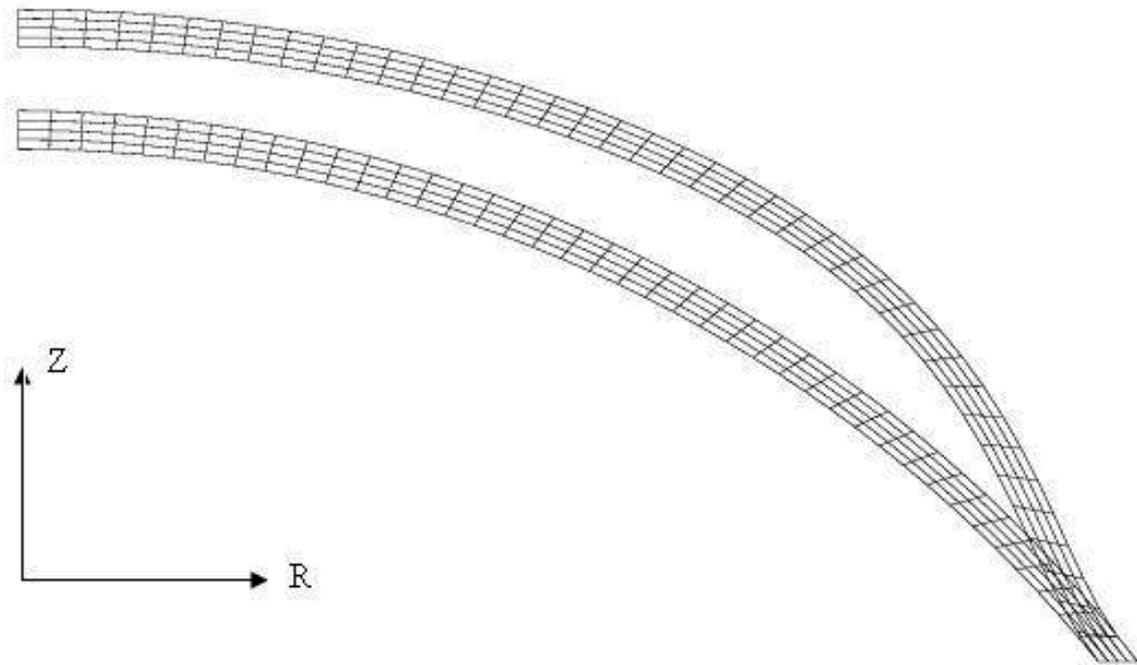


Figure 6 : Maillage en configuration initiale et en configuration déformée.

1.18.) Les diagrammes des contraintes σ_{RR} , σ_{ZZ} et σ_{RZ} sont tracés respectivement sur les figures 7, 8 et 9. Quelles sont les valeurs maximales ? Où sont-elles atteintes ? Commenter l'allure et les valeurs de ces diagrammes. Que peut-on dire sur les directions principales ? Comparer avec les contraintes calculées à la question 1.14.) et à la question 1.6). Commenter les résultats.

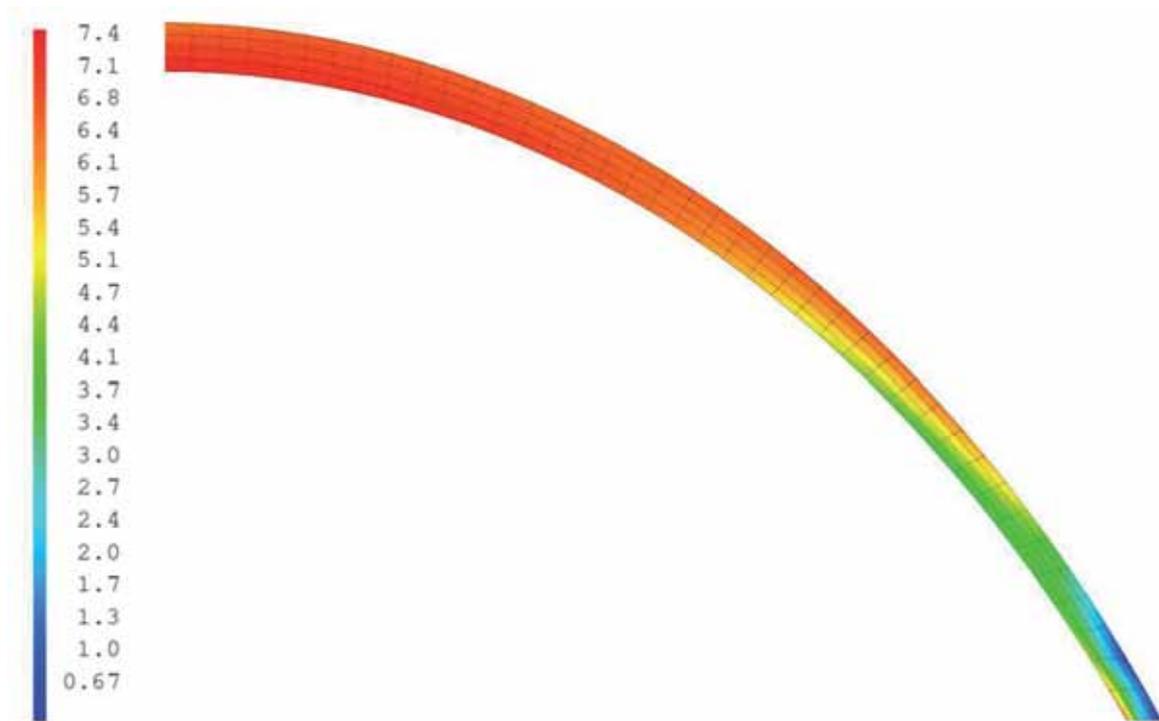


Figure 7 : Contraintes σ_{RR} en MPa.



Figure 8 : Contraintes σ_{zz} en MPa.

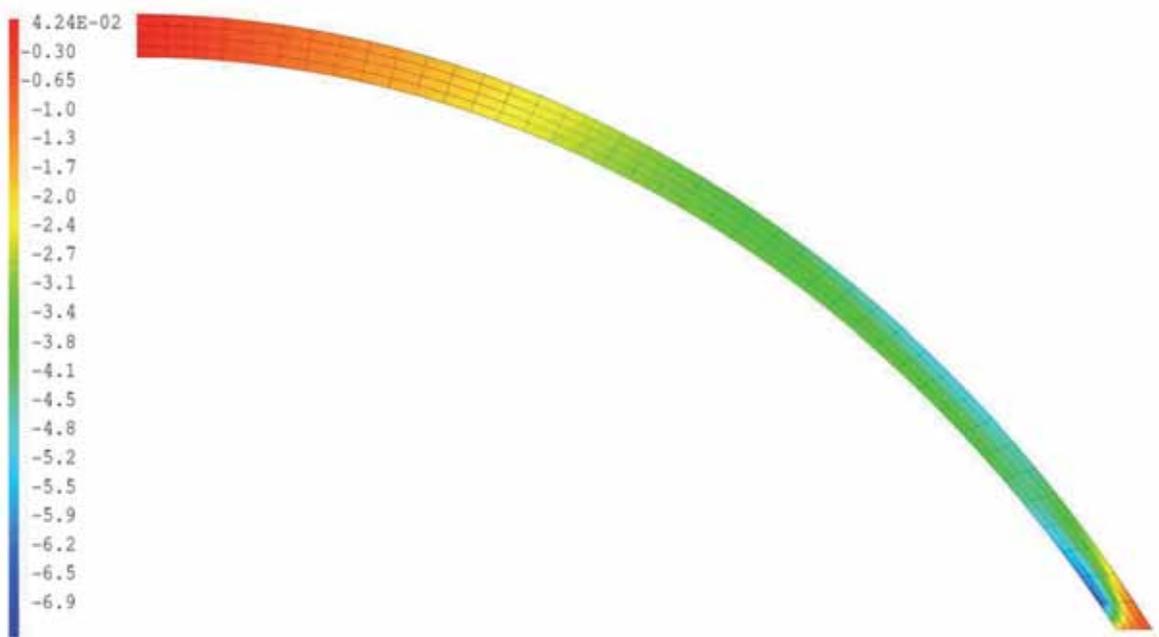


Figure 9 : Contraintes σ_{Rz} en MPa.

PARTIE 2 – Gêne sonore occasionnée à la proximité de la centrale
(3 points)

Comme toute activité industrielle, une centrale nucléaire génère du bruit dans l'environnement, principalement par le biais des tours de réfrigération et des groupes turbo-alternateurs. Ce bruit peut éventuellement être source de gêne pour les personnes habitant au voisinage. Cette gêne potentielle est prise en compte par la réglementation à laquelle est soumise l'installation et qui stipule que les émissions sonores ne doivent pas engendrer une émergence supérieure aux valeurs admissibles fixées dans le tableau suivant :

Niveau de bruit ambiant (incluant le bruit de l'établissement)	Emergence admissible E dB(A)	
	Période 7h - 22 h sauf dimanches et jours fériés	Période 22h – 7h + dimanches et jours fériés
>35 dB(A) et ≤ 45 dB(A)	6 dB(A)	4 dB(A)
> 45 dB(A)	5 dB(A)	3 dB(A)

En général, les riverains sont situés à grande distance de l'installation et ne sont soumis qu'à des niveaux de faible intensité. Mais la propagation sonore à grande distance dépend fortement de la topographie et de la nature des sols environnants, ainsi que des conditions atmosphériques. L'objectif de cette partie est de quantifier l'importance de ces phénomènes par une approche basée sur la modélisation et l'exploitation de connaissances scientifiques.

L'émission sonore du site est modélisée par un ensemble de sources simples, ponctuelles ou surfaciques, auxquelles on affecte une position et un niveau de puissance sonore L_W (en fonction de la fréquence, en général). Pour chacune de ces sources, le niveau de pression sonore en un point récepteur M ($L_p(M)$) peut ensuite être calculé à partir de la relation : $L_p(M) = L_W + Att(M)$, où $Att(M)$ représente l'atténuation totale le long du chemin de propagation de l'onde. Cette atténuation est la somme de plusieurs types d'atténuations, principalement : l'atténuation due à la divergence géométrique de l'onde (A_{div}), l'atténuation due à l'absorption atmosphérique (A_{atm}), l'atténuation par effet de sol (A_{sol}) et l'atténuation due à la diffraction (A_{dif}) par les obstacles entre la source et le récepteur. Ces termes varient avec la fréquence et sont aussi très dépendants des conditions de température et de vent de l'atmosphère.

Dans la présente étude, l'émission sonore d'une tour de refroidissement ventilée est modélisée par une source ponctuelle omnidirectionnelle située à 15 m de haut et de niveau de puissance L_W . Pour simplifier, on limitera l'atténuation du son en propagation à la divergence géométrique et aux effets d'un sol plan et homogène, auxquels se superposeront les effets de la météorologie :

$$L_p(M) = L_W + A_{div} + A_{sol}$$

Définitions et données :

$$j = \sqrt{-1}$$

Le terme « log(x) » désigne le logarithme décimal de x

ρ_0 : pression acoustique de référence : $2 \cdot 10^{-5}$ Pa

W_0 : puissance acoustique de référence : 10^{-12} Watt

c_0 : célérité des ondes sonores dans l'air à 20°C, $c_0 = 343$ m.s⁻¹

ρ_0 : masse volumique de l'air, $\rho_0 = 1.293$ kg.m⁻³

Z_0 impédance acoustique caractéristique de l'air, $Z_0 = \rho_0 c_0$

Source ponctuelle en champ libre

2.1.) La source ponctuelle omnidirectionnelle située dans l'air émet une onde sonore sphérique. La pression acoustique en champ libre, en un point de l'espace M situé à une distance r de la source s'écrit : $p_{libre}(r) = \frac{a}{r} \exp(-jkr)$ où a est une constante d'amplitude de la source. Indiquer ce que représente le paramètre k , l'unité dans laquelle il s'exprime et indiquer sa relation avec la fréquence f et la célérité c_0 de l'onde sonore dans l'air.

2.2.) On rappelle qu'à une distance suffisamment grande de la source, l'intensité sonore s'exprime par $I = \frac{1}{Z_0} |\rho_{eff}|^2$ où Z_0 est l'impédance caractéristique de l'air. En intégrant l'intensité sonore de l'onde sur une sphère de rayon r , exprimer la puissance acoustique W de la source. En déduire que le niveau de pression acoustique en champ libre à la distance r de la source, $L_{p, libre}(r)$, s'exprime à partir du niveau de puissance acoustique L_W de la source par la relation :

$$L_{p, libre}(r) \approx L_W - 10 \log(4\pi r^2)$$

2.3.) Calculer l'atténuation due à la divergence géométrique A_{div} à 1 km de la source.

Effet de sol

2.4.) La source et le récepteur sont maintenant au-dessus d'un plan infini matérialisant le sol. Donner une expression de la pression sonore au récepteur en fonction de a , r , k , du coefficient de réflexion acoustique de l'onde sphérique Q sur le plan et d'une grandeur

géométrique r' que l'on définira. On pourra s'aider d'un schéma. Lorsque le récepteur est très éloigné de la source, donner une approximation de r' .

2.5.) On définit l'atténuation par effet de sol A_{sol} comme la différence entre le niveau de pression acoustique au récepteur en présence de sol et le niveau de pression acoustique au même récepteur en l'absence de sol (champ libre). Donner l'expression de A_{sol} en fonction de Q , r , k et δ (avec $\delta = r' - r$).

2.6.) Le facteur de réflexion Q est un nombre complexe qui dépend de la fréquence, de l'angle d'incidence de l'onde sur le sol et de la nature du sol. La figure 11 ci-dessous présente deux courbes d'atténuation par effet de sol à 500 Hz en fonction de la distance source-récepteur. Montrer que selon la nature du sol, son effet sur la propagation peut conduire à augmenter ou à diminuer le niveau sonore à 200 m de la source.

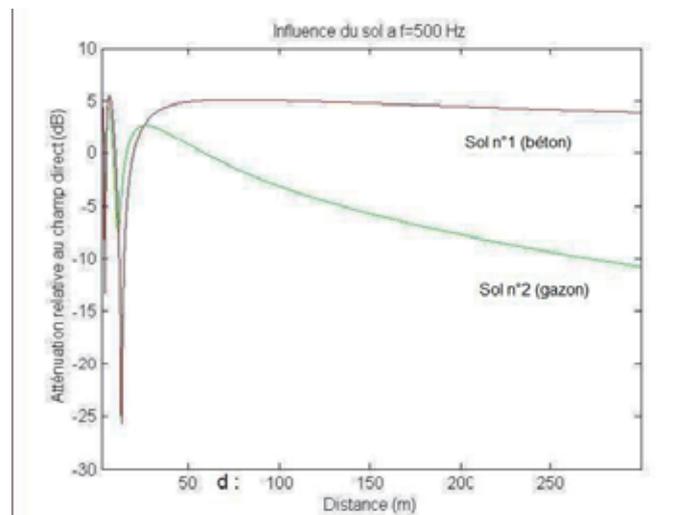


Figure 11 : Atténuation par effet de sol en fonction de la distance source-récepteur à 500 Hz.

2.7.) La source sonore a un niveau de puissance acoustique $L_W = 110$ dB(A), calculer le niveau de pression sonore à 1 km de la source en supposant que l'effet de sol apporte une atténuation de -3 dB(A).

Effet de la météo

2.8) Condition «homogène». On considère maintenant que loin de la source, l'onde sonore qui se propage est une onde plane. L'espace est repéré par un système de coordonnées cartésiennes (x,y,z) . L'onde se propage au-dessus d'un sol plan d'altitude nulle ($z=0$) et dans la direction de l'axe des x . Le milieu de propagation est supposé homogène, la célérité de

propagation du son y est constante et prise égale à c_0 . Représenter sur un même schéma de principe dans le repère (x,z) le front d'onde à un instant t , puis à l'instant $t+1s$, puis à l'instant $t+2s$. Calculer la distance Δx entre les fronts d'onde aux différents instants. Indiquer la forme et la direction des rayons sonores (perpendiculaires au front d'onde).

2.9.) En réalité, le milieu de propagation considéré à grande échelle n'est pas homogène, il existe des gradients verticaux de température et de vitesse du vent qui stratifient l'atmosphère. En l'absence de vent, la célérité des ondes sonores c s'exprime par : $c(z) = \sqrt{\gamma R T(z)}$ où z est l'altitude, γ est le rapport des capacités thermiques massiques ($\gamma = c_p/c_v = 1,4$), R est la constante spécifique de l'air sec (en $J\ kg^{-1}K^{-1}$) et T la température en Kelvin. Préciser comment évolue la célérité des ondes avec l'altitude par rapport à l'évolution de la température. En considérant qu'au sol la température est de $T_0=20^\circ C$ et que la célérité des ondes est $c(z=0) = c_0 = 343\ ms^{-1}$, calculer la célérité des ondes $c(400)$ à une altitude de 400 m où la température est $T= 12^\circ C$.

On supposera dans la suite des questions, que la célérité des ondes varie linéairement avec l'altitude. En d'autres termes, $\frac{\partial c}{\partial z}$ est constant.

2.10) Condition «défavorable». Un front d'onde plan à l'instant t arrive dans un milieu stratifié, dans lequel la température décroît avec l'altitude. De façon similaire à la question 2.8, représenter sur un schéma de principe le front d'onde à l'instant t , puis son évolution à l'instant $t+1s$, puis $t+2s$. Indiquer comment se transforment les rayons sonores par rapport à la condition de propagation « homogène ». Cette condition de propagation est appelée « défavorable » à la propagation du son. Expliquer pourquoi.

2.11) Condition «favorable». Dans certaines conditions météorologiques, la température augmente dans les premières dizaines de mètres d'altitude (avant de re-décroître plus haut). Ces conditions sont appelées « inversion de température ». De la même façon qu'aux questions 2.8 et 2.10, représenter sur un schéma de principe le front d'onde à l'instant t , puis son évolution à l'instant $t+1s$, puis $t+2s$. Indiquer comment se transforment les rayons sonores par rapport à la condition de propagation « homogène ». Cette condition de propagation est appelée «favorable» à la propagation. Expliquer pourquoi.

2.12.) En présence de vent, la composante de vitesse de celui-ci dans la direction de propagation du son s'ajoute à la célérité des ondes sonores. Cette dernière s'exprime alors

par : $c(z) = \sqrt{\gamma RT(z)} + V(z) \cos \theta$ où $V(z)$ est l'amplitude de la vitesse du vent (en ms^{-1}) à l'altitude z et $\cos \theta$ la projection de la direction du vent sur la direction de propagation acoustique. L'amplitude $V(z)$ est nulle au sol et en général croît avec l'altitude dans les premières couches de l'atmosphère. En raisonnant à température constante, montrer que la prise en compte du gradient vertical de vent se ramène aux conditions de propagation étudiées dans les deux questions précédentes. Indiquer notamment quelle condition de propagation (favorable ou défavorable) est rencontrée lorsque le vent souffle dans la même direction que celle de la propagation du son. Même question lorsque le vent est contraire à la direction de propagation du son.

2.13.) La figure 12 ci-dessous représente la valeur et la dispersion de l'atténuation sonore mesurée sur un terrain plat en fonction de la distance source-récepteur, pour une source placée à 6 m de hauteur et un récepteur placé à 1,50 m. L'atténuation est calculée entre 20 m et différentes distances allant jusqu'à 640 m de la source. La figure fait apparaître deux fuseaux, l'un foncé et hachuré correspondant à une condition de propagation n°1, l'autre plus clair et uni correspondant à une condition de propagation n°2. Sur chaque fuseau les bandes centrales contiennent au moins 55,6% des échantillons de mesure, les bandes extrêmes au moins 88,9%.

- Indiquer à quelle condition de propagation – favorable ou défavorable – correspondent chacun des deux fuseaux. Préciser où se situe la condition de propagation « homogène ».
- Comparer la dispersion des atténuations à 100 m de la source et à 600 m de la source, ainsi que la sensibilité de la dispersion à 600 m au type de condition de propagation.
- Si l'on doit faire une mesure acoustique à 600 m de la source, indiquer dans quel type de condition de propagation il est préférable d'intervenir.

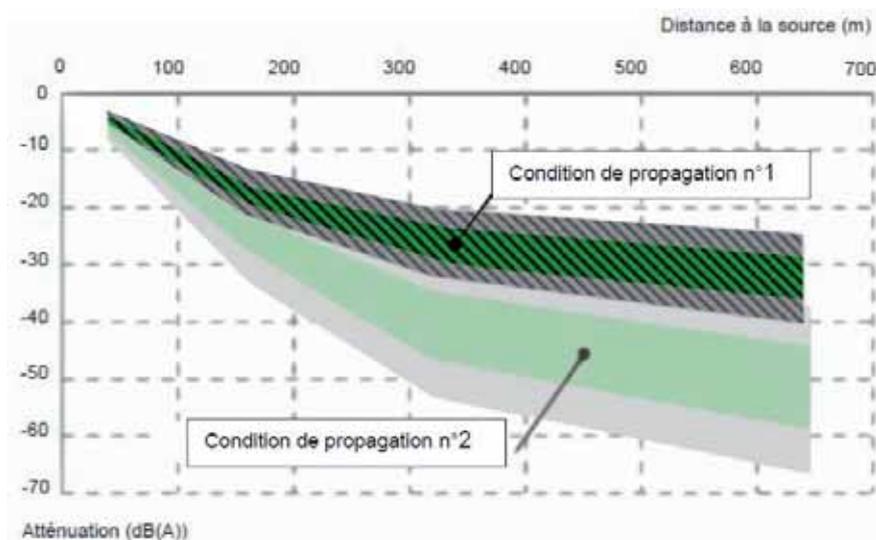


Figure 12 : Atténuation et dispersion des niveaux sonores en fonction de la distance à la source pour différentes conditions de propagation [Zouboff *et al.*, BLPC Thématique, 2001, ISSN 1269-1496].

2.14.) Définir le terme d'émergence sonore auquel se réfère la réglementation. Au vu des questions précédentes, citer une raison expliquant la difficulté d'application de cette réglementation.

<p style="text-align: center;">PARTIE 3 – Distribution de l'énergie- puissance et consommation (4 points)</p>

Plus de 70% de l'électricité produite en France provient de la filière nucléaire. 43% de la consommation énergétique Française provient des bâtiments résidentiels et tertiaires. Près de 65% de cette énergie consommée l'est pour le chauffage. Des efforts en matière de consommation pour les bâtiments résidentiels et tertiaires sont donc à faire. C'est ce que nous allons étudier dans cette partie à travers l'analyse d'une habitation basse consommation d'énergie. Les 2 paragraphes de cette partie peuvent être traités de façons indépendantes. Les objectifs sont, d'une part, d'étudier un système de plancher chauffant électrique et, d'autre part, de calculer les consommations énergétiques de chauffage d'une habitation avec et sans système de récupération de la chaleur sur l'air extrait. L'étude concerne une maison d'habitation située en banlieue parisienne et de surface hors œuvre nette $S_{SHON}=200m^2$. Les calculs préliminaires ont permis de déterminer un coefficient de déperdition pour cette maison valant $U_{bat}=0,25 W.m^{-2}.K^{-1}$. Pour rappel, le coefficient U_{bat} représente le coefficient moyen de déperdition par les parois et les baies du bâtiment donné en Watts par m^2 de paroi déperditive et pour un écart de température entre les ambiances intérieure et extérieure de 1K. La surface totale de paroi déperditive vaut $S_{pd}=400m^2$. Le débit de ventilation règlementaire vaut $Q_v=210m^3.h^{-1}$.

Paragraphe §1: Étude d'un plancher chauffant

Ce paragraphe consiste en l'étude d'un plancher chauffant électrique représenté sur la Figure 13. Ce plancher chauffant est posé sur le sol. L'élément chauffant est modélisé comme étant une couche à température uniforme T_{ec} .

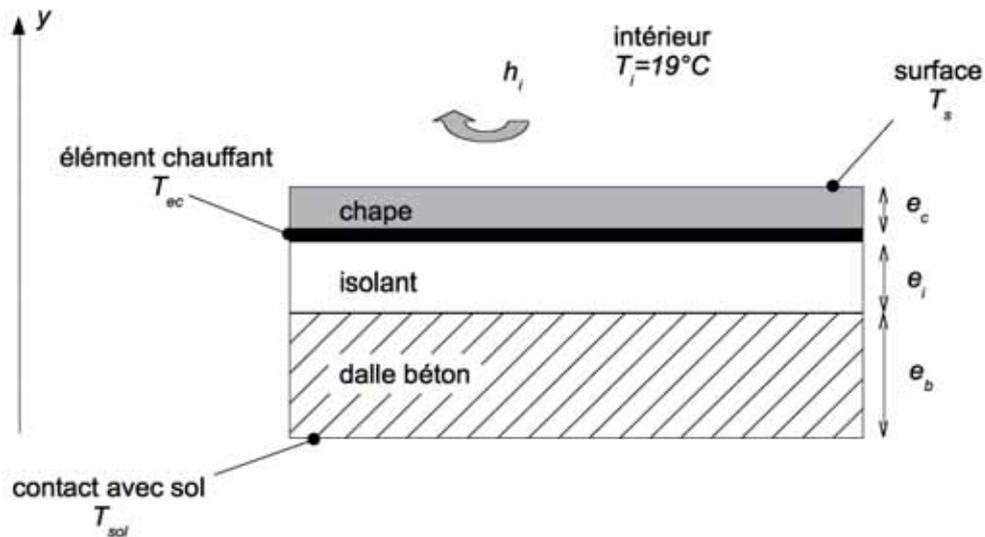


Figure 13 : Schéma du plancher chauffant étudié.

Hypothèses du paragraphe §1:

- Régime permanent,
- Transferts de chaleur par conduction unidirectionnels suivant l'axe y ,
- L'environnement se comporte comme un corps noir à température T_i ,
- Les surfaces sont grises vis-à-vis du rayonnement,
- Le contact entre la dalle béton et le sol est supposé parfait.

Données du paragraphe §1:

- Température d'air intérieure $T_i=19^\circ\text{C}$,
- Température du sol $T_{\text{sol}}=9^\circ\text{C}$,
- Coefficient d'échange convectif superficiel intérieur $h_i=7\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$,
- Chape: épaisseur $e_c=4\text{cm}$, conductivité thermique $\lambda_c=1,5\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$,
- Isolant: épaisseur $e_i=8\text{cm}$, conductivité thermique $\lambda_i=0,03\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$,
- Béton: épaisseur $e_b=20\text{cm}$, conductivité thermique $\lambda_b=1,75\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$,
- Coefficient d'absorption grande longueur d'onde ($\lambda>2,5\mu\text{m}$) du revêtement de la chape: $\alpha_{\text{GLO}}=0,8$,
- Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma=5,67\times 10^{-8}\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$,
- La température 0°C correspond à $T=273,15\text{K}$.

§1

3.1.) Expliquer quels sont les différents phénomènes de transfert de chaleur mis en jeu entre la surface de la chape et son environnement, coté intérieur.

3.2.) Donner l'expression analytique de la densité de flux net radiatif $\varphi_{r,int}$ (en $W.m^{-2}$) sortant de la paroi et échangé avec l'environnement côté intérieur, exprimer celui-ci sous la forme:

$$\varphi_{r,int} = h_r \times (T_s - T_i)$$

Donner l'expression de h_r .

3.3.) En supposant que $T_s \approx T_i$, calculer h_r .

Dans la suite du problème on prendra $h_r = 5 W.m^{-2}.K^{-1}$.

3.4.) D'un point de vue règlementaire, la température de surface du plancher chauffant ne peut pas dépasser $T_{limite} = 28^\circ C$. Dans ce cas, donner l'expression analytique de la densité de flux maximale φ_{max} (en $W.m^{-2}$) sortant de la paroi et pouvant être échangée avec l'environnement intérieur. Donner la valeur numérique de φ_{max} et en déduire la valeur de la puissance maximale Φ_{max} du système de chauffage en supposant que la surface équipable de plancher chauffant est $0,7 \times S_{SHON}$.

3.5.) Dans la configuration de la question 3.4.), donner l'expression analytique de la température de l'élément chauffant noté T_{ec} . Calculer sa valeur.

3.6.) Dans la configuration de la question 3.4.), donner l'expression analytique de l'efficacité du plancher chauffant η défini comme étant le rapport entre le flux échangé avec l'environnement et le flux total émis par l'élément chauffant. Calculer sa valeur.

Paragraphe §2: Étude des consommations de chauffage

Hypothèses du paragraphe §2:

- Transferts de chaleur en régime permanent ou suite de régimes permanents

Données du paragraphe §2:

- Masse volumique de l'air à $19^\circ C$: $\rho_a = 1,2 kg.m^{-3}$,

- Capacité calorifique de l'air à $19^\circ C$: $C_a = 1000 J.kg^{-1}.K^{-1}$.

Soit $T_c = 19^\circ C$ la consigne de chauffage de la maison. Soit T_{ext} la température de l'air extérieur.

§2

3.7.) Donner l'expression analytique de la chaleur totale P_d (en W) perdue par déperdition à travers les parois en fonction de T_c et T_{ext} . Dans la convention choisie, la chaleur perdue est positive si $T_c > T_{ext}$.

3.8.) Dans la configuration 1, la maison est équipée d'une ventilation mécanique contrôlée (VMC) simple flux. L'air est alors extrait dans les pièces humides par un ventilateur et entre naturellement par les entrées d'air dans les pièces de vie.

Donner l'expression analytique de la chaleur totale $P_{v,1}$ (en W) perdue par ventilation dans la configuration 1 en fonction de T_c et T_{ext} . Dans la convention choisie, la chaleur perdue est positive si $T_c > T_{ext}$.

3.9.) Dans la configuration 2, la maison est équipée d'une VMC double flux avec récupérateur de chaleur. L'air extérieur pénètre par une entrée unique située en toiture puis est insufflé dans les pièces de vie et extrait dans les pièces humides. Un récupérateur de chaleur permet de préchauffer l'air extérieur insufflé à l'aide de l'air extrait. On note $\varepsilon=0,65$ l'efficacité du récupérateur de chaleur.

Donner l'expression analytique de la chaleur totale $P_{v,2}$ (en W) perdue par ventilation dans la configuration 2 en fonction de T_c et T_{ext} . Dans la convention choisie, la chaleur perdue est positive si $T_c > T_{ext}$.

3.10.) Sachant que la température extérieure minimale en région Parisienne est $T_{ext,min}=-7^\circ\text{C}$, calculer la puissance minimale totale (déperditions + ventilation) à installer dans le logement, notée $P_{min,1}$ et $P_{min,2}$, respectivement dans les configurations 1 et 2.

3.11.) Pour chaque jour, le nombre de Degrès Jours (DJ) est égal à la différence de la température intérieure du local (18°C) et la moyenne des températures minimales et maximales du jour considéré. La valeur de 18°C correspond à la température de consigne de 19°C en tenant compte de -1°C d'apports gratuits. Lorsque la température moyenne du jour est supérieure à 18°C , l'écart est compté comme nul.

Pour le lieu de construction de la maison, le nombre de DJ total pour la saison de chauffe vaut 2400°C . Calculer les consommations totales annuelles de chauffage, C_1 et C_2 , en kWh par m^2 de surface SHON, respectivement pour les configurations 1 et 2.

3.12.) On suppose que le chauffage électrique considéré possède un rendement de 100% (génération et distribution de la chaleur). Le prix de l'énergie électrique étant de $0,10 \text{ €/kWh}$,

calculer le temps de retour sur investissement du système double flux sachant que celui-ci vaut 1000 €. Conclure quand à la pertinence d'un tel système.

PARTIE 4 – Stockage des déchets faiblement radioactifs
(3 points)

En France, près de 90% des déchets radioactifs sont des déchets faiblement radioactifs. Le choix de leur mode de gestion a été fait il y a déjà plusieurs dizaines d'années par la mise en place, à l'échelle industrielle, de centres de stockage de surface. Il s'agit des centres de la Manche et de l'Aube (en service depuis 2007). S'agissant, pour ce dernier stockage, d'un centre de stockage de surface, il fallait trouver une structure géologique formée d'une épaisse couche argileuse très homogène (figure 14). Ce centre dit **TFA** (déchets de **Très Faible Activité**) est situé entre les communes de Morvillier et de La Chaise dans l'est de la France près de Troyes. Il couvre une superficie de 45 hectares pour une structure géologique argileuse (Aptien inférieur) de 25 mètres d'épaisseur (figure 14). L'objectif de cette étude est de vérifier la pérennité de la couverture argileuse du centre de stockage de surface.

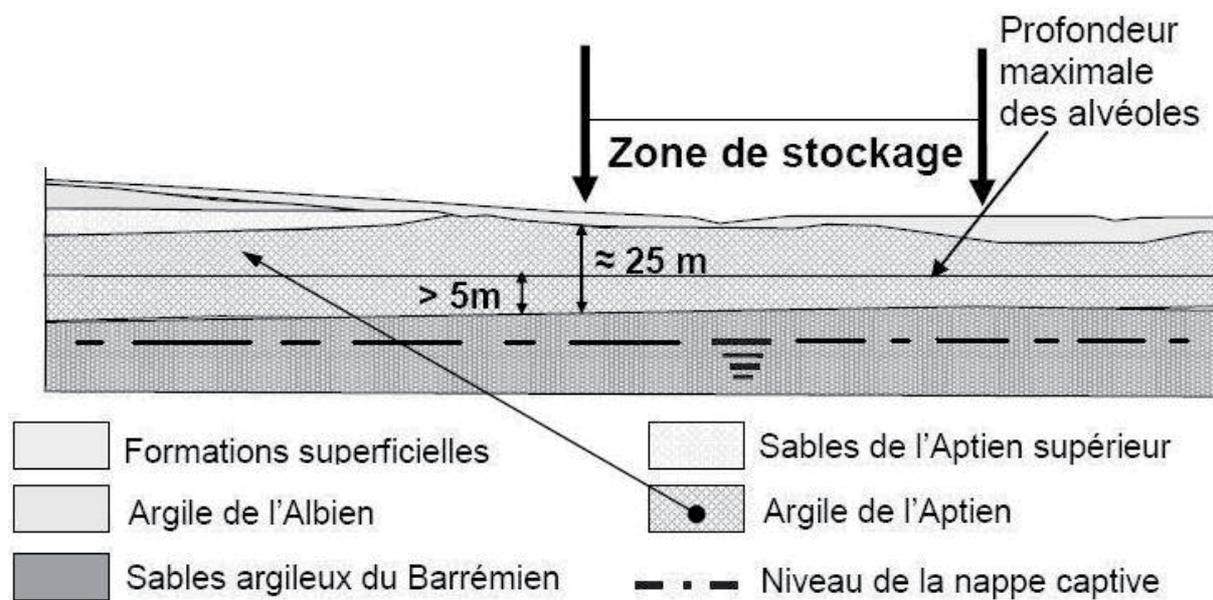


Figure 14 : Structure géologique du centre TFA.

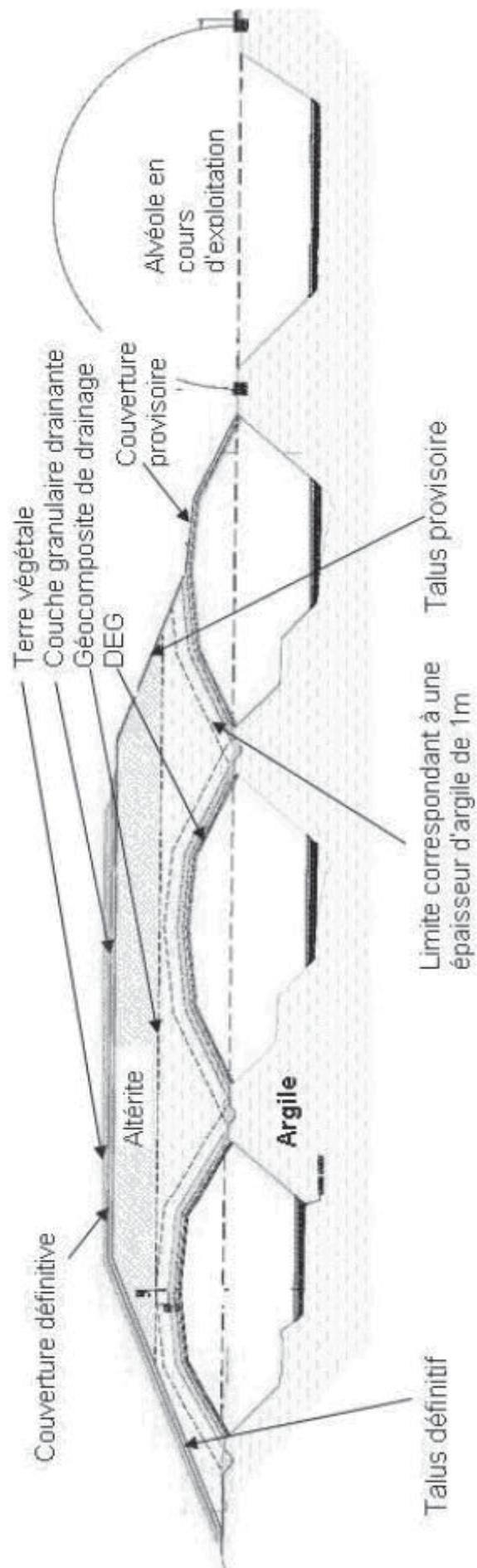


Figure 15 : Coupe de la couverture et des alvéoles du centre TFA de stockage de déchets faiblement radioactifs.

On donne la minéralogie de l'argile utilisée pour la construction du centre de stockage (voir tableau 1).

Minéralogie	Kaolinite (~ 52 %) ; Illite (~ 41 %) ; Chlorite (~ 7 %) ; Smectite (~ 0%)
Classification	γ_h (kN/m ³) = 21 à 22 ; w_{nat} (%) = 12 à 19
Granulométrie	< 2 μ m (%) 34 à 53 ; < 80 μ m (%) 90 à 95
Plasticité	I_p = 18 à 26 ; W_p (%) = 20 à 24 ; W_L (%) = 42 à 46

Tableau 1 : Caractéristiques de l'argile du centre TFA.

4.1.) Déterminer la plage d'indice de consistance (I_c) de l'argile du centre TFA et conclure sur la classification du matériau.

Dans la suite, nous nous intéressons à la couverture argileuse des alvéoles de stockage située entre le **DEG** (**D**ispositif d'**E**tanchéité **G**eosynthétique) et le géocomposite de drainage (voir figure 15). Cette couche d'argile d'une épaisseur variable (entre 1 m et 5 m - voir figure 15) est mise en place par compactage dynamique. En termes de mise en œuvre, l'argile est identifiée par son poids volumique sec (γ_d) et par sa teneur en eau (w). Des échantillons sont préparés en laboratoire par compactage dynamique sous différentes énergies de compactage (E_d). L'évolution de la teneur en eau en fonction du poids volumique du matériau constitue, pour une énergie donnée (E_d), la courbe Proctor du sol. La référence Proctor normal (OPN) est égale à $E_d^{st} = 450 \text{ KNm/m}^3$. En faisant varier le nombre d'impacts, il est aisé de faire varier l'énergie de compactage (E_d). Dans ces conditions l'énergie équivalente de compactage est donnée par :

$$e_c = E_d/E_d^{st} \times 100$$

Des échantillons sont préparés en laboratoire pour $e_c = 100\%$ et 140% . Le poids volumique des particules solides sera pris arbitrairement égal à $\gamma_s = 26,5 \text{ kN/m}^3$ et celui de l'eau à $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$. Les courbes de saturation du sol peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\gamma_d = \gamma_w / (w/S_r + \gamma_w/\gamma_s)$$

Avec S_r , le degré de saturation du sol.

Le tableau ci-dessous (tableau 2) rassemble quelques résultats d'essai de compactage dynamique sur l'argile du site.

$e_c = 100\%$						
γ_d (kN/m ³)	16,5	16,8	17,15	17,2	17,05	16,8
w (%)	13	14	15	16	18	19

$e_c = 140\%$						
γ_d (kN/m ³)	16,7	17,7	17,9	18	17,9	17,3
w (%)	12	14	15	16	17	19

Tableau 2 : Résultats d'essais de compactage dynamique en laboratoire.

4.2.) En utilisant les résultats du tableau 2 et à partir de la construction des courbes Proctor normal (OPN) et modifié (OPM) pour $e_c = 100\%$ et $e_c = 140\%$, déterminer les optimums Proctor.

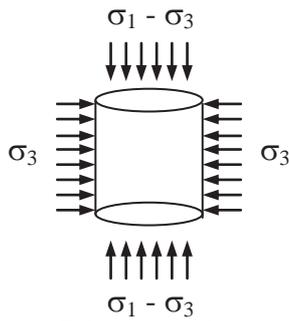
4.3.) Le sol est mis en œuvre à une teneur en eau correspondant à l'optimum Proctor modifié + 2%. Dans ces conditions déterminer γ_d et S_r correspondant et conclure sur l'état du sol.

L'état des contraintes des argiles non saturées peut être identifié par la relation de Bishop (1959) qui fait apparaître l'existence de trois phases (solide, liquide, gazeuse) au sein du matériau sous la forme :

$$\sigma = \sigma' + u_a - S_r(u_a - u_w)$$

Dans cette expression σ représente la contrainte totale, σ' la contrainte effective, u_a la pression d'air des porosités et u_w la pression d'eau interstitielle. S_r représente le degré de saturation du matériau avec $S_r = 0\%$ pour un sol sec et $S_r = 100\%$ pour un sol saturé. La différence entre $u_a - u_w$ est appelée la succion.

Des essais triaxiaux non consolidés non drainés (UU) ont été effectués sur l'argile de la couverture du centre de stockage. Les essais ont été effectués sans consolidation préalable, drainage fermé et sous une vitesse de cisaillement rapide (de l'ordre de 1 mm/min). L'essai correspond au comportement à court terme du sol fin. Il a été réalisé sur des éprouvettes non saturées. Le tableau 3 donne les résultats d'un essai UU à rupture sur l'argile de la couverture du centre de stockage. Les éprouvettes cylindriques ont été prélevées in-situ dans les conditions de mise en œuvre de l'argile ($e_c = 140\%$ et $w = 18\%$). Les résultats sont exprimés en contraintes totales pour des contraintes de confinement (σ_3) comprises entre 0 kPa et 150 kPa.



σ_1 (kPa)	180	238	295	352
σ_3 (kPa)	0	50	100	150

Tableau 3 : Résultats d'un essai UU sur des éprouvettes non saturées.

4.4.) A partir des résultats du tableau 3 tracer les cercles de Mohr à rupture de l'argile dans un diagramme σ (contrainte normale totale), τ (cisaillement) en déduire la cohésion apparente non drainée C_{uu} et l'angle de frottement apparent φ_{uu} .

4.5.) Expliquer pourquoi φ_{uu} n'est pas nul. Quels sont les types de contraintes appliquées sur le sol (phase solide) ?

Le comportement à long terme du sol a été caractérisé par des essais consolidés drainés (CD). Ces essais ont fourni l'angle de frottement effectif (φ') et la cohésion effective (C'). Pour l'argile de la couverture du centre de stockage, $\varphi' = 22^\circ$ et $C' = 15$ kPa.

4.6.) Expliquer le principe de l'essai CD. Déterminer l'état des contraintes à long terme pour un point situé à la base de l'argile sous une couche de 5 m d'argile (cas entre deux alvéoles – voir figure 15) et de 7,5 m de remblai qui apporte une charge $q = 10$ kPa/m. On suppose que l'argile est saturée ($\gamma = 22$ kN/m³ et $w_s = 37,5\%$). On donne le coefficient de pression des terres au repos $K_0 = 0,7$. Conclure sur le comportement de l'argile en ce point.

La couche d'argile d'une épaisseur de 5 m est drainée à sa base (cas de l'argile entre deux alvéoles - figure 15 et figure 16). A la fin de la période d'exploitation des alvéoles la couverture supporte une charge maximale correspondant à 7,5 m de hauteur de remblai ($q = 10$ kPa/m). L'indice de compression de l'argile est de $C_c = 0,10$ et le coefficient de consolidation de $C_v = 4 \cdot 10^{-9}$ m²/s. A l'état initial l'argile est considérée comme saturée ($\gamma = 22$ kN/m³ et $w_s = 37,5\%$).

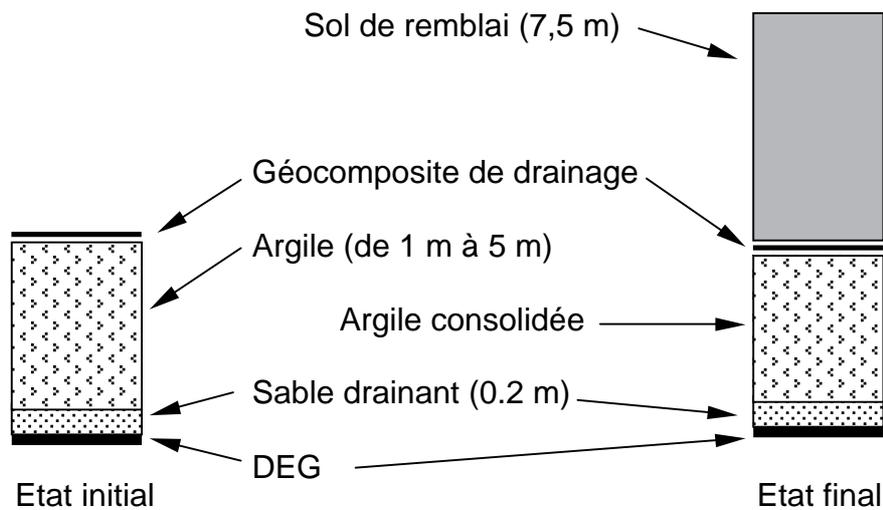


Figure 16 : Coupe de la couverture argileuse du centre de stockage, à la mise en œuvre (état initial) et après la période d'exploitation (état final).

4.7.) Donner l'expression de la consolidation totale de la couche d'argile en fonction du temps, de C_v et de l'épaisseur de la couche argileuse.

4.8.) En utilisant les données de l'énoncé, déterminer le temps nécessaire à la consolidation totale de l'argile située entre deux alvéoles (5 m d'argile).

4.9.) A la fin de la période d'exploitation la couverture argileuse est recouverte d'un sol de remblai de 7,5 m de hauteur. En supposant l'argile saturée à la mise en œuvre, déterminer le tassement de l'argile à la fin de sa période de consolidation. On fera le calcul au centre de la couche d'argile pour une argile située entre deux alvéoles.

4.10.) Dans les mêmes conditions que précédemment, déterminer le tassement d'une couche d'argile de 1 m d'épaisseur située sur le dôme de l'alvéole. Conclure sur la pérennité de la couverture argileuse.

PARTIE 5 – Lixiviation des conteneurs béton de déchets hautement radioactifs
(3 points)

Si 90% des déchets radioactifs sont des déchets très faiblement radioactifs, les 10% restants, présentent une radioactivité importante à vie longue. Le choix d'un mode de gestion à long terme est donc nécessaire. Aujourd'hui, ils sont industriellement stockés dans des fûts en béton et enfouis dans des centres spécialement aménagés et sécurisés (CEA Cadarache). Pour ces conteneurs, enfouis dans le sol, les causes de vieillissement sont dues principalement aux eaux acides et pures (non minéralisées) qui se trouvent dans les terrains naturels. Ces eaux ont tendance à décalcifier le béton au cours du temps le rendant ainsi plus perméable et donc moins résistant. Ce phénomène est appelé la «lixiviation». L'objectif ici est de vérifier la durabilité des fûts de stockage en béton.

5.1.) Rappeler les principaux constituants des ciments anhydres et durcis.

5.2.) Expliquer les principaux phénomènes physico-chimiques qui rentrent en jeu au cours de la lixiviation.

La lixiviation est une dégradation à cinétique lente. En raison de la lenteur du processus, les essais de laboratoire relèvent dans la plupart des cas d'un protocole de dégradation accélérée. Parmi les différents protocoles de lixiviation accélérés étudiés, le plus répandu est la dégradation accélérée au nitrate d'ammonium. C'est cette technique qui a été retenue pour la campagne expérimentale présentée ci-dessous. Pour mettre en évidence les phénomènes, des expériences de compression uniaxiale ont été réalisées sur des éprouvettes cylindriques (diamètre = 11 cm, hauteur = 22 cm) saines et dégradées réalisées à partir de la composition de béton des fûts de stockage de déchets. Nous nous intéressons ici à l'évolution de la rigidité du matériau (module d'Young) dans la zone de comportement élastique. Le module d'Young du béton varie dans la zone dégradée des éprouvettes de la façon suivante :

$$E(x) = (1-V(x))E_0$$

Avec E le module d'Young qui varie en fonction de la profondeur dégradée (x), V(x) une fonction de vieillissement et E₀ le module d'Young du matériau sain. V(x) varie entre 0 (matériau parfaitement sain) et 1 (matériau complètement dégradé). La schématisation de la dégradation des éprouvettes et de l'évolution du module d'Young est donnée sur la figure 17.

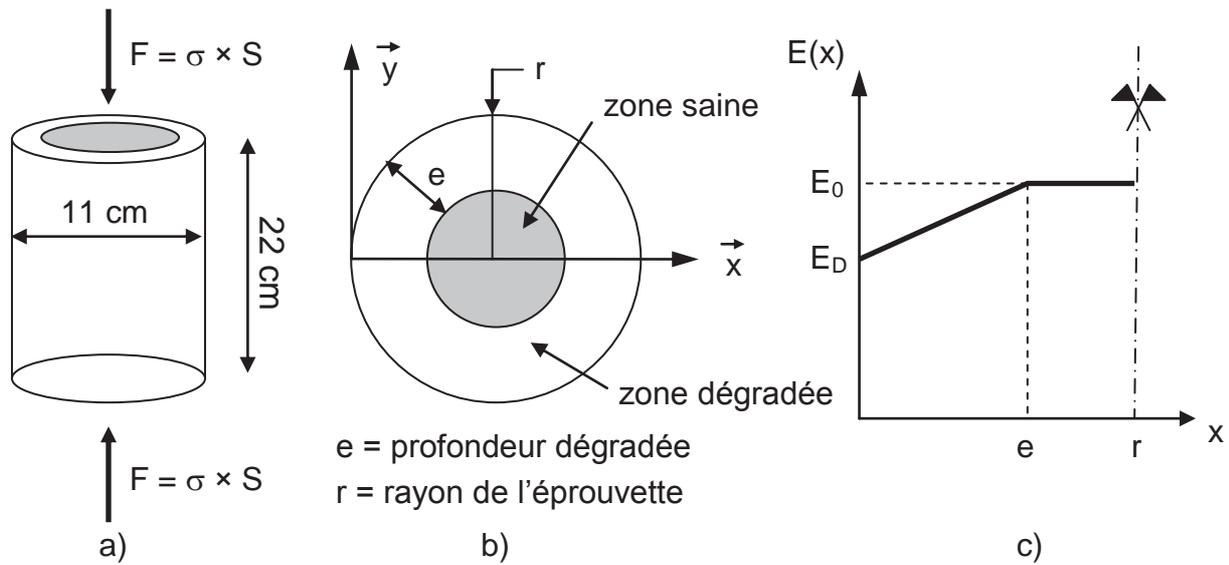


Figure 17 : Schématisation de la dégradation des éprouvettes : a) essai de compression sur cylindre de section S ; b) section du cylindre dégradée ; d) évolution du module d'Young en fonction de la profondeur dégradée.

5.3.) A partir de la schématisation de la figure 17, déterminer $V(x)$ en fonction de E_0 , E_D , e et x .

5.4.) Déterminer $E(x)$ lorsque $x = 0$, $x = e/2$ et $x = e$. Conclure sur l'évolution de $V(x)$.

Dans la zone dégradée des éprouvettes le module d'Young n'est pas constant. En première approximation, le module d'Young de la zone dégradé (E_{DM}) sera pris en valeur moyenne sous la forme :

$$E_{DM} = (E_D + E_0)/2$$

Des résultats des essais de compression sur les éprouvettes (11 × 22 cm) saines et dégradées sont rassemblés dans le tableau 4.

E (MPa)	55000	51762,18	48768,72	46019,63
e (mm)	0	4	8	12

Tableau 4 : E, module d'Young des éprouvettes en fonction de la profondeur dégradée (e).

5.5.) En utilisant une analogie rhéologique simple déterminer le module d'Young (E) d'une éprouvette en fonction de E_0 , E_D , e et r .

5.6.) A partir du résultat précédent et du tableau 4, déterminer E_D en fonction de E_0 et conclure.

5.7.) Déterminer E_{DM} , $E(x)$ et $V(x)$ pour $e = 4$ mm, 8 mm et 12 mm. Conclure sur l'évolution de $V(x)$.

La figure 18 montre l'évolution linéaire de la profondeur dégradée des éprouvettes au cours du temps (racine carrée du temps exprimée en $\sqrt{[\text{jour}]}$) pour des essais accélérés sur des bétons ordinaires et des bétons hautes performances.

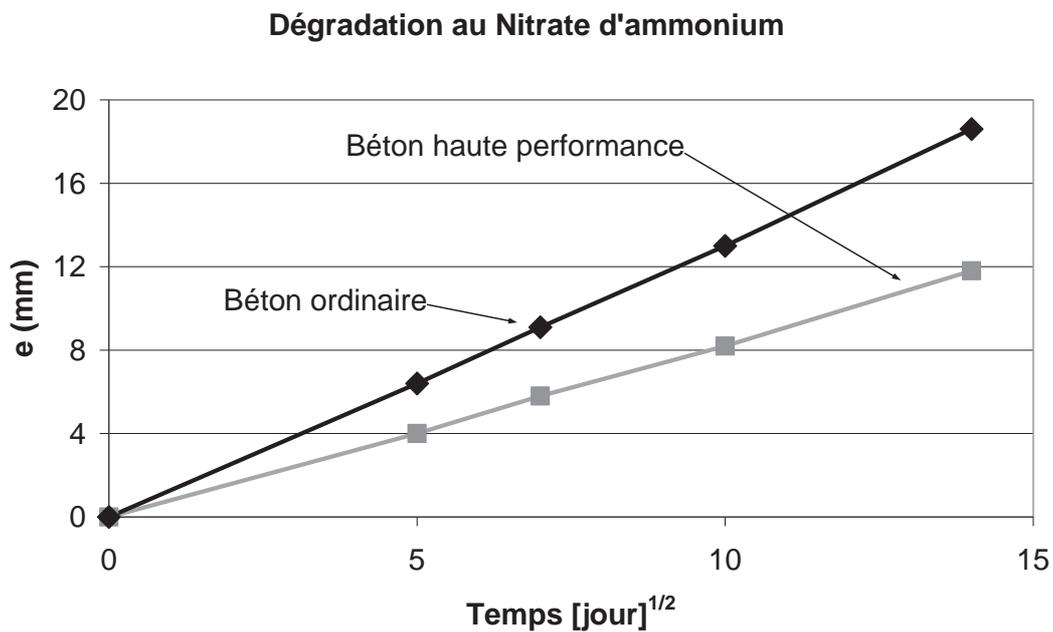


Figure 18 : Evolution de la profondeur dégradée au cours du temps pour des essais accélérés.

La figure 19 montre le résultat d'une modélisation de l'évolution de la dégradation à l'eau pure d'un béton ordinaire en fonction du temps (racine carrée du temps exprimée en $\sqrt{[\text{année}]}$).

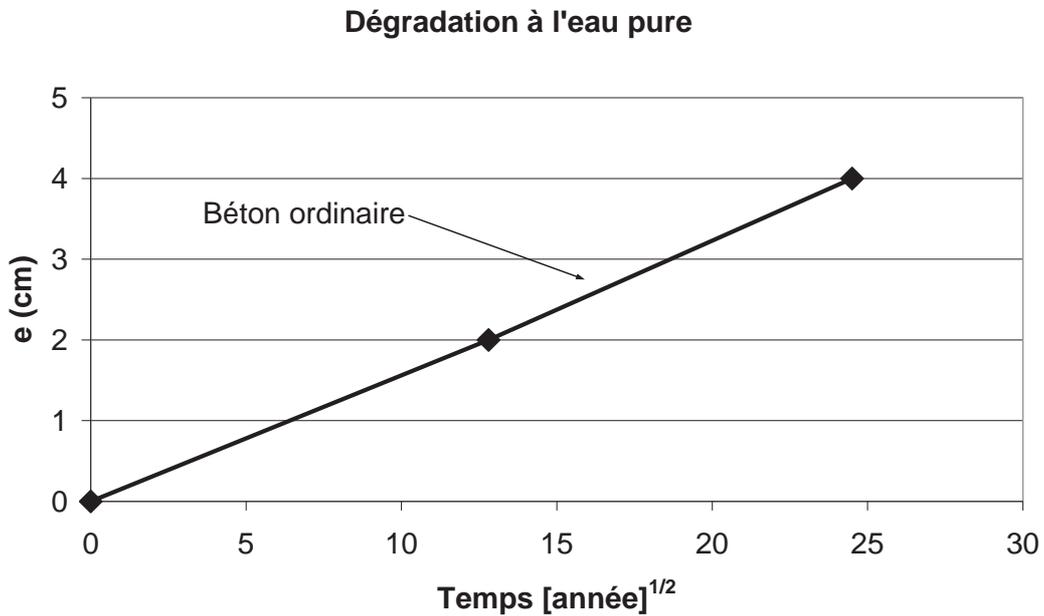


Figure 19 : Modélisation de l'évolution de la profondeur dégradée au cours du temps pour des essais à l'eau pure.

5.8.) En utilisant les résultats des figures 18 et 19, estimer la profondeur dégradée des fûts de stockage à la fin d'une période de surveillance de 600 ans puis estimer la rigidité moyenne du béton dans la zone dégradée et enfin, conclure sur la durabilité des fûts de stockage.