

2. MODÉLISER LA CONVERSION DE L'ÉNERGIE ÉOLIENNE EN ÉNERGIE MÉCANIQUE

Objectif : estimer la puissance mécanique produite à l'entrée de la génératrice synchrone pour une vitesse de vent $V = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. À cette vitesse de vent, la fréquence de rotation de l'éolienne ω_{10} sera de $70 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$.

2.1. Hypothèses et notations

Les paramétrages d'un bras et d'une pale de l'éolienne sont fournis (figures 4 et 5) :

- $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen lié au bâti 0 ;
- $R_1 = (P_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à la pale 1 de l'éolienne tel que $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- $R_r = (P_1, \vec{x}_r, \vec{y}_r, \vec{z}_r)$ un repère lié à la pale 1 de l'éolienne tel que $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_r) = (\vec{y}_1, \vec{y}_r)$;
- la vitesse de rotation de l'éolienne est notée $\vec{\Omega}(1/0) = \omega_{10} \vec{z}_0 = \dot{\theta} \vec{z}_0$;
- la corde de la pale (longueur AB) est portée par $\vec{y}_1$. P_1 est le centre de poussée ;
- la direction du vent est fixe par rapport à R_0 . On a $\vec{V}(P_1 \in V/0) = -V \vec{y}_0$.

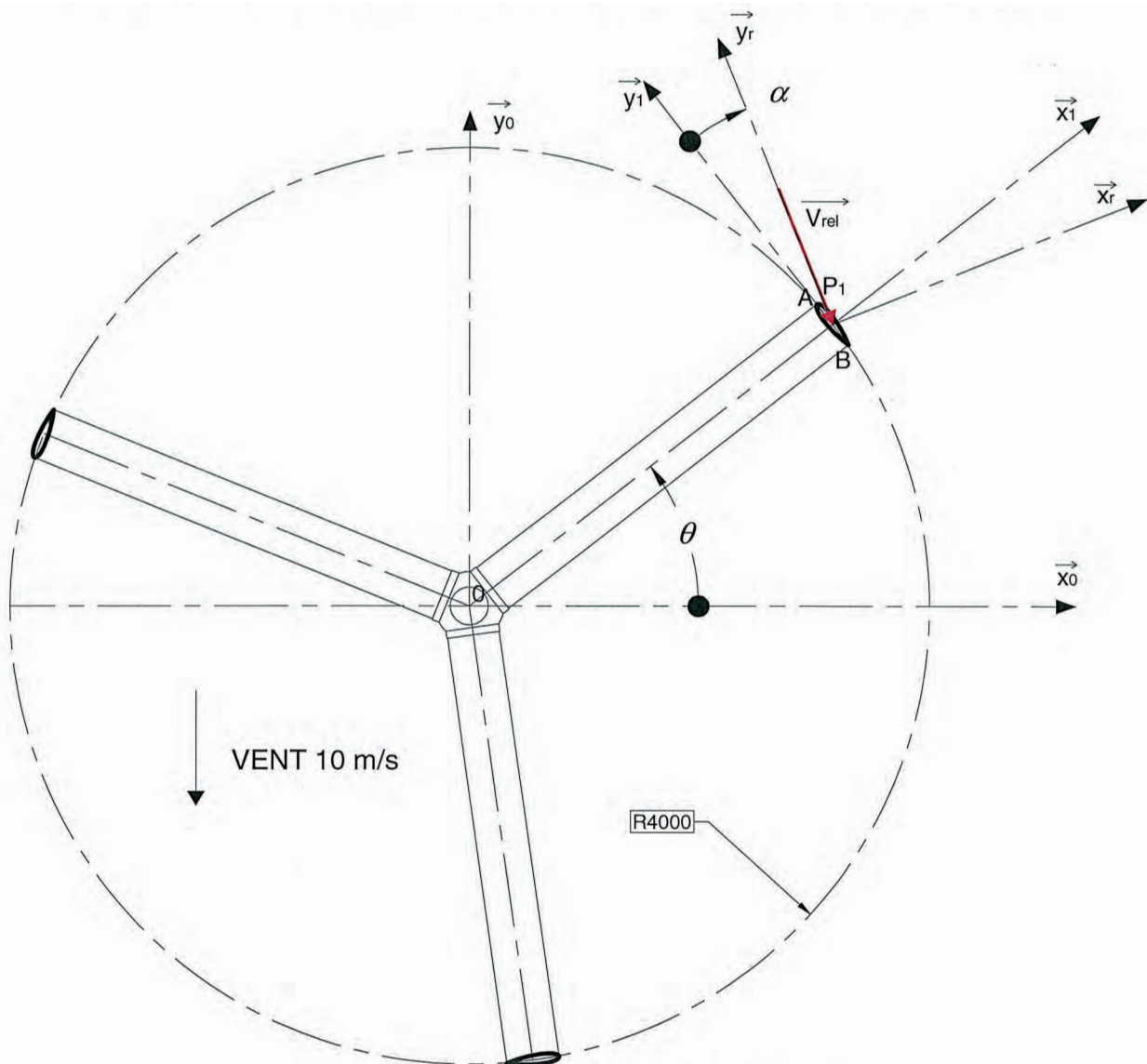


Figure 4 : paramétrage de l'éolienne

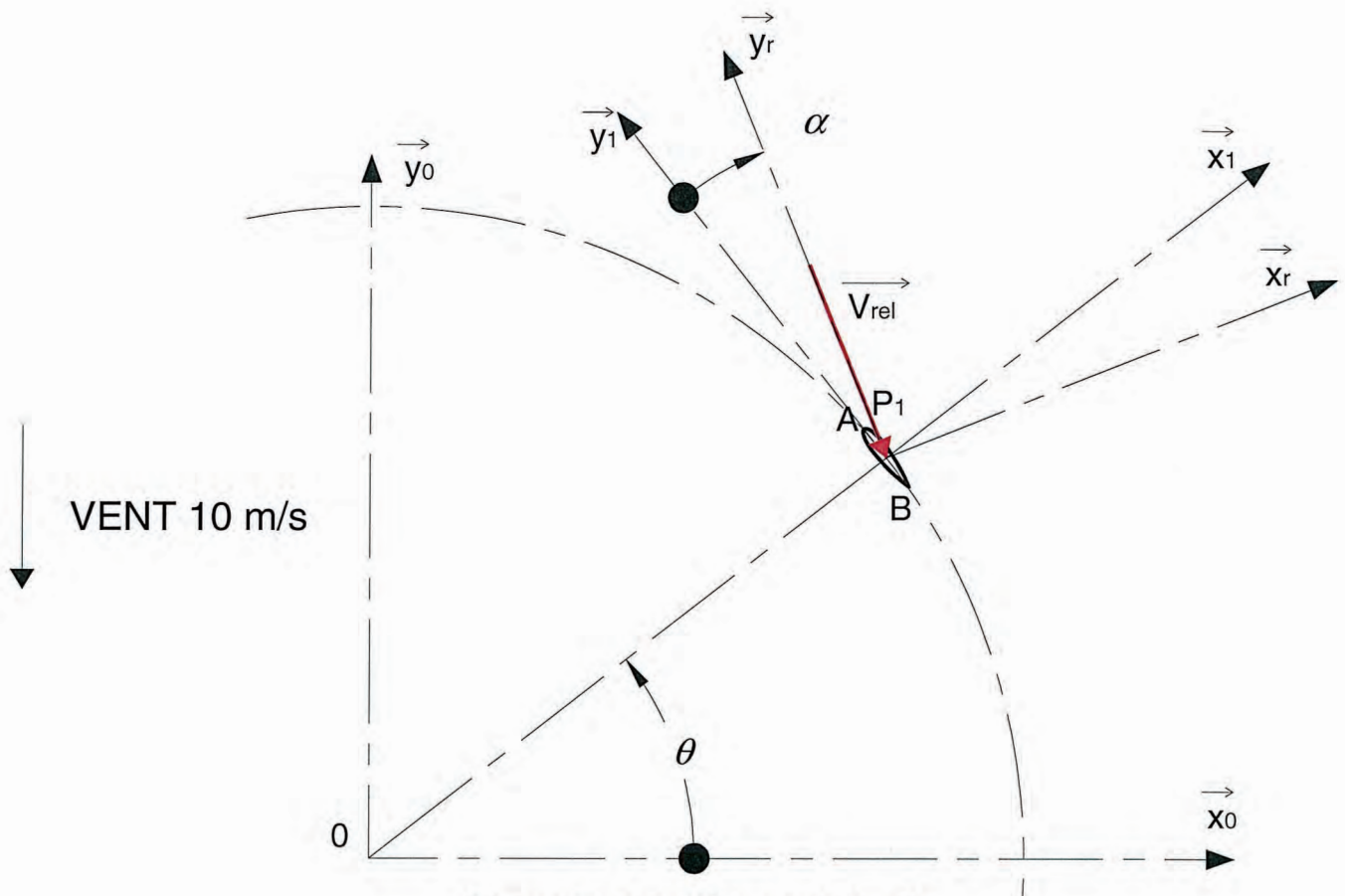


Figure 5 : paramétrage de la pale

Question 5 : représenter sur le document réponse DR1 pour chaque position de la pale P_1 entre 0 et 180° :

- le vecteur vitesse $\vec{V}(P_1 \in V/0)$;
- le vecteur vitesse $\vec{V}(P_1 \in 0/1)$;
- le vecteur vitesse $\vec{V}(P_1 \in V/1)$.

Repérer l'angle α .

Question 6 : déterminer $\vec{V}(P_1 \in V/1)$ en fonction de R , ω_{10} et θ . Exprimer le résultat dans

la base B_1 . Si on note $\lambda = \frac{R\omega_{10}}{V}$, déduire les expressions de :

- $V_{rel} = \|\vec{V}(P_1 \in V/1)\|$ en fonction de V , λ et θ ;
- α en fonction de λ et θ .

Compléter le tableau du document DR1.

2.2. Couple disponible en sortie de rotor de l'éolienne

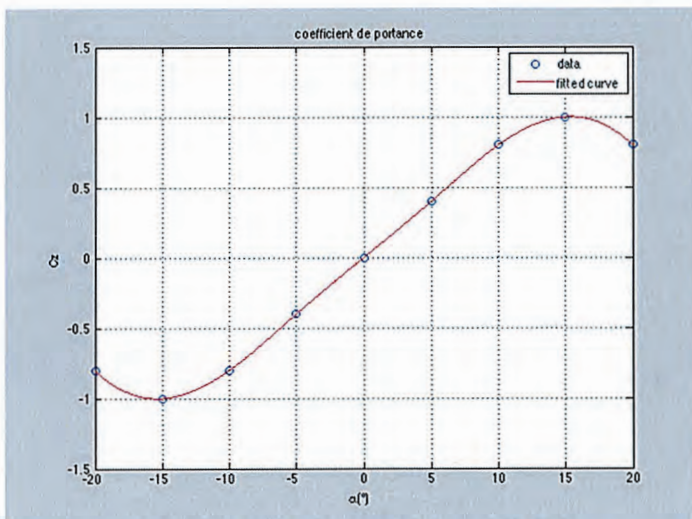
Les pales sont symétriques et présentent une corde de 45 cm. Les caractéristiques de portance et de traînée sont fournies figure 6.

Les actions mécaniques du vent agissant sur la pale 1 sont modélisables par le torseur glisseur suivant exprimé en P_1 , centre de poussée :

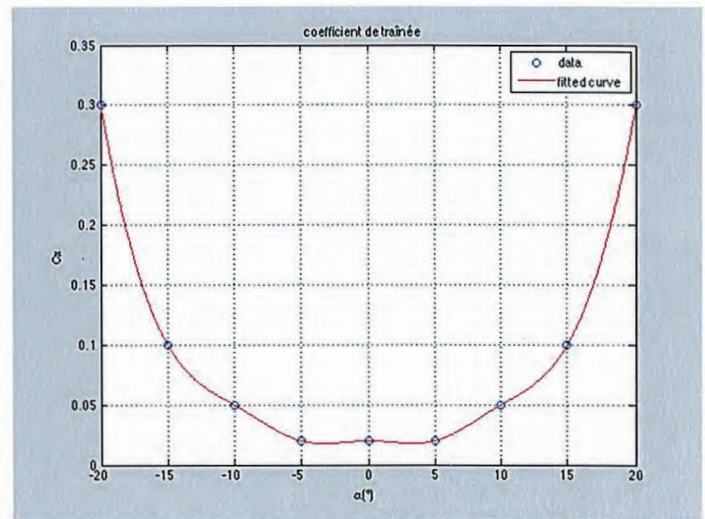
$$\{T(V \rightarrow P)\} = \begin{cases} \vec{R}(V \rightarrow P) = -R_x \vec{x}_r - R_y \vec{y}_r \\ \vec{M}(P_1, V \rightarrow P) = \vec{0} \end{cases}$$

avec

- $R_x = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_x(\alpha) \cdot V_{rel}^2$ désigne la portance ;
- $R_y = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_y(\alpha) \cdot V_{rel}^2$ désigne la traînée ;
- $S = 3,6 \text{ m}^2$ est la surface projetée du profil de la voileure selon la normale à sa corde ;
- $\rho = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ est la masse volumique de l'air dans les conditions normales de pression ;
- $C_x(\alpha)$ et $C_y(\alpha)$ respectivement les coefficients de portance et de trainée qui dépendent de l'angle d'incidence α .



Coefficient de portance $C_x(\alpha)$
en fonction de l'angle d'incidence du vent



Coefficient de trainée $C_y(\alpha)$
en fonction de l'angle d'incidence du vent

Figure 6 : coefficients de portance et de trainée

Question 7 : à partir d'une soufflerie et d'une pale, proposer en quelques lignes les principales étapes d'une démarche expérimentale ainsi que les moyens de mesure associés permettant l'obtention des coefficients $C_x(\alpha)$ et $C_y(\alpha)$.

Les figures 7 et 8 représentent respectivement en fonction de θ position angulaire de la pale P_1 :

- l'évolution de la vitesse du vent relatif $V_{rel} = \|\vec{V}(P_1 \in V/1)\|$ en m/s ;
- l'évolution de α angle d'incidence du vent sur la pale P_1 en degrés.

Ces résultats devront être utilisés dans la suite de l'étude.

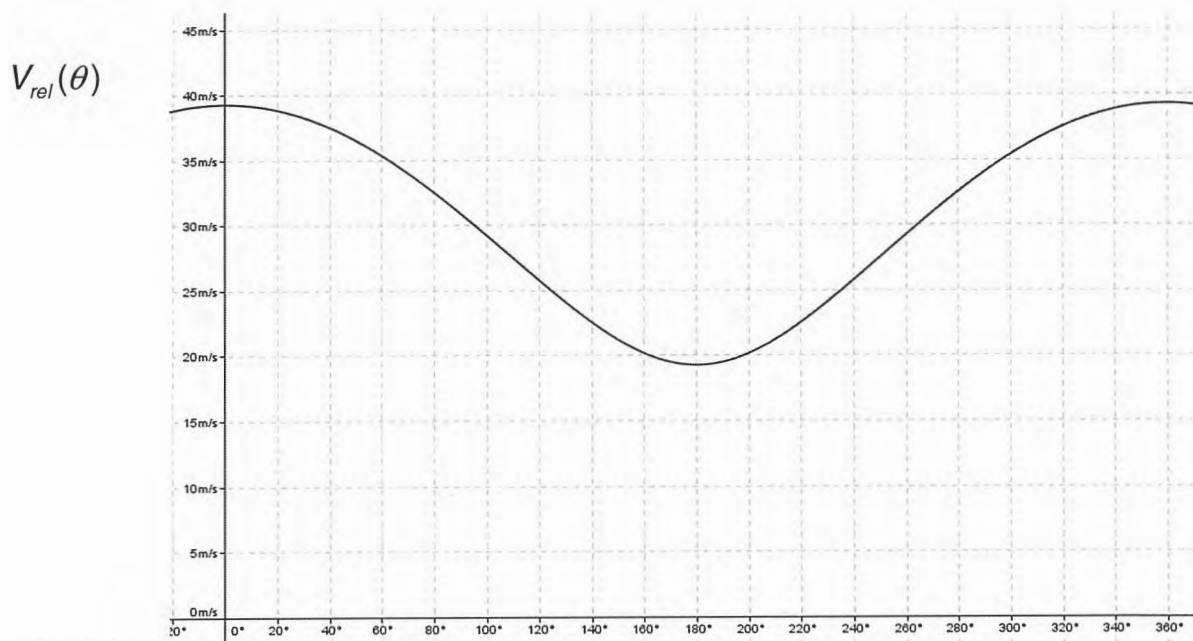


Figure 7 : évolution de la vitesse du vent relatif en fonction de la position angulaire de la pale

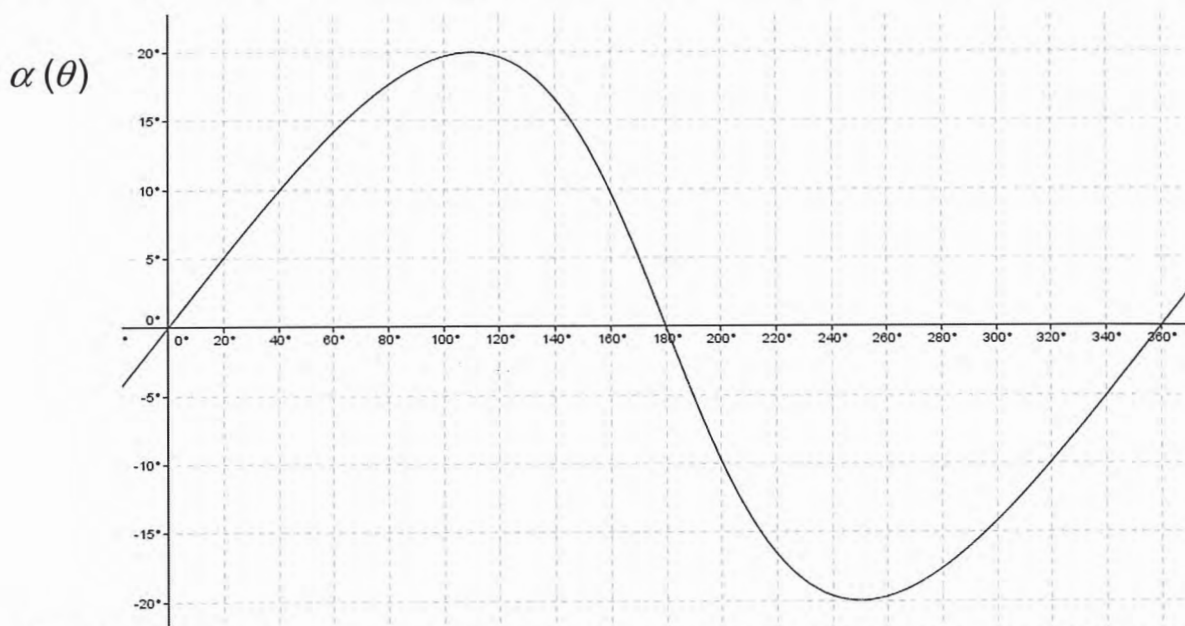


Figure 8 : évolution de l'angle d'incidence en fonction de la position angulaire de la pale

Question 8 : pour les différentes positions de la pale P_1 , compléter le document réponse DR1 en calculant les intensités de la portance R_x , de la trainée R_y et de $\|\vec{R}(V \rightarrow P)\|$.

Question 9 : exprimer $\vec{M}(O, V \rightarrow P)$ sous la forme $\vec{M}(O, V \rightarrow P) = [AC_x(a) + BC_y(a)] \vec{z}_1$. Exprimer A et B en fonction de ρ , S , R , V , θ , λ et α .

À partir des données (figure 6) et en prenant en compte les perturbations du vent dues à la rotation des 3 pales, on retient les simplifications suivantes :

- $\sin \alpha = \alpha$ et $\cos \alpha = 1$;
- $C_x(\alpha) = k\alpha$ avec $k = 1,28 \text{ rd}^{-1}$ et α en radians ;
- $C_y(\alpha) = 0$.

Question 10 : montrer alors que $\vec{M}(O, V \rightarrow P) = k \frac{\rho S R}{2} V^2 F(\theta) \vec{z}_1$ avec $F(\theta) = \left(\frac{\sin \theta}{\lambda + \cos \theta} \right)^2 (1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \theta)$.

2.3. Puissance mécanique théorique disponible

Question 11 : exprimer le couple engendré par les 3 pales sur le rotor de l'éolienne.

Le tracé de la courbe $\sum_{m=0}^2 F(\theta + m \frac{2\pi}{3})$ est fourni figure 9 avec θ exprimé en radians.

Question 12 : en déduire la puissance mécanique théorique disponible sur le rotor de la génératrice synchrone.

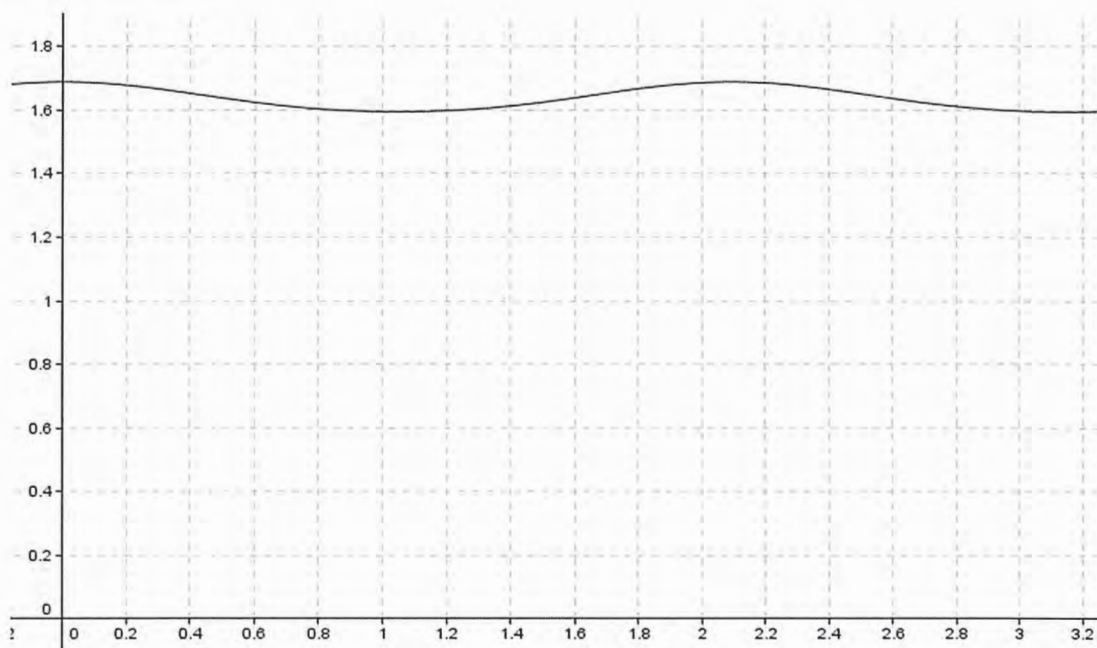


Figure 9 : représentation de $\sum_{m=0}^2 F(\theta + m \frac{2\pi}{3})$

Question 13 : quelles sont les grandeurs significatives fournies par la courbe ? Quelle est leur incidence sur la conception et le dimensionnement du mât ?

3. MODÉLISER LA CONVERSION DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE EN ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

Objectif : valider la structure de la chaîne de conversion de l'énergie éolienne en énergie électrique puis choisir une loi de commande des convertisseurs de puissance permettant de minimiser les pertes électriques. En production, la vitesse de rotation de l'éolienne est de $70 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. Le contrôle est réalisé par la commande du couple de la machine synchrone associée.

3.1. Structure de la chaîne de conversion d'énergie

La structure de la chaîne de conversion électromécanique de l'éolienne est donnée figure 10. Elle est constituée d'une génératrice synchrone associée à deux convertisseurs statiques de puissance.

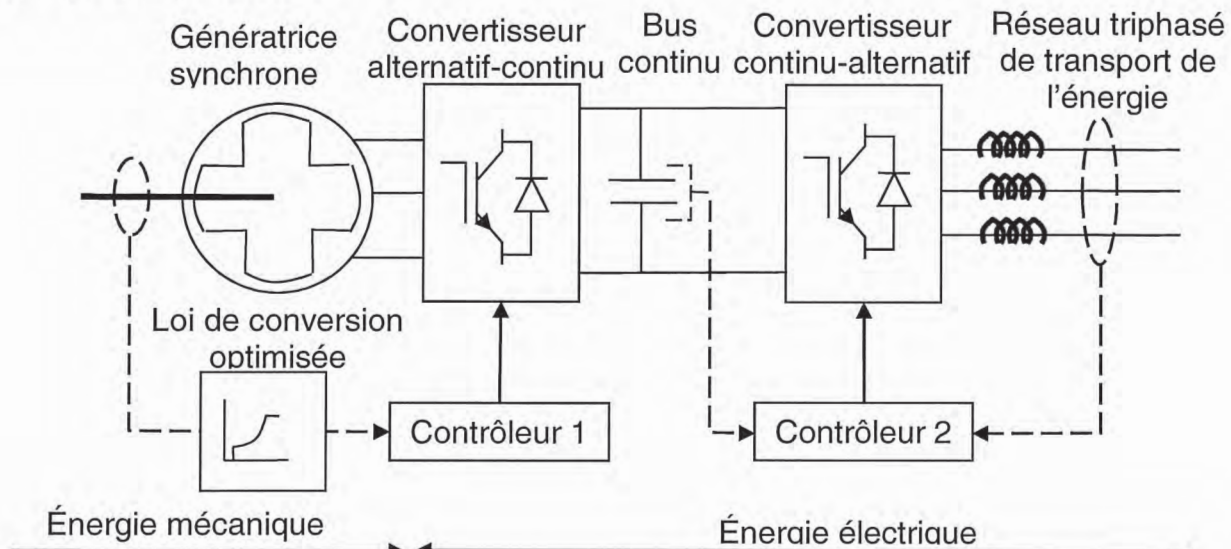


Figure 10 : structure de la chaîne de conversion d'énergie

L'adaptation de l'énergie électrique produite par la génératrice synchrone au réseau de transport s'effectue en deux étapes :

- un **convertisseur alternatif continu** assure le contrôle de la génératrice et en particulier le couple résistant qu'elle oppose à l'éolienne, à partir d'une loi de commande fixant le couple optimal en fonction de la vitesse du vent et de la vitesse de rotation des pales ;
- un **convertisseur continu-alternatif** côté réseau maintient la tension du bus continu à la tension souhaitée en injectant de la puissance active sur le réseau en fonction de la puissance produite par la génératrice.

3.2. Contrôle du transfert d'énergie

Objectif : valider la structure de conversion en montrant qu'elle permet d'ajuster le réglage de la puissance électrique produite par la génératrice, sachant que la conversion électromécanique est réalisée par une génératrice synchrone à aimants permanents associée à un convertisseur alternatif-continu fonctionnant en redresseur.

Le schéma équivalent monophasé de la génératrice synchrone débitant sur le convertisseur alternatif – continu modélisé comme une source de tension idéale est fourni figure 11.

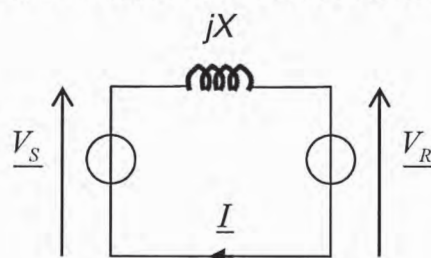


Figure 11 : schéma équivalent monophasé de la génératrice synchrone débitant sur le redresseur

Les courants et les tensions sont supposés parfaitement sinusoïdaux de pulsation ω .

On note :

- $\underline{V}_S$ la représentation complexe de $v_s(t)$, force électromotrice de la génératrice synchrone ;
- $\underline{V}_R$ la représentation complexe de $v_R(t)$, tension d'entrée du convertisseur alternatif-continu ;
- $\underline{I}$ la représentation complexe de $i(t)$, le courant statorique ;
- δ l'avance de phase de $v_R(t)$ par rapport à $v_s(t)$;
- φ l'avance de phase de $i(t)$ par rapport à $v_s(t)$;
- $X = I_s \omega$ la réactance de la génératrice avec $I_s = 35 \text{ mH}$.

La tension $v_s(t)$ est prise comme référence.

Question 14 : en prenant $\underline{V}_S$ comme référence de phase tracer le diagramme de Fresnel et écrire la relation liant $\underline{V}_S$, $\underline{V}_R$, $\underline{I}$ et X .

Soient V_S et V_R les valeurs efficaces respectives de $v_s(t)$ et de $v_R(t)$.

Question 15 : exprimer la puissance active P_S et la puissance réactive Q_S fournies par la génératrice synchrone en fonction de V_S , V_R , X et δ .

En fonctionnement normal, l'angle δ reste petit.

Question 16 : donner dans ces conditions l'expression approchée de P_S et de Q_S . Sur quels paramètres du système peut-on agir pour régler le transfert d'énergie de la source vers la charge ?

Le générateur étant pourvu d'aimant permanent, il n'est pas nécessaire de produire un courant magnétisant statorique. On impose donc $Q_S = 0$.

Question 17 : déterminer les expressions de δ et de V_R lorsque $Q_S = 0$.

L'arbre du générateur est équipé d'un capteur de position angulaire et de vitesse angulaire. On dispose également d'un capteur de courant dans chaque phase du stator.

Question 18 : conclure sur la possibilité de contrôler la puissance active convertie par la génératrice synchrone.

4. DIMENSIONNER L'IMPLANTATION DE L'ÉOLIENNE SUR LE SITE

Objectif : valider les conditions de chargement de l'éolienne pour un vent extrême de 55 m/s afin d'assurer une implantation convenable de cette dernière sur le site.

Pour cela, deux études sont réalisées :

- validation du mât en termes de contraintes et de déformations subies ;
- vérification du dimensionnement du massif de fondation.

4.1. Validation du mât en termes de contraintes et de déformations

4.1.1. Caractéristiques de l'éolienne

Mât	hauteur L	12 m
	diamètre extérieur D_e	540 mm
	épaisseur e	10 mm
	limite élastique σ_e	235 Mpa
	module d'Young E	210 000 MPa
	poids du mât	16 kN
	masse volumique ρ	7 900 kN·m ³
	section S	
Rotor	poids du rotor	18 kN
Fondation en béton armé	poids volumique	25 kN·m ³
	largeur	3,8 m
	longueur	3,8 m
	épaisseur	0,8 m

Une modélisation numérique aérodynamique a été réalisée avec un vent de 55 m.s. Le résultat de cette modélisation montre que l'action du vent sur l'ensemble de l'éolienne peut être approximée par une action horizontale statique de 22 kN appliquée en tête du mât. L'action du vent sera considérée parallèle au massif de fondation.

On considère une modélisation plane des actions mécaniques agissant sur le mât.

Fixation du mât dans la fondation

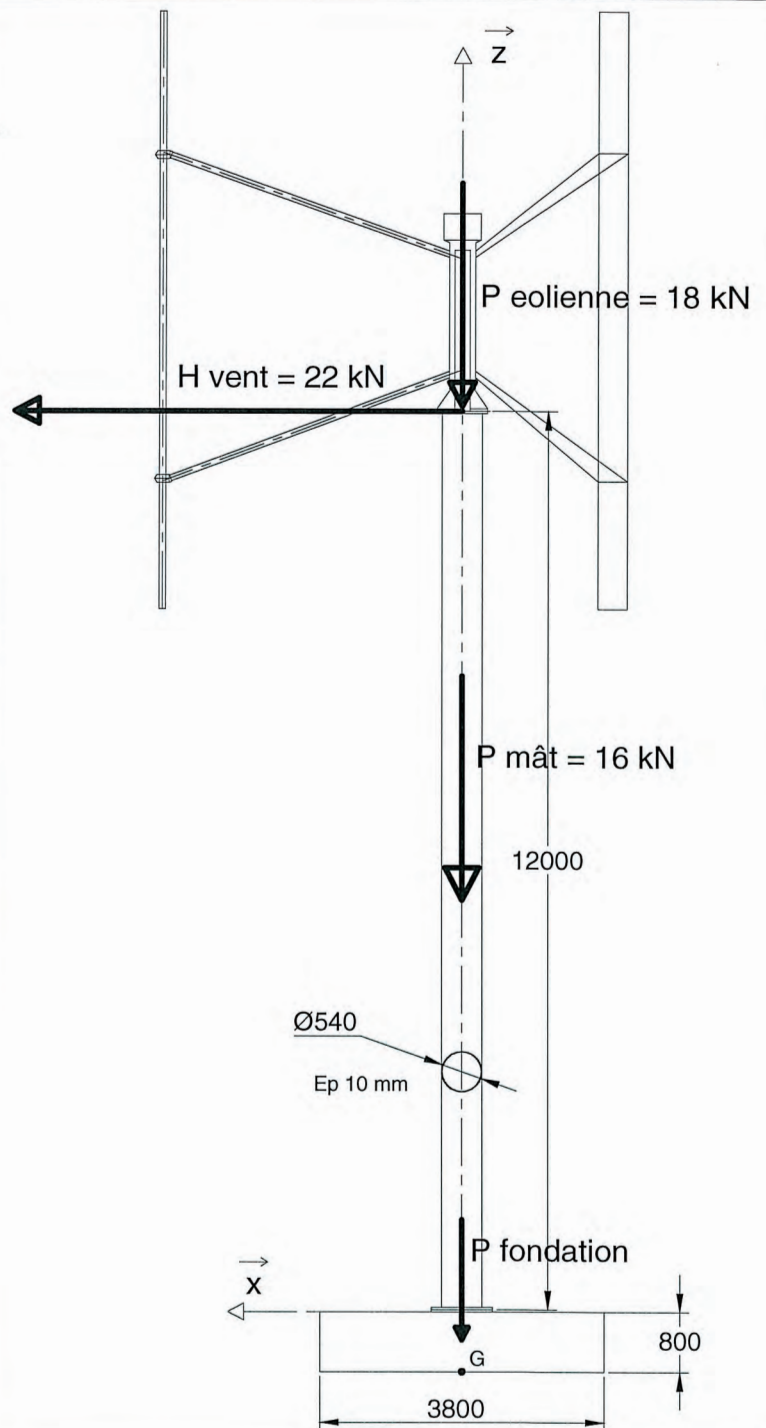
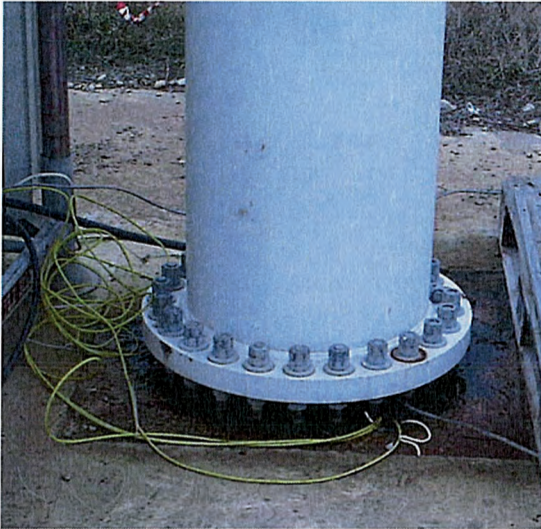


Figure 12 : le mât et son implantation

Question 19 : tracer les diagrammes représentatifs des efforts normaux et des moments fléchissants le long du mât.

Question 20 : déterminer la contrainte normale maximale subie par le mât et conclure quant à son dimensionnement.

4.1.2. Déformation du mât

Question 21 : démontrer que sous l'action de vent, le déplacement en tête du mât noté $x(L)$ est $x(L) = \frac{FL^3}{3EI_{Gy}}$. Sachant que la flèche maximale en tête de mât ne doit pas dépasser $\frac{L}{100}$, conclure.

4.2. Vérification du dimensionnement du massif de fondation

4.2.1. Hypothèses

L'implantation de l'éolienne sur le site nécessite la réalisation d'une fondation en béton armé dont les caractéristiques sont rappelées ci-dessous :

Fondation en béton armé	poids volumique	25 kN·m ³
	largeur	3,8 m
	longueur	3,8 m
	épaisseur	0,8 m

4.2.2. Vérifications du sol support

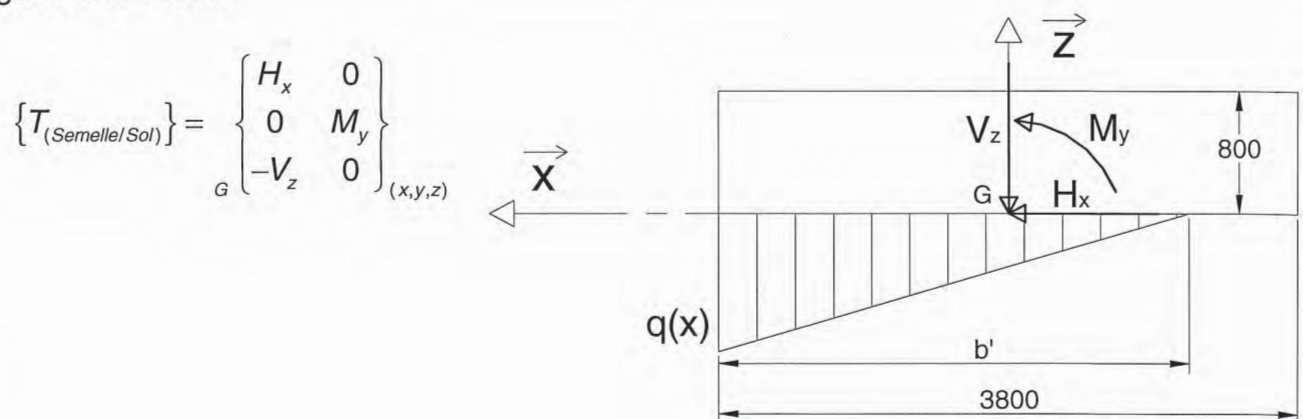
La fondation repose sur un sol support qui sera supposé homogène. Le sol est considéré en élasticité linéaire. Des essais au pénétromètre statique ont été réalisés sur le site, la contrainte admissible du sol pour notre calcul est $q_{adm} = 0,20$ MPa.

La répartition des contraintes entre la semelle de fondation et le sol est considérée linéaire de type Navier.

Sous l'action du vent, le sol peut être partiellement décomprimé. La surface de sol comprimée doit être au moins égale à 75 % de la surface totale de la semelle.

Question 22 : à l'aide de la figure 12, déterminer le torseur des actions mécaniques exercées par la semelle sur le sol au point G.

La répartition des contraintes $q(x)$ exercées par la semelle sur le sol est modélisée sur la figure ci-dessous.



Question 23 : déterminer la valeur maximale de la contrainte q et la surface de sol comprimée. La fondation retenue est-elle valide ?

5. VALIDER LE COMPORTEMENT VIBRATOIRE DU MÂT

Objectif : vérifier qu'aucune fréquence propre de vibration du mât n'est sollicitée dans les conditions normales de fonctionnement de l'éolienne. Pour cela une modélisation du comportement vibratoire du mât est nécessaire afin d'évaluer les fréquences propres de vibration de flexion rotative du mât.

5.1. Hypothèses et notations

Le rotor de l'éolienne constitue une masse tournante qui peut engendrer des vibrations en tête de mât dont les fréquences sont fonction de sa vitesse de rotation. Il faut vérifier que ces fréquences sont éloignées d'au moins 20 % des fréquences propres de la structure du mât.

Question 24 : on considère une excentration de la masse tournante de l'éolienne dont la vitesse de rotation évolue entre 0 tr.min (démarrage) et $N=70$ tr.min (condition normale d'utilisation). Quelle est la plage de fréquences de cette sollicitation ?

5.1.1. Solution n°1

La première solution envisagée par le constructeur est un mât tronconique de longueur $L = 12$ m et de section circulaire creuse de diamètre extérieur variable, à la base $D = 483$ mm et en tête $D = 219$ mm. L'épaisseur du mât est constante et vaut $e = 6$ mm. Le mât est encasté à sa base et libre à l'autre extrémité. Le rotor est modélisé par une masse ponctuelle $m = 1800$ kg installée en tête du mât.

Le constructeur fournit les trois fréquences propres suivantes :

Fréquence propre 1	Fréquence propre 2	Fréquence propre 3
0,715 Hz	10,39 Hz	31,61 Hz

Question 25 : y-a-t-il risque de résonance ?

5.1.2. Solution n°2

La seconde solution envisagée par le constructeur est un mât cylindrique dont les caractéristiques sont rappelées ci-dessous :

Mât	hauteur L	12 m
	diamètre extérieur D_e	540 mm
	épaisseur e	10 mm
	limite élastique σ_e	235 Mpa
	module d'Young E	210 000 MPa
	poids du mât	16 kN
	masse volumique ρ	7 900 kN·m ³
	section S	
	moment quadratique de la section autour de Gy noté I_{Gy}	

- le mât est encasté en pied de mât et libre en tête de mât ;
- le rotor est modélisé par une masse ponctuelle $m = 1800$ kg installée en tête ;

- les paramétrages du mât et d'un tronçon de mât sont fournis figure 13 ;
- on adopte une poutre de type Euler-Navier pour la modélisation du mât (déformations de cisaillement négligées).

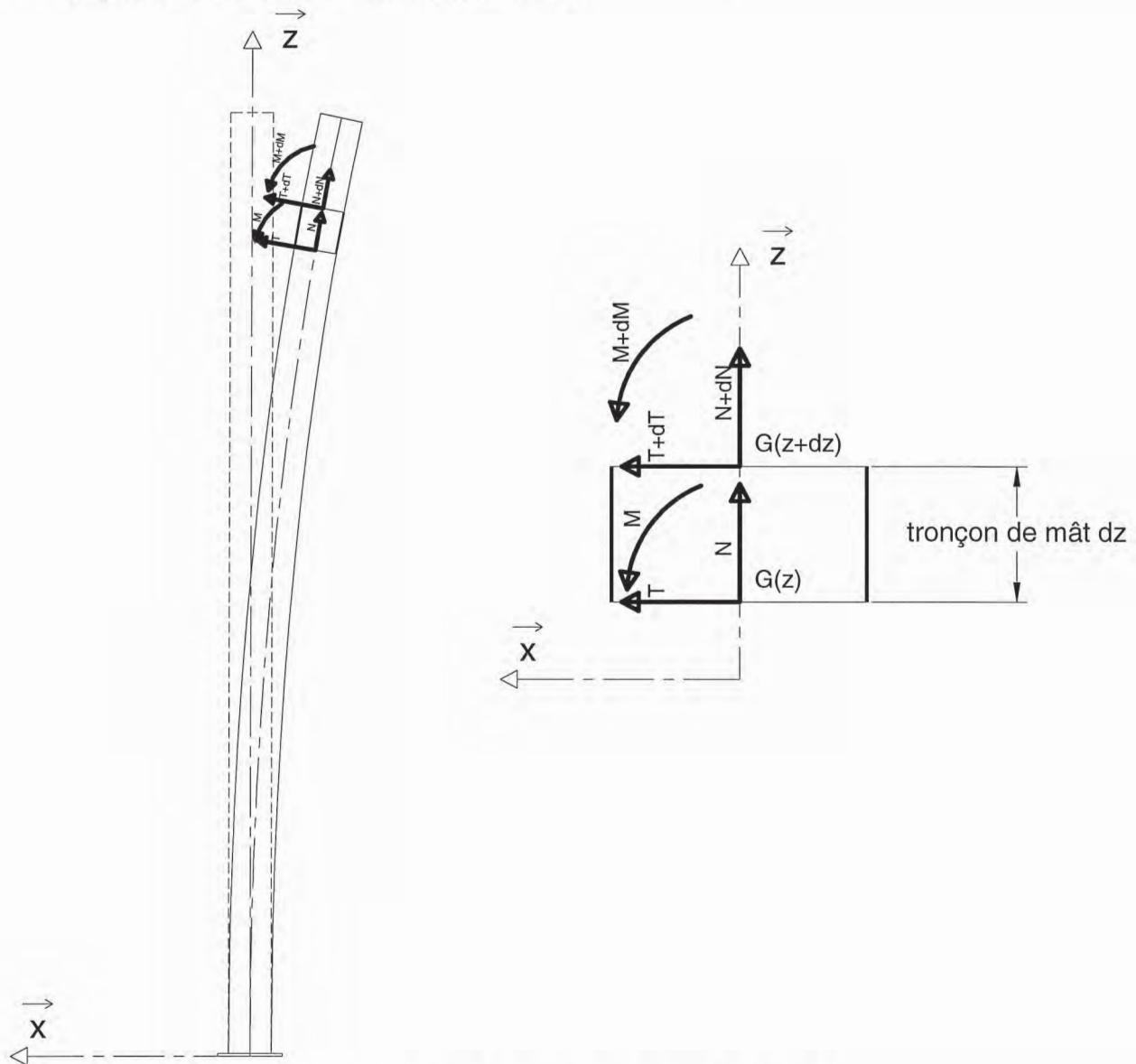


Figure 13 : mât et tronçon de mât déformé

Question 26 : par application du principe fondamental de la dynamique à un tronçon de mât de longueur dz , démontrer que $\frac{\partial^4 x(z,t)}{dz^4} + \frac{\rho S}{EI_{Gy}} \frac{\partial^2 x(z,t)}{dt^2} = 0$.

Question 27 : on pose $x(z,t) = X(z)e^{-i\omega t}$. Démontrer que $\frac{d^4 X(z)}{dz^4} - K^4 X(z) = 0$ avec $K^4 = \frac{\rho S \omega^2}{EI_{Gy}}$. Quelles sont les valeurs K_i correspondantes ?

Question 28 : vérifier que $X(z) = Ae^{Kz}$ est une solution particulière de l'équation 1. En déduire que $X(z) = A_1 \sin(Kz) + A_2 \cos(Kz) + A_3 \sinh(Kz) + A_4 \cosh(Kz)$ est la solution générale de l'équation 1.

Question 29 : à l'aide des conditions aux limites, exprimer la matrice A (4x4) définie par

$$[A] X = 0 \text{ avec } X = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}.$$

Le système $[A] X = 0$ a pour solution $X \neq 0$ si la condition $\cos(KL)\cosh(KL) = -1$ est vérifiée.

Question 30 : à l'aide de la figure 14 (simulation numérique et zoom) ou d'une résolution numérique, déterminer les valeurs de $\alpha_i = K_i L$.

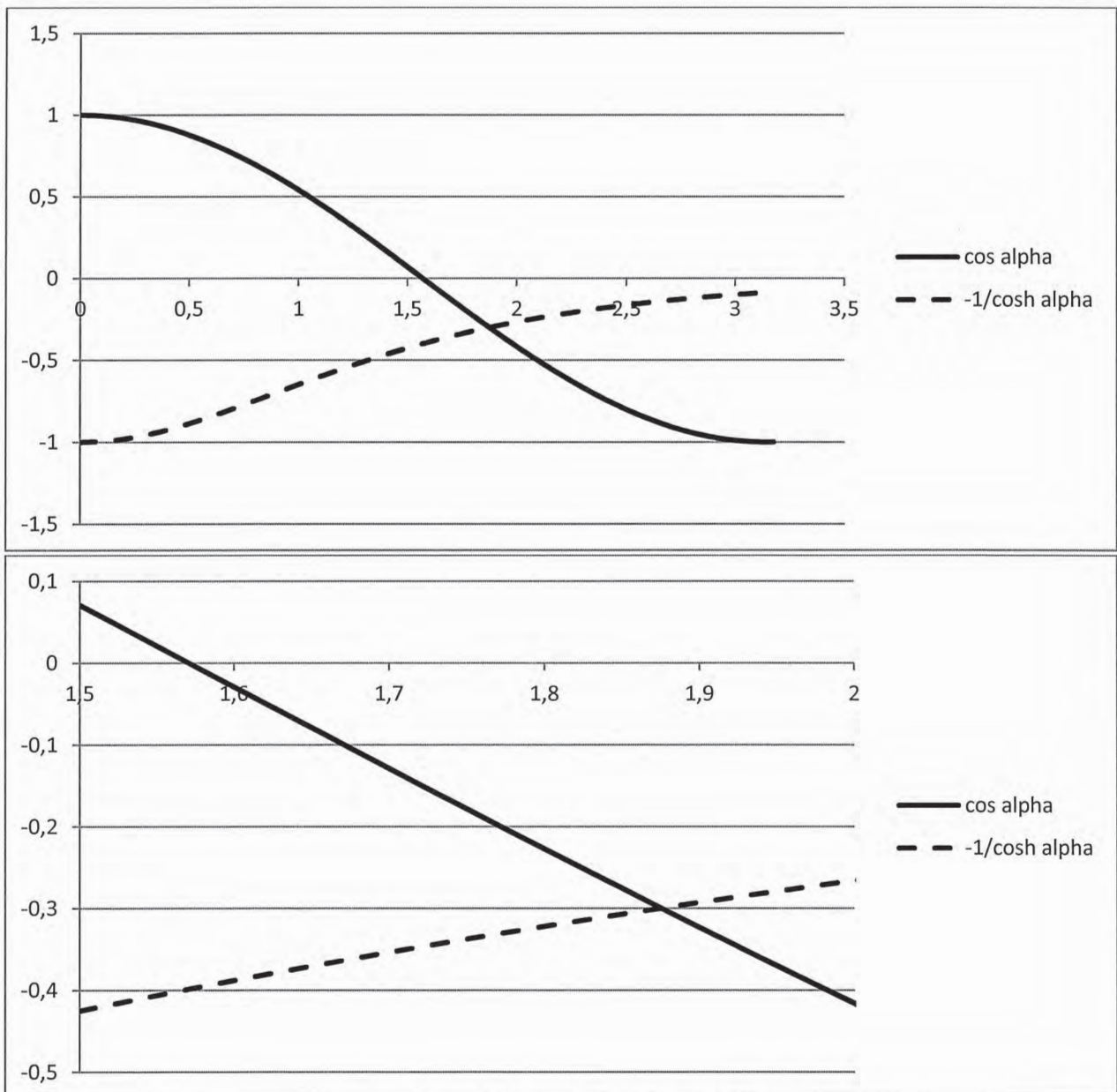


Figure 14 : simulation numérique

La résolution numérique du modèle n°2 donne les fréquences propres suivantes :

f_{i0} 3,77 Hz 23,7 Hz 65,84 Hz 129,05 Hz