



EAE SIM 2

SESSION 2016

AGRÉGATION CONCOURS EXTERNE

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE MÉCANIQUE

MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ
OU D'UNE ORGANISATION

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : *La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

A

Ce sujet comporte 3 parties :

- présentation et travail demandé pages 2 à 30 ;
- dossier technique pages 31 à 39 ;
- documents réponses pages 40 à 42.

Bras ASSIST à compliance élevée

Contexte

La cobotique est une évolution émergente de la robotique. Elle se caractérise par l'interaction entre un opérateur humain et un système robotique afin de, soit travailler avec lui, soit l'aider dans des situations particulières ou dans des tâches répétitives et fatigantes, évitant ainsi des troubles musculo-squelettiques.

Contrairement aux robots classiques, les cobots (contraction de « Robots collaboratifs ») ne remplacent pas l'homme mais l'assistent dans ses tâches, avec pour objectif d'en diminuer la pénibilité.

Alors que les robots traditionnels étaient maintenus, pour des raisons de sécurité, à l'écart des humains, avec la cobotique la robotique passe un cap essentiel : rendre des mécaniques à l'inertie parfois importante suffisamment inoffensives pour les faire évoluer sans danger en présence d'humains. Elle ouvre ainsi la voie à de nombreuses nouvelles applications, en particulier l'assistance aux opérateurs ou aux personnes handicapées.

Différentes formes de cobots existent. Les premiers sont des exosquelettes qui amplifient la force d'un opérateur. Les autres sont des modèles industriels ou domestiques dotés de capteurs et de fonctions de sécurité permettant de contrôler leur comportement en présence d'un humain. Les nouvelles générations de machines intègrent pour leur part des capteurs d'efforts ou une « peau » sensible, leur permettant de détecter voire d'anticiper un contact avec un humain et de s'immobiliser immédiatement. Pour que les cobots soient perçus par les humains comme de véritables « collègues mécaniques », les fabricants travaillent sur l'aspect psychologique, par exemple en trouvant un moyen de rendre naturel et sans conséquence un contact fortuit avec le robot.

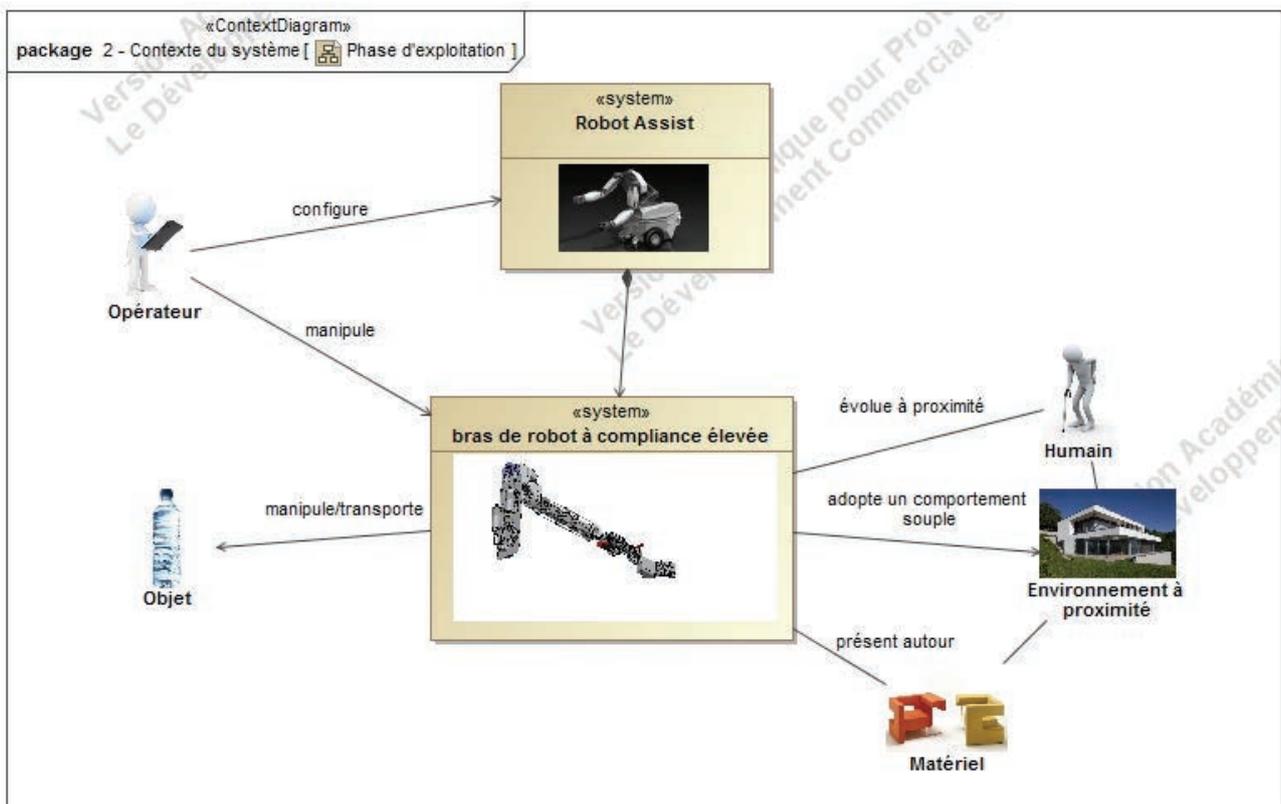


Figure 1. Diagramme de contexte du robot ASSIST

Le robot ASSIST (figure 2), utilisé ici dans un contexte domestique défini figure 1, est capable d'effectuer une tâche autonome de saisie, de manipulation et de transport d'un objet. Cette tâche s'effectue, en interaction avec l'environnement proche du robot et en toute sûreté de fonctionnement que ce soit d'un point de vue de la commande que de la mécanique

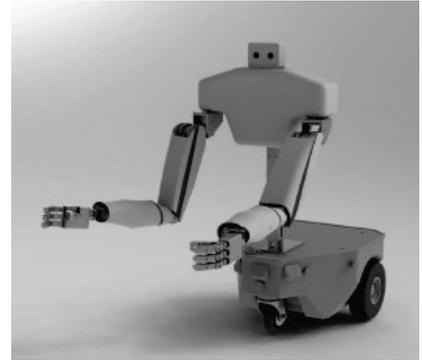


Figure 2. Robot ASSIST

Dans ce type d'environnement, il est donc nécessaire de surveiller les efforts appliqués sur le bras afin d'éviter toutes situations de mise en danger de l'être humain ou de son environnement proche. Cette capacité à adopter un comportement souple vis-à-vis de son environnement s'appelle la compliance.

Différentes directions de recherche visent à pourvoir les robots collaboratifs d'un niveau de sécurité suffisant pour un fonctionnement à proximité de l'opérateur humain.

- 1) La « soft robotics » s'intéresse à la commande de la compliance du robot et propose entre autres l'emploi de structures mécaniques innovantes, comme par exemple les actionneurs à raideur variable (rigides en mouvement libre, souples lors de l'interaction).
- 2) Dans une catégorie d'approches complémentaires, des méthodes de détection de collisions sont envisagées afin de rendre le robot manipulateur, y compris de structure mécanique classique, sensible vis-à-vis de son environnement et des actions mécaniques extérieures appliquées. Dans le scénario interactif décrit figure 3, la détection de collision permet ainsi le passage d'un mode de commande en position vers un mode de sécurité dans lequel l'opérateur peut déplacer librement le robot.

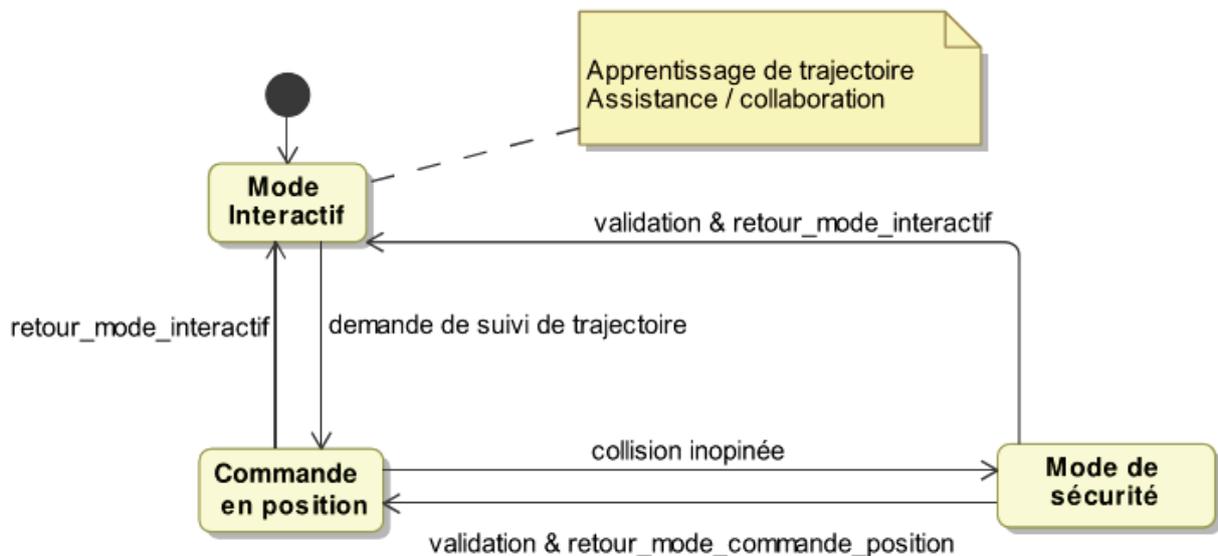


Figure 3. Scénario de détection de collision

Architecture mécanique du bras

Grâce à des développements mécatroniques, plusieurs modèles à deux bras cumulant jusqu'à 15 axes (7 par bras et une rotation sur le tronc) ont été mis au point.

L'architecture mécanique d'un bras est ici de type série à 7 degrés de liberté, comportant deux segments principaux « bras » et « avant-bras ». 7 axes sont ainsi motorisés (voir figure 4). Présentant des dimensions et une cinématique anthropomorphes, ce bras robotique a une capacité de charge de 3 kg pour une masse propre de 9,3 kg.

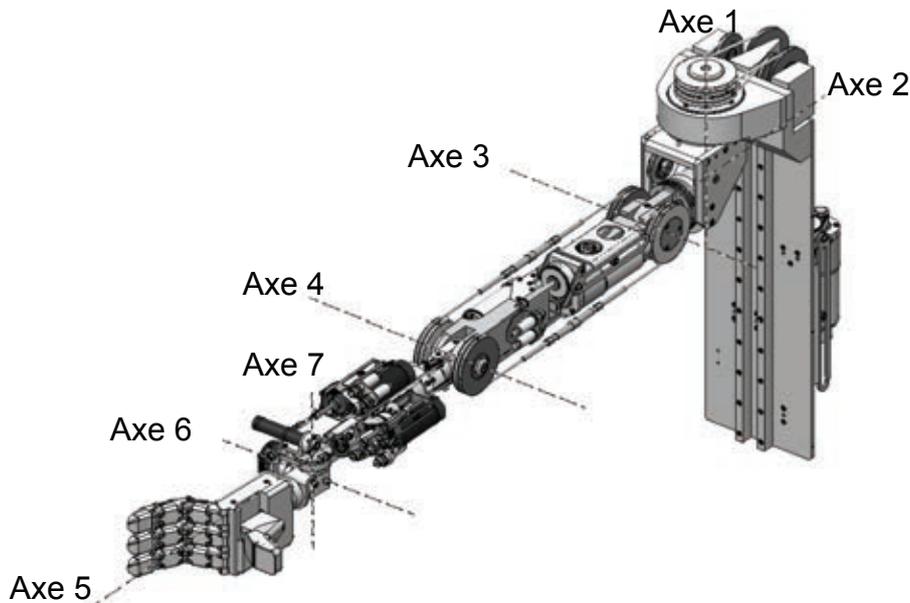


Figure 4. Identification des axes motorisés du bras ASSIST

La conception du bras ASSIST a été faite de manière à limiter le nombre de couplages mécaniques. Les actionneurs sont embarqués dans les différents segments du bras de robot. Leur répartition se fait de la manière suivante (voir figure 5) : les moteurs d'axes 1 et 2 sont situés dans la base fixe. Ils permettent d'animer deux rotations de l'épaule. Le moteur de l'axe 3 quant à lui est embarqué dans le segment « bras » avec le moteur de l'axe 4. Ils permettent d'animer la dernière rotation de l'épaule et du coude. Les moteurs d'axes 5, 6 et 7 sont embarqués dans le module « avant-bras » et reproduisent les mouvements du poignet.

L'actionnement du robot se faisant par câble, le robot est flexible. À l'impact, une partie de l'énergie sera absorbée par les câbles ajoutant ainsi de la sécurité au niveau des bras. Il est toutefois nécessaire de limiter l'élasticité en bout de bras pour améliorer la précision et la stabilité du bras.

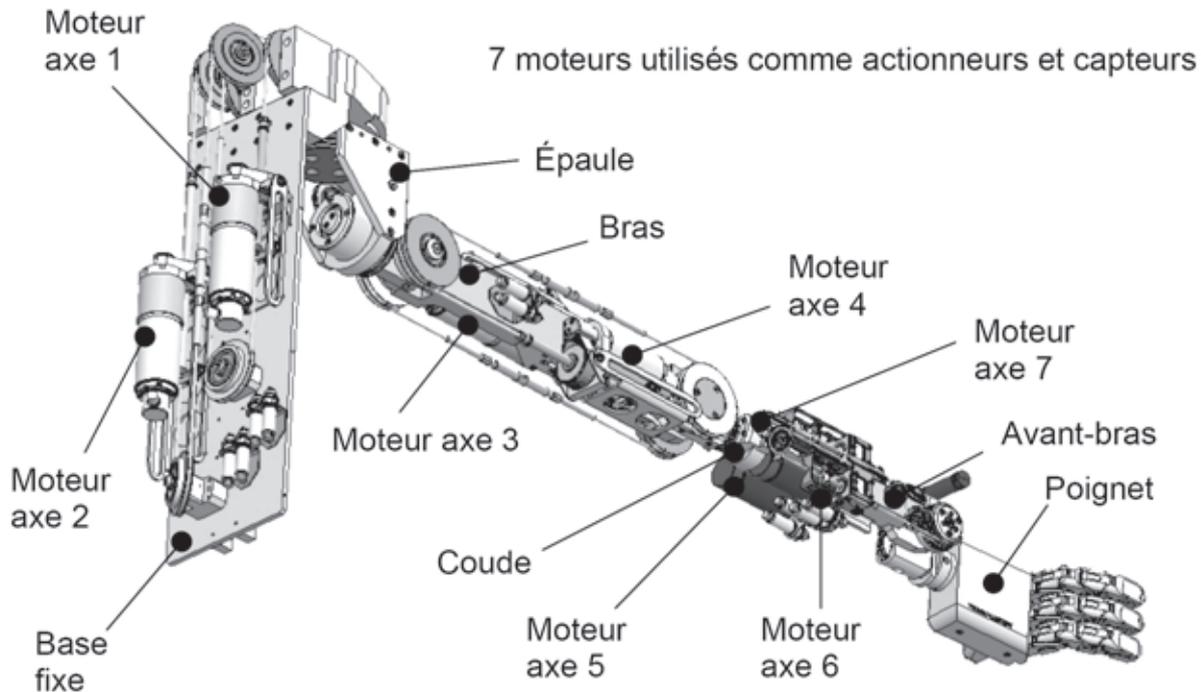


Figure 5. Positionnement des actionneurs

Architecture d'un actionneur

La structure type des motorisations d'axes est décrite sur le document technique DT1.

Problématique et architecture du sujet

La problématique traitée dans ce sujet est la suivante :

Comment assurer la compliance élevée du bras du robot ASSIST ?

La structure de l'asservissement de position est modélisée sur le synoptique de la commande fourni sur le document technique DT2.

Chaque actionneur est asservi en couple afin de fournir un couple moteur identique au couple de référence : $T_m = T_{ref}$.

Les consignes de couple T_{ref} sont déterminées pour chaque articulation à partir des mesures des angles moteurs notés $\tilde{\theta}$, et de la consigne de déplacement issue du générateur de trajectoire q_{ref} .

À chaque instant, le couple moteur τ_m est comparé au couple moteur théorique $\hat{\tau}_m$. L'écart ainsi défini, appelé résidu, est ensuite analysé dans le but de détecter d'éventuelles collisions, information transmise au générateur de trajectoire.

Cette structure de commande nécessite l'identification de différents modèles de comportement. La suite du sujet se propose d'identifier et de justifier ces modèles de comportement en se limitant aux axes d'épaule et de coude, les autres articulations étant supposées immobiles.

Ces différents modèles nécessaires sont :

- MAI et MAD, modèles articulaires indirect et direct, liant les angles moteurs θ et articulaires q ;

- MDI, modèle dynamique indirect, permettant de déterminer les couples moteurs théoriques $\hat{\tau}_m$ à partir des valeurs des angles moteurs θ et articulaires q .

La partie 1 du sujet permet de découvrir la structure matérielle du bras de robot étudié, de justifier les choix technologiques réalisés et d'établir les modèles géométriques.

La partie 2 du sujet permet de déterminer les modèles articulaires et dynamiques dans l'hypothèse d'un robot à articulation rigide et de vérifier la validité de ces modèles.

La partie 3 du sujet permet d'affiner les modèles articulaires et dynamiques en identifiant les origines des flexibilités. Cette partie analyse le comportement de la structure propre du bras puis du câble de l'actionneur, afin d'établir le modèle d'une articulation flexible.

La partie 4 du sujet porte sur l'étude du modèle dynamique du bras de robot pour une structure flexible simplifiée à 2 degrés de liberté.

La partie 5, synthèse du sujet, permet d'analyser différentes méthodes de détection de collision.

Partie 1 - Présentation du bras ASSIST et justification des choix technologiques réalisés

Les objectifs de cette partie sont de présenter et de justifier les choix technologiques réalisés concernant les chaînes d'énergie et les chaînes d'information du bras ASSIST et d'établir les modèles géométriques nécessaires à la commande du robot.

1.1. Analyse des principes de conception du bras de robot à compliance élevée

Différentes approches de compliance active sont possibles pour rendre le bras de robot souple vis-à-vis de son environnement (voir figure 6).

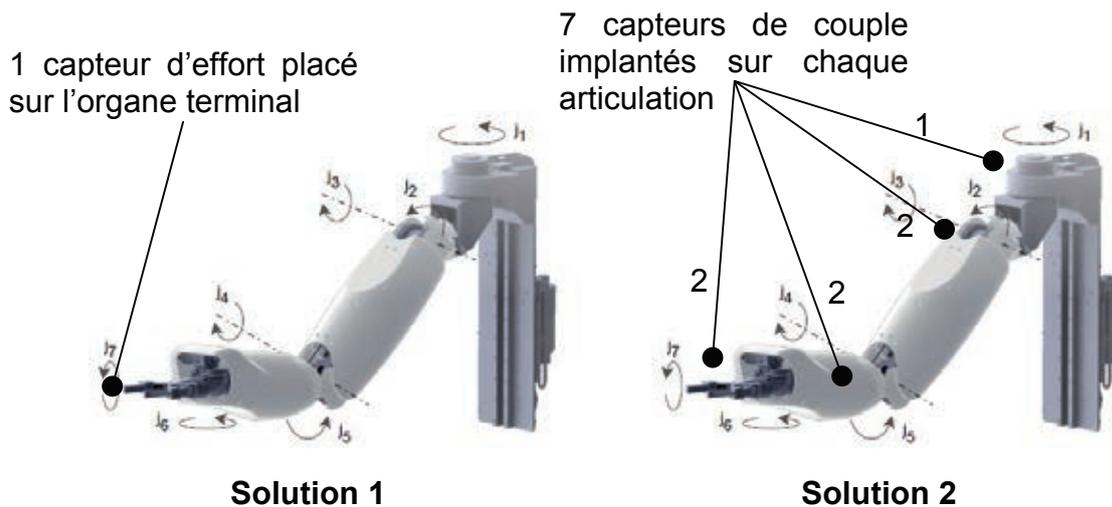


Figure 6. Approche de compliance active par intégration de capteurs d'effort ou de couple dans l'architecture du robot – exemple d'implantation des capteurs

Un capteur d'effort peut être placé sur l'organe terminal du bras (solution 1) ou des capteurs de couple peuvent être intégrés dans chaque articulation (solution 2). Le robot ASSIST quant à lui adopte une approche particulière par observation des couples moteurs associés aux différentes motorisations d'axes (solution 3).

Question 1 : après avoir comparé d'un point de vue technologique les différentes approches de compliance active exposées, justifier la pertinence d'une approche par observation des couples moteurs associés aux différentes motorisations d'axes au regard de critères d'encombrement et de sensibilité de détection d'une collision.

Le système d'actionnement du robot repose sur des vérins à câbles entraînés par des moteurs à courant continu (voir document technique DT1). Cette technologie peu encombrante, légère et à forte capacité de charge, est particulièrement adaptée pour les robots évoluant dans un environnement complexe en présence de personnes. Le niveau d'effort réduit à fournir pour actionner le mécanisme par la sortie permet à l'opérateur de manipuler librement le robot, par exemple pour l'apprentissage de trajectoires (figure 3).

Question 2 : indiquer, de manière qualitative, les principales caractéristiques cinématique et énergétique à retenir pour la conception du système d'actionnement et permettant de refléter avec une haute fidélité les efforts extérieurs s'appliquant sur le bras directement au niveau des couples moteurs.

Question 3 : indiquer en quoi le choix d'implantation des moteurs à proximité des axes motorisés permet de limiter les couplages mécaniques d'axes et les déformations du bras robotisé sous l'action d'efforts extérieurs.

Compte tenu du nombre de degrés de liberté et du nombre de segments du bras robotisé, le couplage mécanique d'axes du bras de robot est inévitable. Le bras de robot possède deux couplages mécaniques d'axes. Le premier entre l'axe 1 et l'axe 2 et le second entre l'axe 6 et l'axe 7. Nous nous intéresserons dans la suite de l'étude au premier couplage d'axes. Le couplage mécanique des axes 1 et 2 est décrit sur le document technique DT3. Les représentations proposées décrivent la conception choisie.

On note :

- $\omega_{m1/0}$ et $\omega_{m2/0}$ respectivement les vitesses de rotation des arbres moteurs 1 et 2 par rapport au bâti ;
- $\omega_{a1/0}$ la vitesse de rotation de la poulie articulaire liée à l'épaule par rapport au bâti ;
- $\omega_{a2/1}$ la vitesse de rotation de la poulie articulaire liée à la noix de couplage 2 par rapport à l'épaule 1.

Question 4 : après avoir proposé un schéma cinématique minimal décrivant la cinématique de l'épaule et mettant en évidence le couplage mécanique des 2 axes, établir les deux relations cinématiques entre $\omega_{m1/0}$, $\omega_{m2/0}$, $\omega_{a2/1}$, $\omega_{a1/0}$, k (rapport de réduction entre la vitesse de rotation du moteur 1 et celle de la poulie articulaire liée à l'épaule) et les paramètres géométriques définissant la transmission définis sur le document technique DT1. Le schéma sera réalisé dans l'objectif d'une étude cinématique. Il n'est donc pas nécessaire de respecter la géométrie réelle de l'épaule. Le paramétrage du schéma cinématique sera réalisé en fonction des informations disponibles.

1.2. Choix d'une structure de commande

Le déplacement d'un robot est spécifié par le chemin que celui-ci doit suivre. Un chemin est une séquence de points définis, soit dans l'espace opérationnel (coordonnées de l'organe terminal), soit dans l'espace articulaire (valeur des paramètres de liaisons).

Ces deux types de structures de commande possibles sont représentés figures 7 et 8.

La génération de mouvement (boucle externe) génère les trajectoires (positions, vitesses et accélérations). Elle calcule les séquences soit des variables articulaires (consigne $q_{ref}(t)$, figure 7), soit des variables liées à l'organe terminal (consigne $X_{ref}(t)$, figure 8) qui assurent le passage du robot par le chemin désiré.

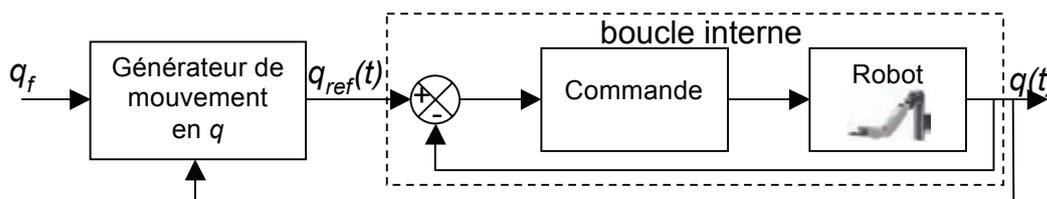


Figure 7. Génération de mouvement en coordonnées articulaires

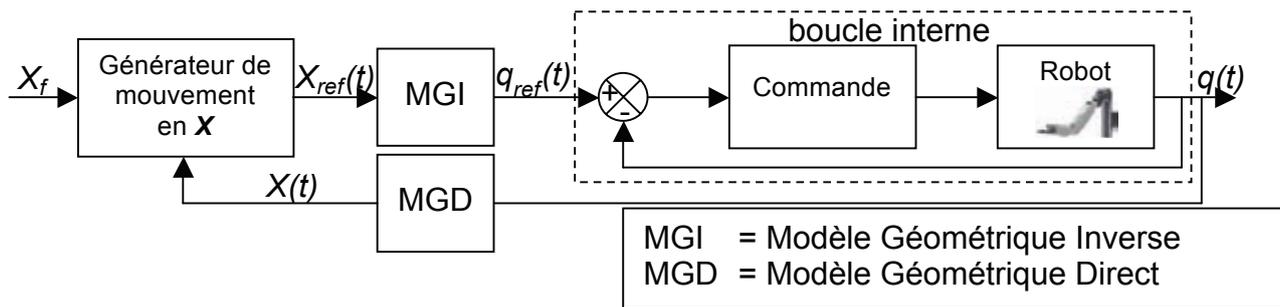


Figure 8. Génération de mouvement en coordonnées opérationnelles

Question 5 : préciser pourquoi une génération de mouvement en coordonnées opérationnelles a été retenue.

À l'aide de la figure 34 du document technique DT4, exprimer le Modèle Géométrique Direct (MGD) nécessaire pour cette commande, en formulant $X(t) = \begin{pmatrix} X_c(t) \\ Z_c(t) \end{pmatrix}$ en fonction des longueurs des bras l_3 et l_4 et des coordonnées articulaires q_3 et q_4 . La modélisation est limitée aux axes épaule et coude, les autres articulations étant supposées immobiles.

Partie 2 - Validation de l'hypothèse « robot à articulation rigide »

Dans cette partie, on limite l'étude à un seul actionneur i (par exemple l'axe d'épaule 3), en supposant les articulations rigides.

On note $q_{i,ref}$ la composante du vecteur q_{ref} correspondant.

Les objectifs de cette partie sont :

- de vérifier la validité de l'hypothèse d'un robot à articulation rigide ;
- de déterminer les modèles articulaires et dynamiques sous cette hypothèse ;
- de proposer, le cas échéant, un autre modèle.

2.1. Modélisation d'un actionneur à articulation rigide

L'objectif est d'établir les modèles articulaire inverse (MAI) et direct (MAD) liant les angles moteur θ_i et articulaire q_i , ainsi que le modèle dynamique inverse (MDI) liant $\hat{\tau}_{mi}$ l'évaluation du couple moteur à $\tilde{\theta}_i$ et ses dérivées (DT2).

On note :

- τ_{mi} le couple moteur, τ_{ri} le couple résistant ramené à l'arbre moteur, supposé connu ;
- R et L la résistance et l'inductance de l'induit ;
- J_{it} l'inertie de l'ensemble ramené à l'arbre moteur ;
- K_c la constante de couple ;
- θ_{iref} et q_{iref} les consignes angulaire moteur et articulaire ;
- q_i et \dot{q}_i les positions et vitesses articulaires ;
- $\tilde{\theta}_i$ et $\tilde{\dot{\theta}}_i$ les mesures des angles et des vitesses du moteur issues du codeur ;
- \hat{q}_i et $\hat{\dot{q}}_i$ les évaluations des positions et vitesses articulaires ;
- $\hat{\tau}_{mi}$ l'évaluation du couple moteur.

On rappelle les équations électriques et électro-mécaniques du moteur :

$$u(t) = R i(t) + L \frac{di}{dt} + e(t)$$

$$e(t) = K_c \dot{\theta}_i(t)$$

$$\tau_{mi}(t) = K_c i(t)$$

où $u(t)$ est la tension aux bornes de l'induit, $i(t)$ l'intensité, $e(t)$ la force électro-motrice et $\dot{\theta}_i(t)$ la vitesse angulaire du moteur.

Question 6 : à l'aide du descriptif de la motorisation (DT1), donner les équations des modèles articulaires inverse et directe (MAI et MAD) liant θ_{iref} à q_{iref} et $\tilde{\theta}_i$ à \hat{q}_i en fonction des paramètres géométriques de la transmission.

Donner l'équation du modèle dynamique liant τ_{mi} à l'angle moteur θ_i et ses dérivées et à τ_{ri} . Compléter sur le document réponse DR 1 le schéma bloc détaillé de l'actionneur asservi, pour lequel on note $F(p)$ la transformée de Laplace de la variable temporelle $f(t)$.

2.2. Validité du modèle de comportement à articulations rigides

On se propose dans cette partie de vérifier expérimentalement la validité du modèle à articulation rigide.

Pour cela, lors du déplacement du robot, on mesure simultanément les angles de rotation des moteurs et les positions articulaires.

Les angles de rotations moteur sont mesurés grâce aux codeurs.

En l'absence de capteurs articulaires, un laser de poursuite LEICA externe est employé afin de déterminer l'angle articulaire. Le faisceau laser est appliqué sur la cible à mesurer. Une caméra CCD dans le boîtier du capteur capte ce faisceau, de sorte que la position de la cible dans l'espace peut être calculée à partir de la position des pixels de l'image.

Ainsi, le capteur enregistre la position cartésienne de deux cibles fixées sur la poulie, l'une (cible 1) au centre (point P_0), l'autre (cible 2) sur sa périphérie (point P), de façon synchronisée avec les mesures issues des codeurs du moteur (figure 9).

On obtient ainsi des mesures indépendantes des positions de $P_0(x_0, z_0)$ et de $P(x_{mes}, z_{mes})$.

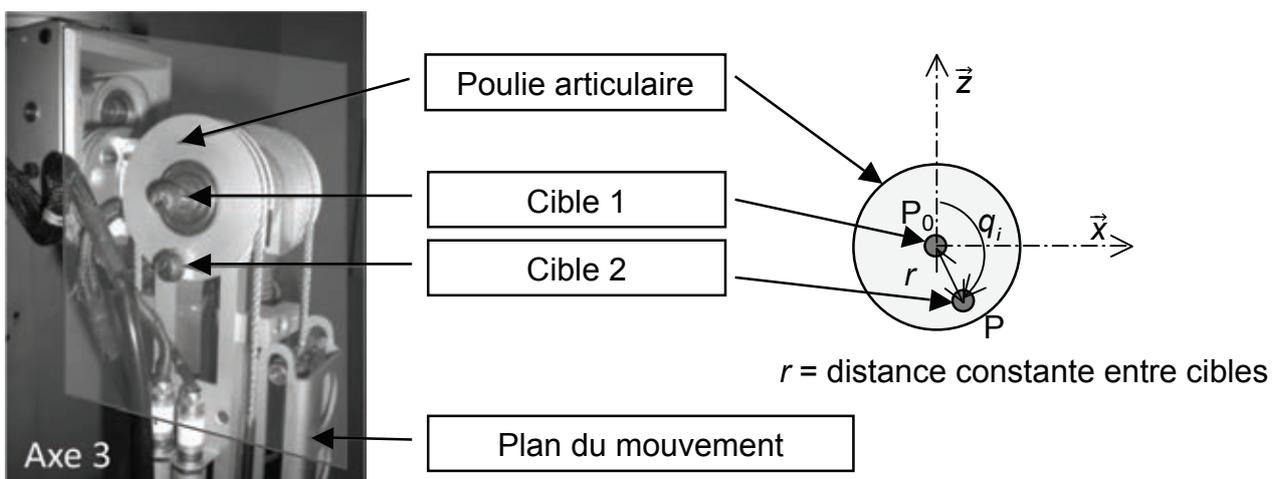


Figure 9. Positions des cibles du laser

Question 7 : expliciter comment obtenir l'angle articulaire $q_i = q_3$ (ou $q_i = q_4$) à partir des mesures de position de chacune des deux cibles notées x_0, z_0, x_{mes} et z_{mes} si on suppose que la cible 1 coïncide parfaitement avec le centre de rotation de la cible 2.

Le centre de rotation C de la cible 2 et la position de la cible 1 P_0 ne coïncident pas exactement. On note $C(x_c=x_0+\Delta x_0, z_c=z_0+\Delta z_0)$ le centre de rotation, où Δx_0 et Δz_0 sont inconnus. Expliciter qualitativement l'origine de ces défauts et proposer alors une méthode numérique afin de déterminer le paramètre articulaire q_i recherché.

On réalise les deux séries de mesures suivantes.

Expérience n°1 (figure 10) :

- l'axe 4 est asservi et maintenu à la position $q_{4ref} = 0$;
- l'axe 3 est asservi en position avec une consigne q_{3ref} en créneau ;
- la position articulaire q_3 est mesurée simultanément par le protocole défini précédemment ;
- le déplacement du moteur θ_3 est mesuré grâce au codeur et la position articulaire correspondant est déterminée par le modèle articulaire direct précédemment défini. On note \hat{q}_3 l'angle articulaire ainsi reconstruit : $\hat{q}_3 = MAD(\theta_3)$.

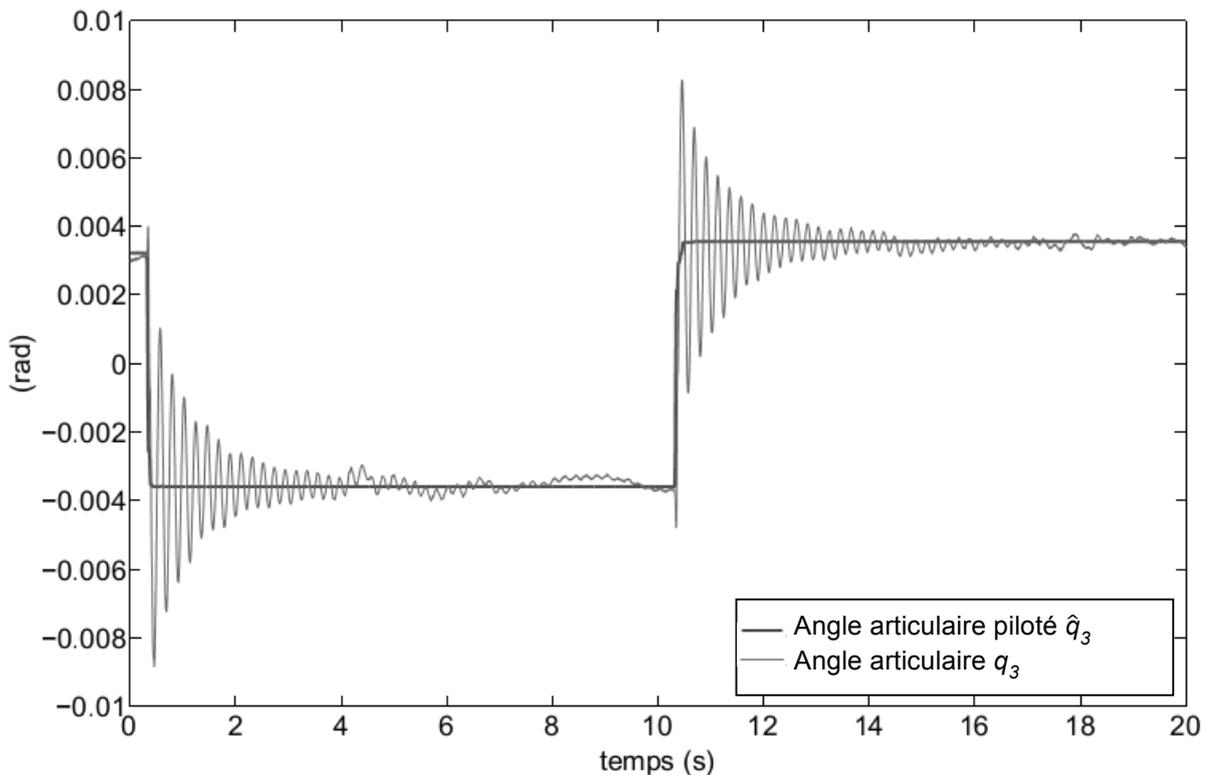


Figure 10. Essai en créneau : angle articulaire mesuré q_3 , angle articulaire piloté \hat{q}_3

Expérience n°2 (figure 11) :

- les axes 3 et 4 sont commandés par une consigne de déplacement sinusoïdale de faible fréquence ;
- les angles articulaires q_3 et q_4 sont mesurés d'une part et reconstruits d'autre part à partir des mesures des angles moteur et du MAD, on note \hat{q}_3 et \hat{q}_4 les angles reconstruits.

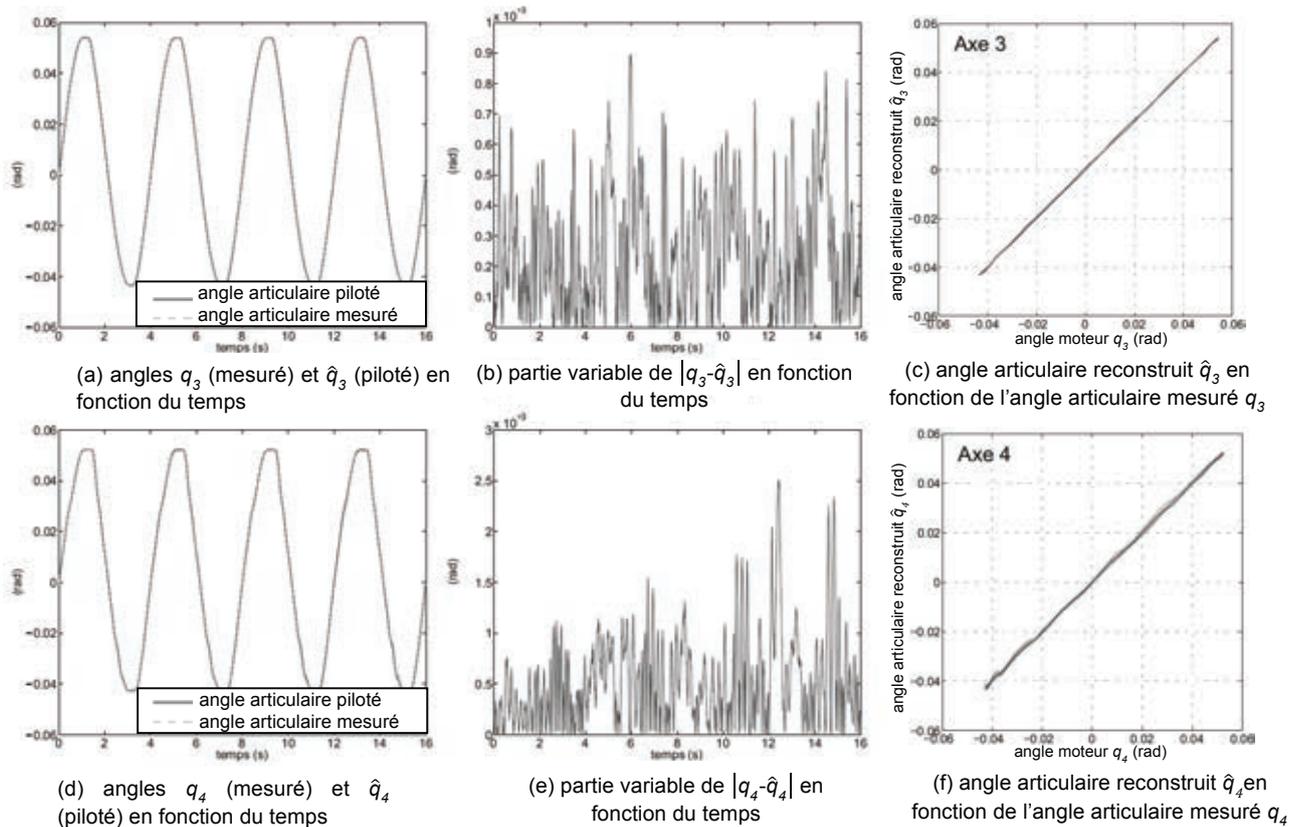


Figure 11. Essai en sinus :
angles articulaires mesurés q_3 et q_4 , angles articulaires reconstruits \hat{q}_3 et \hat{q}_4

Remarque : les courbes relatives à l'angle articulaire piloté et à l'angle articulaire mesuré sont quasiment confondues sur les figures a et d.

Question 8 : en analysant ces résultats expérimentaux, expliciter pourquoi un modèle de comportement corps et articulation rigides ne peut être validé, puis proposer un modèle de comportement d'une articulation sous la forme d'une fonction de transfert $\frac{Q(p)}{\theta(p)}$ où $Q(p)$ et $\theta(p)$ sont les transformées de $q(t)$ et $\theta(t)$ dans le domaine de Laplace. Pour répondre à cette question, on pourra utiliser l'abaque des dépassements transitoires d'un second ordre fourni figure 12.

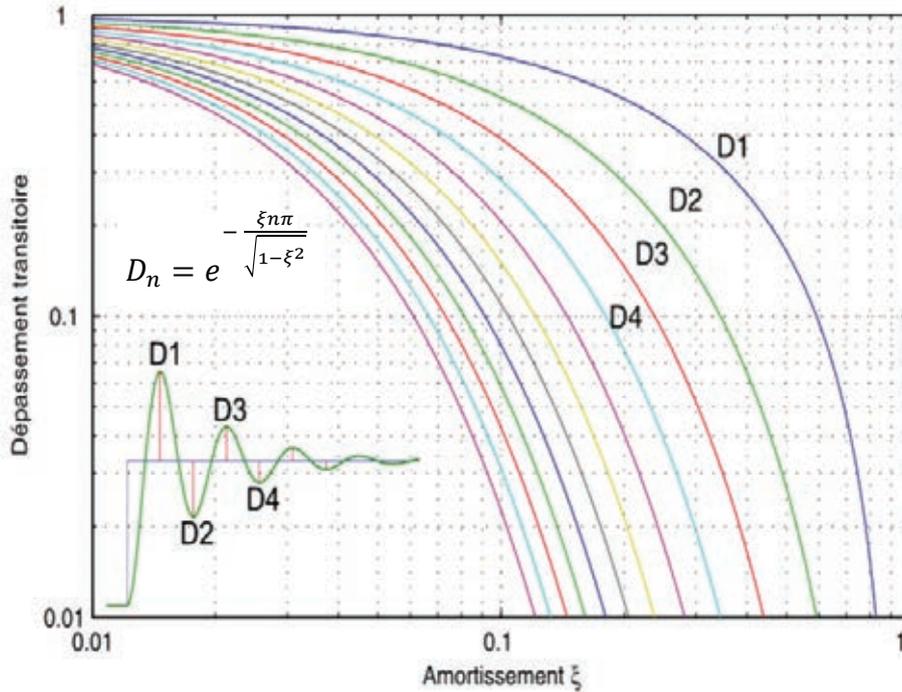


Figure 12. Abaque de dépassements transitoires

Partie 3 - Analyse des flexibilités

Les articulations du robot ASSIST ne peuvent être considérées rigides pour les modèles dynamiques nécessaires à la structure de commande de détection de collision.

Le cahier des charges impose la linéarité du comportement dynamique.

L'objectif de cette partie est d'identifier les origines des flexibilités, d'établir un modèle de comportement du câble de motorisation en traction - torsion, puis d'une articulation et de valider la linéarité du comportement.

Les parties 3.1 à 3.2 analysent la part des flexibilités introduites par les déformations de la structure d'une part, et du câble d'autre part.

La partie 3.3 étudie expérimentalement la validité du modèle proposé et identifie expérimentalement les paramètres influents.

Les parties 3.4 et 3.5 proposent un modèle de connaissance d'un actionneur puis d'une articulation.

3.1. Flexibilité introduite par la structure

On souhaite étudier un élément de la structure du bras pour en estimer la rigidité. L'étude porte donc sur l'ossature du bras du robot.

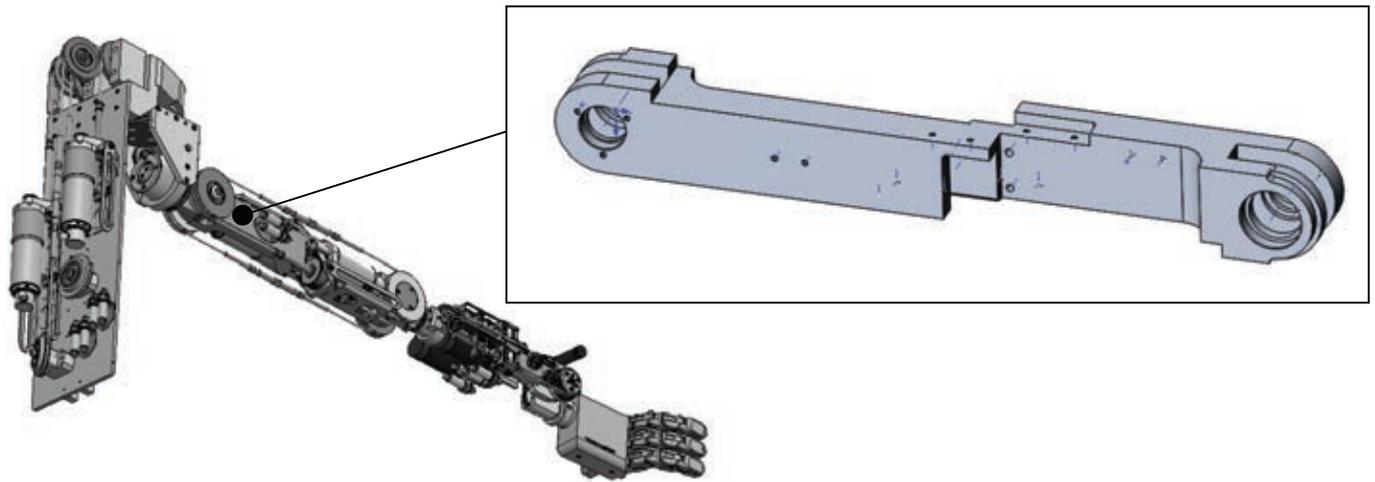


Figure 13. Ossature du bras

Dans une première approximation, le bras est assimilé à une poutre, de section rectangulaire S , encastée en A et supportant en B une charge extérieure représentée par le torseur $\{T_{ext \rightarrow bras}\} = \begin{Bmatrix} -F_{ext} \vec{y} \\ -C_{ext} \vec{z} \end{Bmatrix}_{B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$

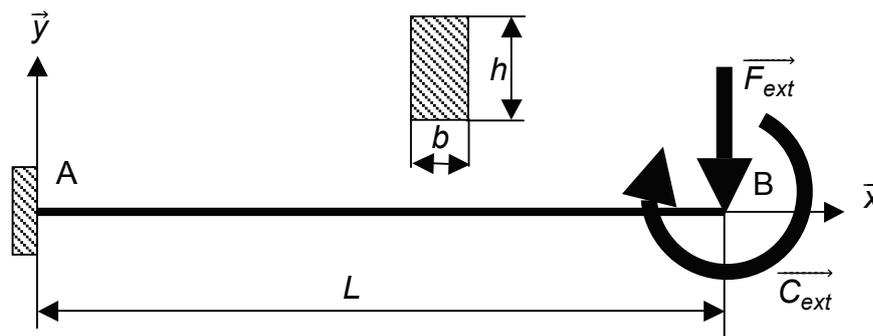


Figure 14. Modélisation de la poutre et de son chargement

On donne :

- $L = 336$ mm, la longueur de la poutre ;
- S la section de la poutre tel que $S = b \cdot h$, $b = 23$ mm, $h = 43$ mm ;
- $E = 70\,000$ MPa, le module de Young du matériau ;
- $F_{ext} = 60$ N ;
- $C_{ext} = 15,5$ N·m.

Les hypothèses retenues sont les suivantes :

- le matériau est homogène et isotrope ;
- la poutre se déforme sans se gauchir autour de l'axe normal à la figure 14 (hypothèse de Navier Bernoulli) ;
- les déformations restent faibles devant les dimensions de la poutre.

Question 9 : déterminer les expressions de la flèche au point B, notée $y_B = f(E, b, h, L, F_{ext}, C_{ext})$, de la poutre et la rotation $\alpha_B = f(E, b, h, L, F_{ext}, C_{ext})$ de la section droite de la poutre en B sous l'effet de la charge extérieure.

Calculer y_B et α_B .

La géométrie du bras est cependant complexe. Pour affiner l'étude, une modélisation 3D par éléments finis et une simulation du comportement sous charge est envisagée. Pour mener cette simulation, nous choisissons d'utiliser la mécanique des milieux continus en statique et sous l'hypothèse des petites perturbations, associée à une discrétisation par éléments finis.

La géométrie du bras doit donc être préparée pour la simulation et le type et la taille des éléments choisis avant de régler les paramètres du maillage.

Question 10 : en annotant le document réponse DR3, proposer des simplifications possibles de la géométrie du bras dans le but de limiter le temps de calcul sans entacher la validité des résultats. À l'aide de la figure 15, choisir le type d'élément du maillage à privilégier et préciser l'ordre des éléments.

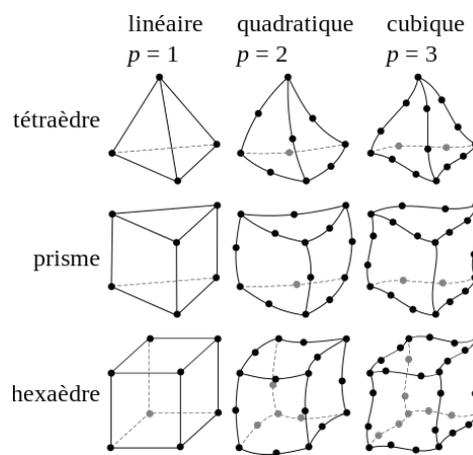


Figure 15. Types d'éléments et ordres associés

Le document DT5 détaille les informations liées à deux maillages envisagés.

Question 11 : choisir le maillage le mieux adapté en précisant les critères de choix retenus.

Question 12 : le résultat en déplacement de la simulation est donné sur le document DT5. Conclure quant à la prise en compte des flexibilités introduites par la structure. On pourra pour répondre à cette question utiliser les résultats expérimentaux de la figure 11.

3.2. Flexibilité introduite par le câble

Description du câble (1+6)

Le câble utilisé dans les actionneurs représenté figure 16 est un câble synthétique composé de 6 fils appelés torons enroulés autour d'une âme, d'où son appellation (1+6).

Modèle géométrique

Le modèle d'étude est basé sur la théorie de poutre courbe. Du fait du faible nombre de constituants du câble, les raideurs de torsion et de traction jouent un rôle important dans la réponse globale de la structure.

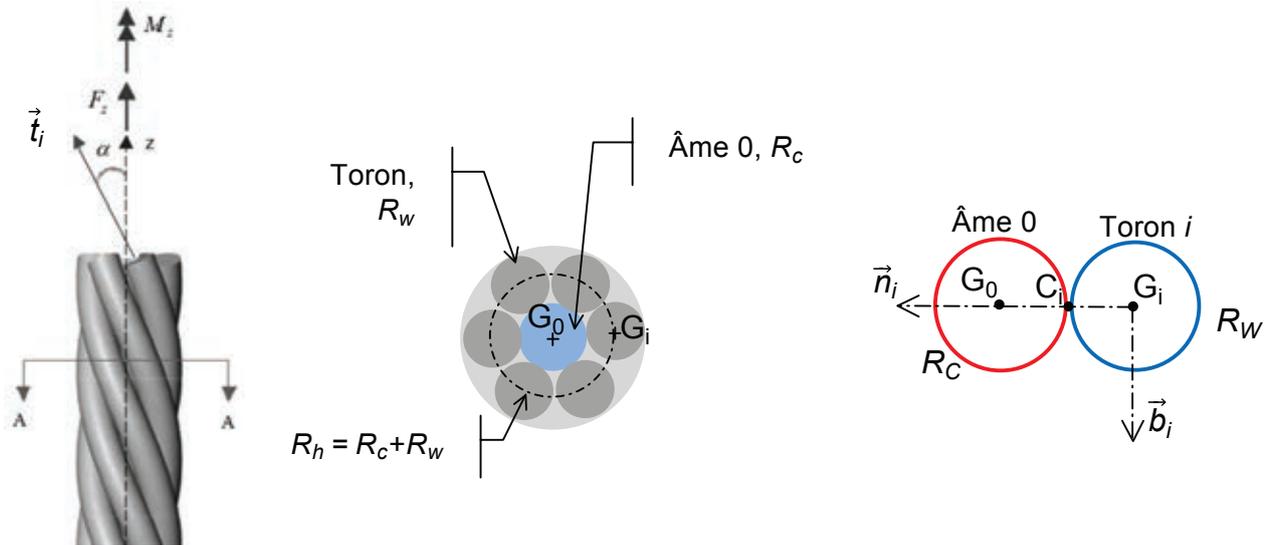


Figure 16

a) câble 1+6
(1 âme et 6 fils)

b) vue en coupe A-A
de sa section

c) sections de l'âme et du
toron i

- les torons et l'âme sont supposés de section circulaire, de rayons respectifs R_w et R_c ;
- la ligne moyenne d'un des 6 torons définie figure 17 forme une hélice de rayon $R_h = R_c + R_w$;
- l'angle d'enroulement α de chaque toron est défini comme l'angle entre la tangente à cette hélice et l'axe du câble ;
- un repère local $(\vec{t}_i, \vec{n}_i, \vec{b}_i)$ centré en G_i centre de la section du toron hélicoïdal n°i est fixé au toron i , avec \vec{t}_i vecteur unitaire tangent à l'hélice, \vec{n}_i vecteur normal, \vec{b}_i vecteur binormal à l'hélice.

Les projections des vecteurs de la base $(\vec{t}_i, \vec{n}_i, \vec{b}_i)$ liée au toron i sur l'axe \vec{z} du câble sont donc : $\vec{t}_i \cdot \vec{z} = \cos \alpha$; $\vec{n}_i \cdot \vec{z} = 0$; $\vec{b}_i \cdot \vec{z} = \sin \alpha$

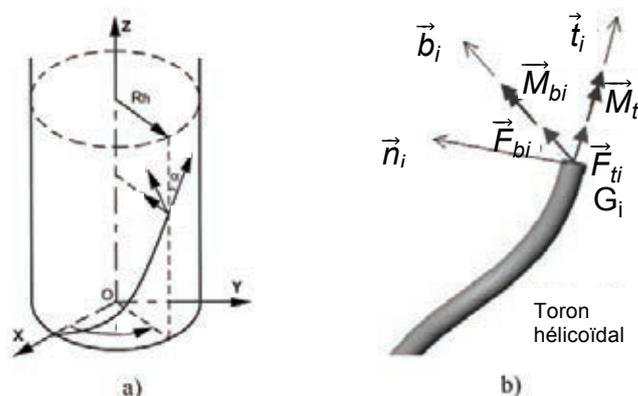


Figure 17

a) ligne moyenne d'un toron hélicoïdal

b) forces et moments sur une section du toron

De la même manière, chaque toron i est composé lui-même de différents brins b_j . La structure d'un toron i est définie figure 18 a) et b). Elle forme une structure de couplage traction / torsion, dont le comportement peut être exprimé sous la forme matricielle suivante : $\begin{pmatrix} \varepsilon_{tt}^{ij} \\ \theta_{tt}^{ij} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{tt}^{i0} \\ \theta_{tt}^{i0} \end{pmatrix}$ où ε_{tt}^{i0} et θ_{tt}^{i0} sont les déformations (%) et déformations de torsion ($\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}$) du brin constituant l'âme du toron de direction \vec{t}_i et ε_{tt}^{ij} et θ_{tt}^{ij} sont les déformations du brin b_j de direction \vec{t}_{ij} . On note α_i l'angle d'enroulement.

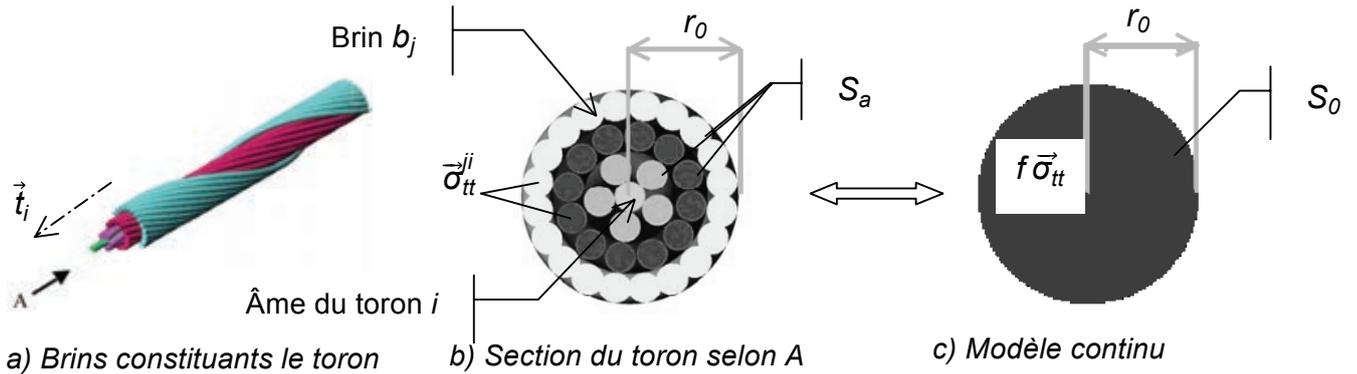


Figure 18. Modélisation d'un toron

Hypothèses :

- chaque brin b_j constitutif du toron i travaille en traction. On note $\vec{\sigma}_{tt}^{ij}$ la contrainte de traction dans le brin. On note \vec{t}_{ij} l'axe du brin b_j ;
- on adopte le modèle continu défini figure 18 c) et on appelle f le facteur de remplissage : $f = \frac{S_a}{S_0} < 1$ où S_a est la surface apparente des brins, définie comme la projection dans le plan de normale \vec{t}_i des différentes sections S_b des brins composant le toron ($S_b = S_a \cdot \cos \alpha_i$), S_0 est la surface apparente du toron de rayon r_0 dans l'hypothèse d'un modèle continu. On note $\vec{\sigma}_{tt}$ la contrainte de traction dans ce modèle continu.

On note E_c le module d'Young du matériau constituant chacun des brins.

Question 13 : sous ces hypothèses, en considérant le modèle continu, justifier que le comportement de chaque toron i peut se modéliser sous la forme :

$$\begin{pmatrix} F_{ti} \\ M_{ti} \end{pmatrix} = [K] \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{tt}^{i0} \\ \theta_{tt}^{i0} \end{pmatrix} \text{ avec } [K] = \begin{bmatrix} k_{\varepsilon\varepsilon} & k_{\varepsilon\theta} \\ k_{\theta\varepsilon} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix},$$

où F_{ti} est l'effort de traction et M_{ti} le moment de torsion appliqués sur le toron i .

Exprimer chacun des coefficients de $[K]$ en fonction des grandeurs r_0 , a , b , f , E_c et α_i .

Comportement global du câble

On suppose que l'âme travaille en traction/torsion et on note u_{zz} et θ_{zz} les déformations et déformations de torsion en G_0 un point courant de la ligne moyenne de l'âme : $\vec{u}(G_0) = u_{zz} \vec{z}$ et $\vec{\theta}_0 = \theta_{zz} \vec{z}$.

Les actions mécaniques au sein de l'âme du câble se modélisent par :

$$\begin{pmatrix} F_{z0} \\ M_{z0} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\varepsilon\varepsilon 0} & k_{\varepsilon\theta 0} \\ k_{\theta\varepsilon 0} & k_{\theta\theta 0} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{zz} \\ \theta_{zz} \end{pmatrix}$$

Les déformations ε_{tt}^{i0} et θ_{tt}^{i0} en G_i , situé sur la ligne moyenne du toron i , s'expriment en fonction des déformations de l'âme A_0 u_{zz} et θ_{zz} sous la forme :

$$\varepsilon_{tt}^{i0} = A u_{zz} + B \theta_{zz}$$

$$\theta_{tt}^{i0} = C u_{zz} + D \theta_{zz}$$

où A , B , C et D sont fonction de l'angle d'enroulement α et du rayon moyen R_h :

$$A = \cos^2 \alpha ; B = R_h \cos \alpha \sin \alpha ; C = \frac{\cos \alpha \sin^3 \alpha}{R_h} ; D = \cos^4 \alpha$$

On note F_z et M_z respectivement la force axiale et le moment de torsion appliqués au câble.

Question 14 : justifier que le comportement global du câble de type 1+6, peut se modéliser sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} F_z \\ M_z \end{pmatrix} = [K^*] \cdot \begin{pmatrix} u_{zz} \\ \theta_{zz} \end{pmatrix} \text{ avec } [K^*] = \begin{bmatrix} k_{\varepsilon\varepsilon}^* & k_{\varepsilon\theta}^* \\ k_{\theta\varepsilon}^* & k_{\theta\theta}^* \end{bmatrix}$$

Exprimer les coefficients de la matrice de raideur $[K^*]$ en fonction des différents coefficients k_{ij} de $[K]$, de α l'angle d'enroulement et de R_h le rayon moyen.

3.3. Identification expérimentale des raideurs

L'étude précédente a permis d'établir que le câble travaillant en traction / torsion, son comportement peut être modélisé par la relation suivante entre les efforts extérieurs et ses déformations :

$$\begin{pmatrix} F_z \\ M_z \end{pmatrix} = [K^*] \cdot \begin{pmatrix} u_{zz} \\ \theta_{zz} \end{pmatrix} \text{ avec } [K^*] = \begin{bmatrix} k_{\varepsilon\varepsilon}^* & k_{\varepsilon\theta}^* \\ k_{\theta\varepsilon}^* & k_{\theta\theta}^* \end{bmatrix}$$

Ce modèle a ainsi permis de déterminer les raideurs théoriques suivantes de $[K^*]$, matrice de raideur du câble :

$k_{\varepsilon\varepsilon}^*$	$k_{\varepsilon\theta}^*$	$k_{\theta\varepsilon}^*$	$k_{\theta\theta}^*$
$10,22 \cdot 10^3$ kN	12,56 kN·m	13,65 kN·m	17,35 N·m ²

On souhaite valider expérimentalement ce modèle théorique.

Les grandeurs mesurables sont :

- la déformation axiale et la déformation de torsion ;
- l'effort axial et le moment de torsion.

On réalise les deux séries d'essais suivantes sur le câble.

Première série d'essais

La rotation aux extrémités est bloquée. On impose la force axiale et on mesure le moment de torsion et la déformation axiale.

Les résultats de cette série d'essais sont donnés figure 19.

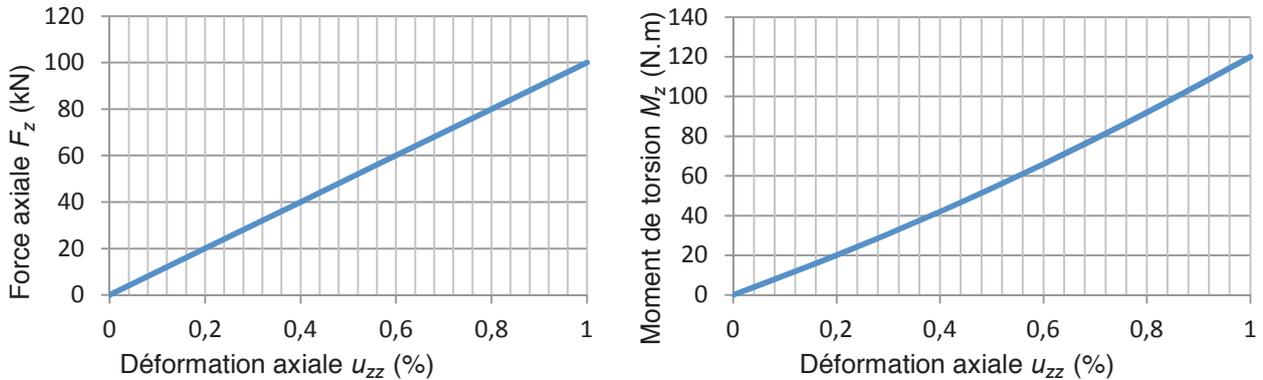


Figure 19. Force axiale et moment de torsion en fonction de la déformation axiale

Deuxième série d'essais

On applique un effort initial de traction de 80 kN, on bloque le déplacement axial, on impose une rotation et on mesure en même temps la force axiale induite, la déformation de torsion et le moment de torsion pendant le chargement.

Les résultats obtenus sont donnés figure 20.

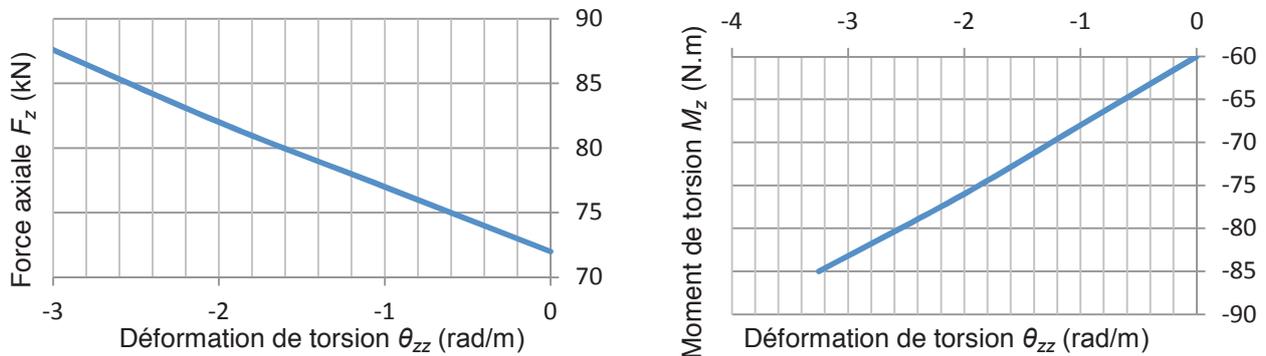


Figure 20. Résultats des essais de torsion sur le câble

Question 15 : à partir de ces résultats, identifier expérimentalement les termes de la matrice de raideur $[K^*]$. Comparer avec les résultats théoriques attendus.

3.4. Comportement de l'actionneur

Le mécanisme poulie/câble est défini figure 21. Les extrémités des câbles sont soit encastrées sur la vis, soit simplement bloquées en translation sur une des poulies.

Chaque portion de câble est modélisée par un ressort de raideur K_j .

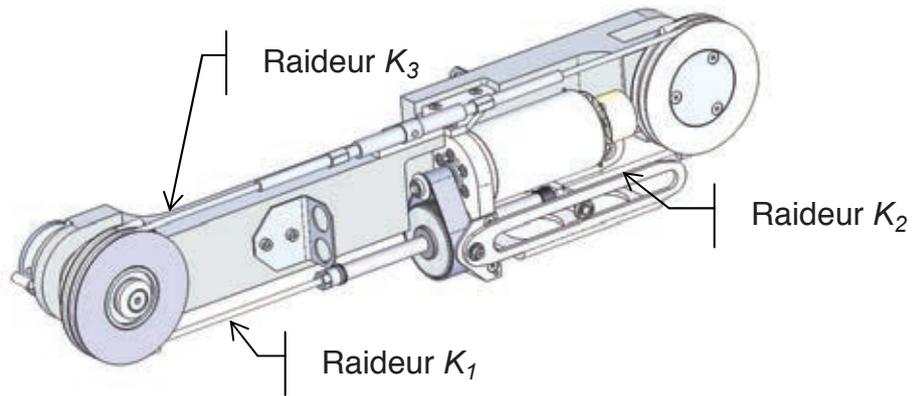


Figure 21. Fixation des 3 câbles

Un modèle simplifié à deux câbles est donné figure 22. Le brin court modélise le câble de raideur K_1 , le brin long modélise les deux câbles de raideurs K_2 et K_3 en série.

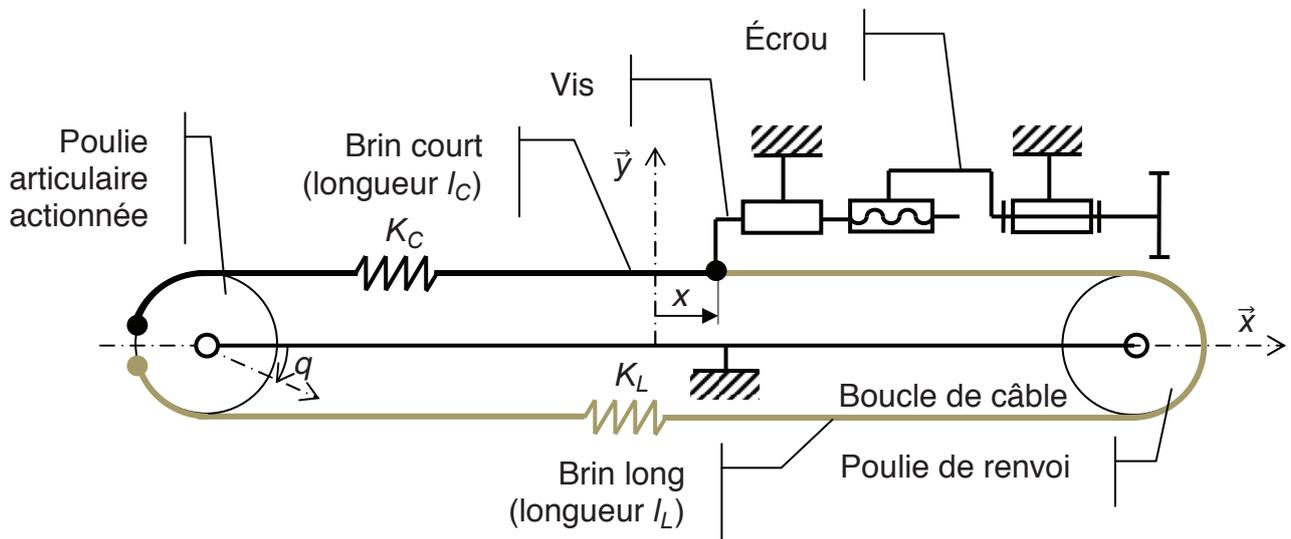


Figure 22. Modèle équivalent à 2 câbles (brin court / brin long)

On note :

- l_C la longueur du brin court ;
- l_L la longueur du brin long ;
- K_C la raideur du brin court ;
- K_L la raideur du brin long ;
- R le rayon des deux poulies.

Question 16 : donner les expressions de K_C et de K_L , raideurs des brins court et long en fonction des coefficients de $[K^*]$, de l_C et de l_L les longueurs des câbles.

3.5. Modèles de comportement d'une articulation

On note :

- R le rayon de la poulie articulaire ;
- x le déplacement de la vis et θ_r l'angle de rotation de la poulie équivalent défini par $x = R \cdot \theta_r$;
- q l'angle de rotation réel de la poulie actionnée ;
- \vec{F} l'effort axial de l'écrou sur la vis, $\vec{F} = F \vec{x}$ et τ_e le couple équivalent ramené à l'axe de rotation de la poulie défini par $\tau_e = R \cdot F$;
- F_L et F_C les tensions dans les câbles long et court ;
- F_0 la tension initiale dans les câbles, $F_C = F_L = F_0$ pour $x = 0$ et $q = 0$;
- τ_{ext} le couple extérieur appliqué sur la poulie actionnée.

Question 17 : exprimer τ_e en fonction de l'écart angulaire $\theta_r - q$ et des grandeurs utiles. En déduire que le système de transmission à câble peut se modéliser par un ressort de torsion de raideur K_e que l'on exprimera en fonction des raideurs K_C et K_L et de R . On distinguera le cas où les deux câbles sont tendus et les cas où seul l'un des deux est tendu.

Question 18 : tracer l'allure de l'évolution du couple élastique τ_e en fonction du décalage angulaire ($\theta_r - q$). Discuter du comportement élastique de l'articulation en fonction :

- de la précharge F_0 du câble,
- du couple résistant extérieur τ_{ext} appliqué sur la poulie,
- de la longueur du brin court l_C .

Conclure quant à la validité du modèle d'une articulation flexible dont le comportement est linéaire. Discuter en particulier de l'influence de la précharge, de la configuration des axes du robot situés en aval de l'axe considéré, ainsi que de la position de l'axe considéré.

Dans toute la suite on supposera que les conditions de fonctionnement sont telles que la raideur de l'articulation K_e peut être considérée comme constante.

Partie 4 - Modèles articulaire et dynamique dans le cas d'une articulation flexible

Objectif :

La collision est détectée par l'analyse du résidu de couple (DT2).

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle articulaire direct (MAD) liant les angles moteur et articulaire, ainsi qu'un modèle dynamique inverse (MDI) liant les couples et les angles moteurs. Ces relations sont nécessaires à l'évaluation du résidu. On se limitera à un modèle simplifié à 2 degrés de liberté.

4.1. Établissement d'un modèle articulaire pour un actionneur à articulations flexibles

Les positions moteurs θ_i et articulaires q_j présentant des dynamiques différentes, les flexibilités de transmission sont représentées par un modèle à deux masses représenté figure 23 : une masse M_{mi} est solidaire du moteur, l'autre M_{ai} est solidaire de l'articulation. Les masses M_{mi} et M_{ai} sont reliées par un ressort en torsion de raideur K_{ri} et sont soumises à des couples de frottement visqueux de coefficients respectifs λ_{mi} et λ_{ai} .

On note :

- θ_i et $\omega_{mi} = \dot{\theta}_i$ l'angle et la vitesse de rotation du moteur i ;
- θ_{ri} l'angle moteur ramené sur l'articulation (angle articulaire dans l'hypothèse d'une articulation rigide), $\theta_{ri} = K_{tran\ i} \cdot \theta_i$;
- q_i et $\omega_{ai} = \dot{q}_i$ l'angle et la vitesse articulaire ;
- J_{mi} l'inertie de la masse M_{mi} ramenée à l'arbre moteur i ;
- J_{ai} l'inertie de la masse M_{ai} ;
- T_{mi} le couple moteur ;
- T_{ai} le couple d'entraînement sur l'articulation ;
- T_{ri} le couple extérieur appliqué sur l'articulation (induit par la pesanteur et par les frottements secs).

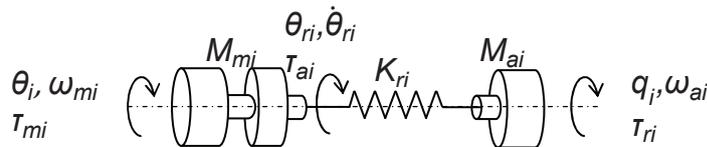


Figure 23. Modélisation des flexibilités

Question 19 : déterminer les relations entre ω_{mi} , T_{mi} et T_{ai} d'une part, ω_{ai} , T_{ri} et T_{ai} d'autre part. Compléter le schéma-bloc sur le Document Réponse **DR 2** permettant de modéliser un actionneur à articulation flexible.

En déduire le modèle articulaire sous la forme de fonctions de transfert en Laplace :

$$Q_i(p) = H_{i\theta}(p) \cdot \theta_i(p) + H_{ri}(p) \cdot T_{ri}(p)$$

Expliciter $H_{i\theta}(p)$ et $H_{ri}(p)$.

En déduire le modèle articulaire direct (MAD), c'est-à-dire $\widehat{Q}_i(p)$ en fonction de $\tilde{\theta}_i(p)$ et de $\hat{T}_{ri}(p)$ où :

- $\widehat{Q}_i(p)$ est l'évaluation de l'angle articulaire ;
- $\tilde{\theta}_i(p)$ est la mesure de l'angle moteur ;
- $\hat{T}_{ri}(p)$ est l'évaluation du couple extérieur T_{ri} .

4.2. Établissement d'un modèle dynamique pour un actionneur à articulations flexibles

L'objectif est d'établir le modèle de connaissance du comportement dynamique du bras sous sa forme du Modèle Dynamique Inverse (MDI), c'est-à-dire d'une relation de la forme $\tau_a = \text{MDI}(q, \dot{q}, \ddot{q})$ avec τ_a le vecteur des couples articulaires et q, \dot{q}, \ddot{q} les vecteurs positions, vitesses et accélérations articulaires.

On limite la modélisation aux axes épaule et coude, les autres articulations étant supposées immobiles (figure 35, DT4). Le mouvement résultant est ainsi restreint au plan vertical, et les deux segments étudiés, soumis à la gravité, prennent en compte la contribution principale de la masse totale du robot. Sous ces hypothèses, le vecteur des couples articulaires s'écrit $\tau_a = \begin{pmatrix} T_{a3} \\ T_{a4} \end{pmatrix}$ et le vecteur position $q = \begin{pmatrix} q_3 \\ q_4 \end{pmatrix}$.

Le formalisme de Lagrange, rappelé ci-dessous, permet de modéliser la dynamique du bras.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$$

où T représente l'énergie cinétique, Q_i les forces généralisées et q_i les coordonnées généralisées.

Question 20 : montrer que l'énergie cinétique de l'ensemble S constitué des bras 3 et 4 et de leurs actionneurs par rapport au bâti s'écrit :

$$T(S/O) = \frac{1}{2} [J_3(q_4) \cdot \dot{q}_3^2 + J_4 \cdot \dot{q}_4^2 + J_a \cdot (\dot{\theta}_{r3}^2 + \dot{\theta}_{r4}^2) + J_{34}(q_4) \cdot \dot{q}_3 \cdot \dot{q}_4]$$

où les termes $J_3(q_4)$, J_4 , et $J_{34}(q_4)$ seront exprimés en fonction des paramètres géométriques et cinétiques définis dans le tableau du document technique DT4.

Question 21 : déterminer les puissances associées aux actions mécaniques s'exerçant sur le modèle à deux articulations flexibles dans le cas d'une collision.

Question 22 : à l'aide du formalisme de Lagrange, écrire les équations de Lagrange associées aux angles q_4 et θ_{r4} sous la forme :

$$J_a \cdot \ddot{\theta}_{r4} = K_{r4} \cdot (q_4 - \theta_{r4}) - f_{m4} \cdot \dot{\theta}_{r4} + \tau_{a4}$$

et

$$F_x \cdot L_{4x}(q_3, q_4) + F_z \cdot L_{4z}(q_3, q_4) + \tau_{g4}(q_3, q_4) = f_{a4} \cdot \dot{q}_4 + K_{r4} \cdot (q_4 - \theta_{r4}) + J_{34} \cdot \ddot{q}_3 + J_4 \cdot \ddot{q}_4 + C_{34}(q_4, \dot{q}_3) \cdot \dot{q}_3$$

où les termes J_{34} , $L_{4x}(q_3, q_4)$, $L_{4z}(q_3, q_4)$, $\tau_{g4}(q_3, q_4)$, $C_{34}(q_4, \dot{q}_3)$ seront exprimés en fonction des paramètres et grandeurs définis dans le document technique DT4.

Question 23 : montrer, sans détail de calcul, que le modèle de comportement dynamique peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\tau_a = [J_a] \cdot \ddot{\theta}_r - [K] \cdot (q - \theta_r) + [f_{vm}] \cdot \dot{\theta}_r \quad (\text{équation 1})$$

$$[J(q)] \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_z \end{bmatrix} = [J_b(q)] \cdot \ddot{q} + [C(q, \dot{q})] \cdot \dot{q} + \tau_g(q) + [K] \cdot (q - \theta_r) + [f_{va}] \cdot \dot{q} \quad (\text{équation 2})$$

avec :

- $[J_b(q)]$, matrice d'inertie de la chaîne de corps rigides du robot (ne dépendant que de q et des grandeurs inertielles) ;
- $[J_a]$, matrice d'inertie des actionneurs ;
- $[K]$, matrice des raideurs ;
- $[C(q, \dot{q})]$, matrice des couples dus aux effets de Coriolis et centrifuges ;
- $\tau_g(q)$, vecteur des couples induits par la gravité ;
- $\tau_{ext} = [J(q)] \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_z \end{bmatrix}$, vecteur des efforts extérieurs ramené aux axes articulaires ;
- $[J(q)]$, matrice jacobienne du robot ;
- $[f_{vm}]$ et $[f_{va}]$, matrices des coefficients visqueux côté moteur et côté poulie articulaire.

Question 24 : montrer que dans le cas d'un robot à articulations rigides, ce modèle dynamique peut s'écrire sous la forme :

$$[J_{rig}(q)]\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = \tau_a + \tau_{ext}$$

Expliciter $[J_{rig}(q)]$ et $H(q, \dot{q})$ en fonction des matrices et vecteurs précédemment définis.

Partie 5 - Synthèse d'une commande de détection

Objectif :

Les modèles nécessaires à l'élaboration de la commande de détection de collision ayant été identifiés, l'objectif de cette partie est de définir une stratégie de détection efficace.

5.1. Influence d'une boucle de pré-compensation

En cas de flexibilités articulaires limitées, un modèle rigide du robot peut aujourd'hui être connu sans difficulté majeure grâce aux outils CAO et aux méthodologies expérimentales bien développées. L'étude précédente a permis d'obtenir un modèle rigide sous la forme :

$$[J_{rig}(q)]\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = \tau_a + \tau_{ext}$$

où τ_a est le vecteur des couples moteurs ramenés aux articulations et τ_{ext} est le vecteur des couples ramenés aux articulations induits par une collision.

Un tel modèle sans prise en compte des effets élastiques représente une première approximation, et ne suffit pas à l'élaboration d'une commande performante, notamment vis-à-vis des vibrations. Cependant, il décrit les effets dynamiques majeurs de la chaîne articulée de corps rigides.

Partant de cette observation, la première étape de l'approche proposée consiste en une boucle de pré-compensation interne fondée sur le modèle rigide, appliquée au système considéré afin de réduire l'influence des non-linéarités dues à la structure rigide du robot. Celle-ci est illustrée sur la figure 25.



Figure 24. Commande non compensée

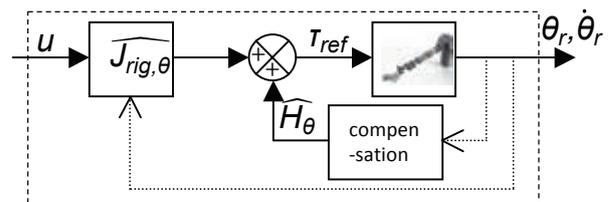


Figure 25. Boucle de compensation interne appliquée au robot ASSIST

On pose $X = \begin{pmatrix} q \\ \theta_r \\ \dot{q} \\ \dot{\theta}_r \end{pmatrix}$ le vecteur d'état et u la commande.

La commande non compensée (figure 24) est une commande en couple : $u = \tau_{ref}$.

Une compensation (figure 25) consiste à remplacer cette commande par une commande du type :

$$\tau_{ref} = \widehat{J}_{rig, \theta} \cdot u + \widehat{H}_{\theta}$$

où $\widehat{J}_{rig, \theta}$ et \widehat{H}_{θ} sont les évaluations de $[J_{rig}(q)]$ et de $H(q, \dot{q})$ réalisées à partir du modèle rigide connu et de la mesure de θ réalisée par les codeurs.

On supposera dans cette partie qu'il n'y a pas de collision ($\tau_{ext}=0$).

Le bras étant asservi en couple, on peut admettre que les commandes en couples et les couples articulaires sont égaux à chaque instant : $\tau_a = \tau_{ref}$.

Question 25 : dans le cas simplifié d'un robot rigide avec boucle de compensation, justifier que $u = \ddot{q}$ et en déduire la fonction de transfert $\frac{\theta_r(p)}{U(p)}$ du système pré-compensé où $\theta_r(p)$ est l'angle articulaire et $U(p)$ la commande dans le domaine de Laplace. Justifier que la pré-compensation permet alors de supprimer les non linéarités.

Pour la question suivante, on rappelle que le comportement dynamique d'un robot à articulations flexibles est modélisé par les équations 1 et 2 de la question 23.

On pose $H(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + \tau_G(q) = H_q$.

Question 26 : montrer que la dynamique du robot muni d'une boucle de pré-compensation peut être exprimée par l'équation différentielle non linéaire suivante :

$$\theta_r^{(4)} + A_3 \cdot \theta_r^{(3)} + A_2 \cdot \ddot{\theta}_r + A_1 \cdot \dot{\theta}_r = B_2 \cdot \ddot{u} + B_1 \cdot \dot{u} + B_0 \cdot u + d_H \quad (\text{équation 3})$$

où A_i et $B_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ sont des coefficients matriciels dépendant de q et de \dot{q} :

$$A_3 = [J_a]^{-1} \cdot [f_{va}] + L \cdot [J_a]$$

$$A_2 = [J_a]^{-1} \cdot [K] \cdot (I_2 + [J_b]^{-1} \cdot [J_a]) + L \cdot [f_{va}]$$

$$A_1 = [J_a]^{-1} \cdot [K] \cdot [J_b]^{-1} \cdot ([f_v] + [f_{va}])$$

$$B_2 = [J_a]^{-1} \cdot \widehat{J}_{rig\theta}$$

$$B_1 = L \cdot \widehat{J}_{rig\theta} + 2 [J_a]^{-1} \cdot \dot{\widehat{J}}_{rig\theta}$$

$$B_0 = [J_a]^{-1} \cdot [K] \cdot [J_b]^{-1} \cdot \widehat{J}_{rig\theta} + L \cdot \dot{\widehat{J}}_{rig\theta} + [J_a]^{-1} \cdot \ddot{\widehat{J}}_{rig\theta}$$

$$d_H = [J_a]^{-1} \cdot [K] \cdot [J_b]^{-1} \left(\widehat{H}_\theta - H_q + [f_v] \cdot [K]^{-1} \cdot \dot{\widehat{H}}_\theta + [J_b] \cdot [K]^{-1} \cdot \ddot{\widehat{H}}_\theta \right)$$

$$\text{avec } L = [J_a]^{-1} \cdot [K] \cdot [J_b]^{-1} \cdot [f_v] \cdot [K]^{-1}$$

Cette équation différentielle non linéaire décrivant le comportement moteur doit être linéarisée autour d'un point d'équilibre $X = X_0 = (q_0, \theta_{r0}, \dot{q}_0, \dot{\theta}_{r0})$, afin d'obtenir une matrice de transfert locale notée $G(p)$. La commande pour cette position d'équilibre est $u_0 = 0$.

On note A_{i0} et B_{i0} les matrices A_i et B_i évaluées au point de fonctionnement considéré. Le système ainsi linéarisé pourra être modélisé comme sur la figure 26.

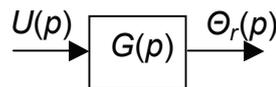


Figure 26. Modélisation du système compensé linéarisé

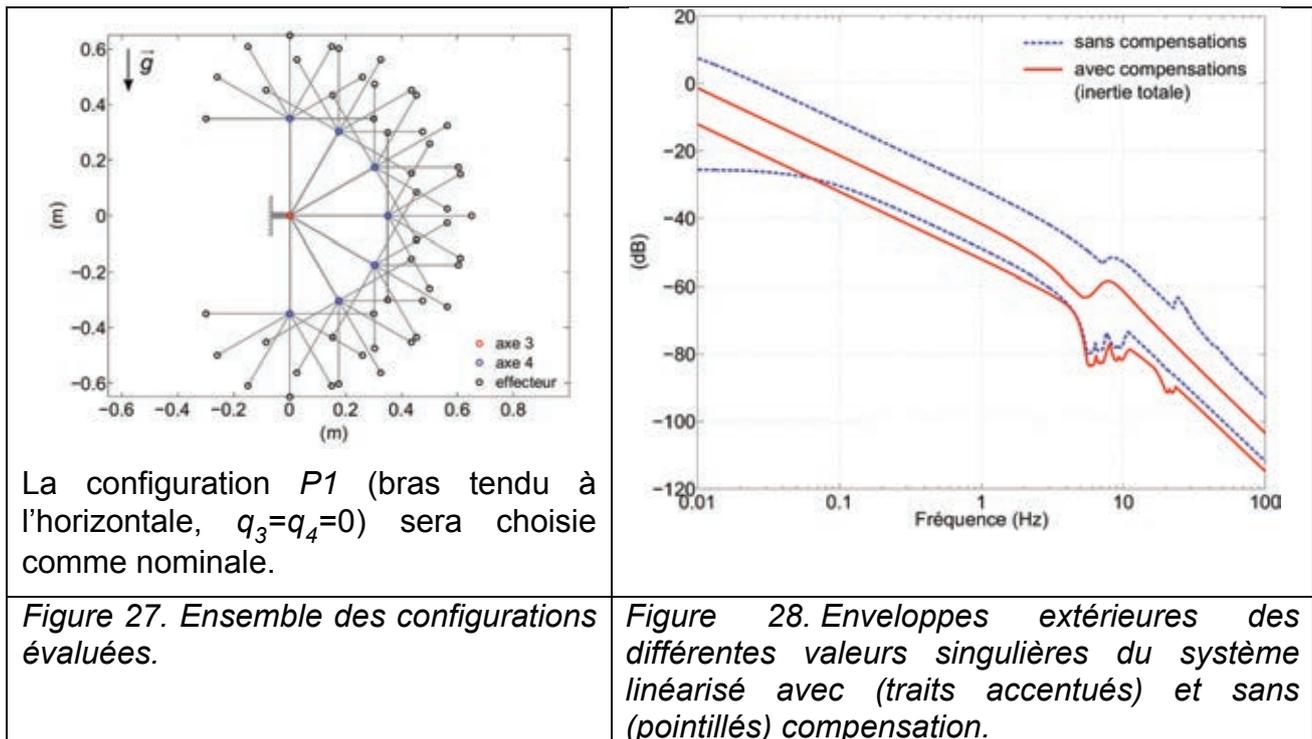
Question 27 : exprimer, en fonction des matrices A_{i0} et B_{i0} , $G(p)$ la matrice de transfert linéarisée, définie par $\Theta_r(p) = G(p) \cdot U(p)$, où $U(p) = \begin{pmatrix} U_3(p) \\ U_4(p) \end{pmatrix}$ et $\Theta_r(p) = \begin{pmatrix} \Theta_{r3}(p) \\ \Theta_{r4}(p) \end{pmatrix}$.

5.2. Dispersion en fonction de la configuration

La figure 28 représente la dispersion des valeurs singulières des systèmes non compensés et compensés pour différentes configurations. Ces différentes configurations sont définies figure 27.

Le diagramme des valeurs singulières est une généralisation du diagramme en gain de Bode pour les systèmes MIMO (Multiple Input Multiple Output). Les valeurs singulières sont les amplifications dans les différentes directions propres.

Question 28 : commenter l'apport d'une pré-compensation sur la linéarité du système.



5.3. Identification des paramètres de flexibilité par réponse fréquentielle

Les paramètres rigides peuvent aujourd'hui être connus sans difficulté majeure grâce aux outils CAO et aux méthodologies expérimentales.

Dans cette partie, le système pré-compensé résultant (Σ) est donc modélisé en fonction des paramètres rigides supposés connus et des paramètres flexibles à déterminer.

Une étude fréquentielle est réalisée et permet de :

- mettre en évidence les multiples modes flexibles du système et les couplages entre les différents axes du robot ;
- comparer les réponses fréquentielles expérimentales avec les modèles paramétriques locaux obtenus à partir de la linéarisation du modèle physique complet afin d'identifier les paramètres flexibles inconnus.

On souhaite ici identifier les paramètres propres à la flexibilité : matrice de raideur $[K]$ et matrices de viscosité $[f_{va}]$ (côté poulie articulaire) et $[f_{vm}]$ (côté actionneur).

L'étude précédente a permis d'établir les termes $G_{ij}(p)$ de la matrice de transfert $G(p)$ obtenue. Ils prennent la forme suivante :

$$G_{ij}(p) = \frac{a_0(p+a_1)(p^2+a_2p+a_3)(p^2+a_4p+a_5)}{p(p+b_1)(p+b_2)(p^2+b_3p+b_4)(p^2+b_5p+b_6)}$$

La réponse fréquentielle théorique du modèle rigide est donnée figure 29, pour des valeurs de raideur et de viscosité quelconques.

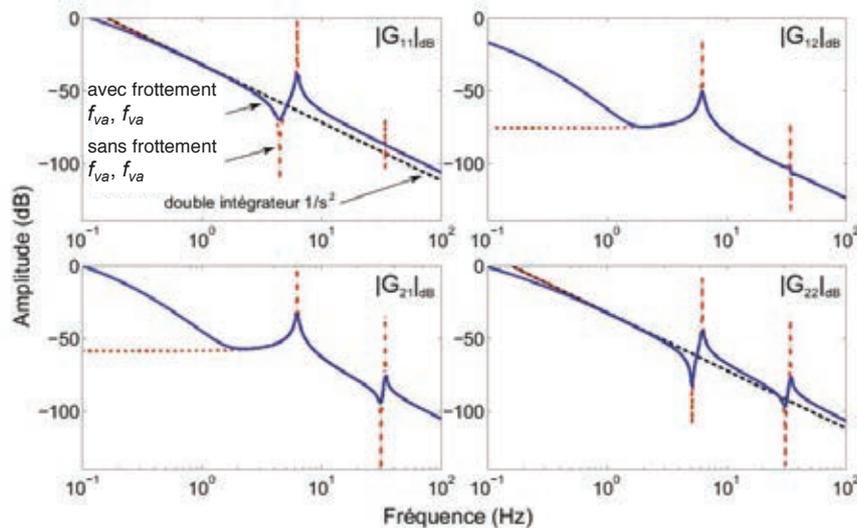


Figure 29. Réponse fréquentielle théorique locale du robot compensé sur modèle rigide

Une identification fréquentielle est réalisée pour plusieurs configurations définies figure 30, correspondant à différentes positions d'équilibre. Pour chaque configuration, le système $G(p)$ est identifié à partir des entrées/sorties u et θ_r . Les réponses fréquentielles obtenues sont données figure 31 et les paramètres ainsi identifiés sont donnés dans le tableau 3.

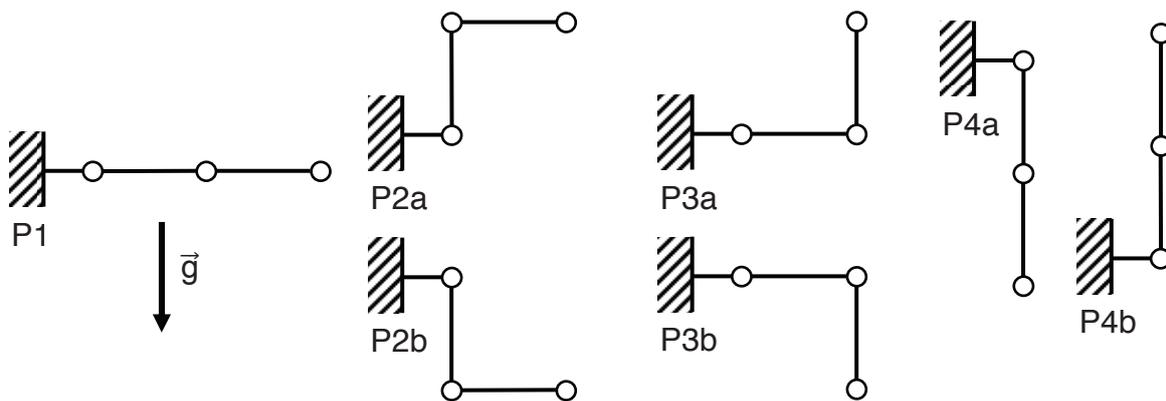


Figure 30. Configurations utilisées pour l'estimation expérimentale des réponses fréquentielles.

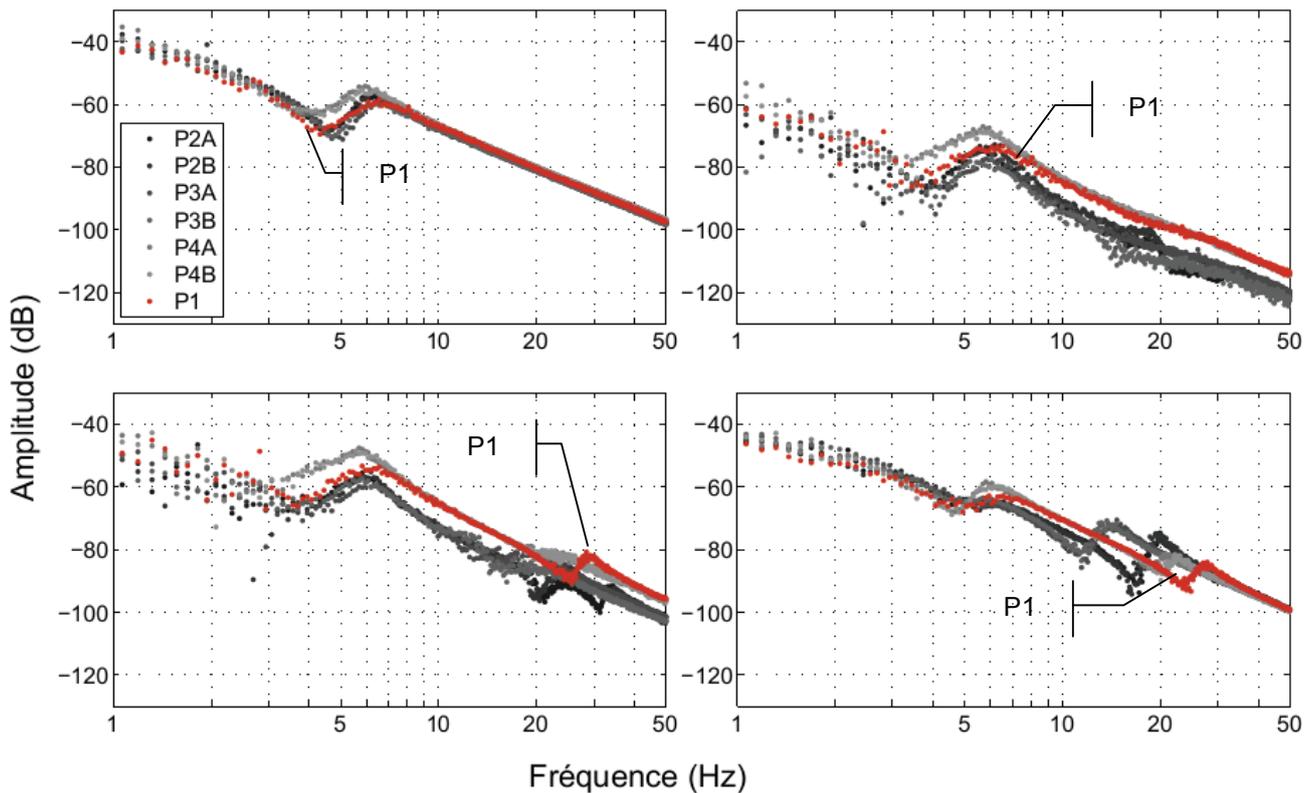


Figure 31. Réponses fréquentielles expérimentales du système pré-compensé en fonction des configurations testées

	P1	P2A	P2B	P3A	P3B	P4A	P4B	moyenne	Ecart-type relatif (%)
f_{va3}	1,79	0,73	1,91	2,18	0,85	2,16	2,22	1,69	37,52
f_{va4}	0,42	1,12	1,10	0,40	0,52	0,59	0,49	0,66	47,07
f_{v3}	41,44	33,66	19,9	42,71	53,17	16,23	21,45	32,65	42,56
f_{v4}	5,41	7,11	7,27	6,79	7,19	4,36	3,66	5,97	25,03
K_3	699,74	578,45	603,22	664,81	644,75	572,90	582,49	620,91	7,95
K_4	644,96	680,88	707,03	316,29	270,31	412,52	437,97	495,71	36,32

Tableau 3. Paramètres flexibles identifiés à partir de réponses fréquentielles dans différentes configurations

Question 29 : préciser ce que représente qualitativement chaque fonction de transfert $G_{ij}(p)$.

Préciser les différences de comportement avec le modèle rigide pré-compensé défini question 25.

Analyser la validité du modèle dynamique théorique à partir de ces résultats théoriques et expérimentaux exposés figures 29 et 31.

Justifier les écarts obtenus dans les réponses fréquentielles pour les différentes positions testées.

5.4. Synthèse d'une commande de détection de collision

Objectif :

La collision est détectée par l'analyse du résidu de couple (DT2).

Deux stratégies de détection d'une collision sont ici étudiées par l'utilisation d'un seuil de détection statique ou dynamique.

La collision est détectée par l'analyse du résidu r . Celui-ci est défini comme l'écart entre le couple moteur réel τ_m (mesuré par le capteur de courant) et le couple calculé par le modèle rigide $\widehat{\tau}_m$ précédemment défini. Celui-ci représente une image fidèle du couple extérieur τ_{ext} dans le cas d'un modèle parfaitement connu

$$\widehat{\tau}_m = \widehat{J}_{rig,\theta} \ddot{\theta}_r + \widehat{H}_\theta$$

$$r = \tau_m - \underbrace{\widehat{\tau}_m}_{\text{idéal}} = \tau_{ext}$$

Les effets de deux collisions d'amplitudes modérées sont illustrés figure 37 du document technique DT6 à travers la comparaison des signaux de position, de l'erreur de suivi et de courant moteur pour deux expériences : avec et sans collision. On présente également le résidu entre le couple réellement demandé et celui calculé à partir du modèle dynamique rigide dans les deux cas avec ou sans collision.

Une première stratégie de détection, définie figure 32, est la mise en place d'un seuil statique T_s .

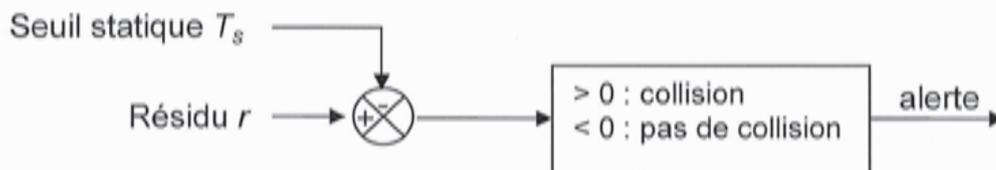


Figure 32. Algorithme de détection de collision avec seuil statique

Question 30 : justifier les causes des variations du résidu observées et pourquoi une détection des collisions dans ces conditions est impossible.

Se basant sur le fait que le résidu peut se modéliser de la façon suivante, une nouvelle stratégie de détection des collisions à partir du résidu est proposée sur la figure 33 :

$$r_m(z) = \tau_{ext}(z) + \sum_{i=1}^3 S_i(z) \cdot e_i(z) + G_b(z) \cdot b(z),$$

avec :

- $r_m(z) \in \mathbb{R}^2$, modèle du résidu ;
- $\tau_{ext}(z) \in \mathbb{R}^2$, couple de collision à détecter ;
- $S_i(z) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, matrices de transfert pour chacune des entrées $e_i(z)$;
- $e_1(z) = \ddot{q}(z) \in \mathbb{R}^2$, accélérations ;
- $e_2(z) = \dot{q}(z) \in \mathbb{R}^2$, vitesses ;
- $e_3(z) = \text{sign}(\dot{q}) \in \mathbb{R}^2$, signes des vitesses ;
- $G_b(z) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, matrice diagonale de filtres passe-bas ;
- $b(z) \in \mathbb{R}^2$, bruit blanc.

Un nouvel essai de détection de collision est réalisé et donné figure 38 du document technique DT6.

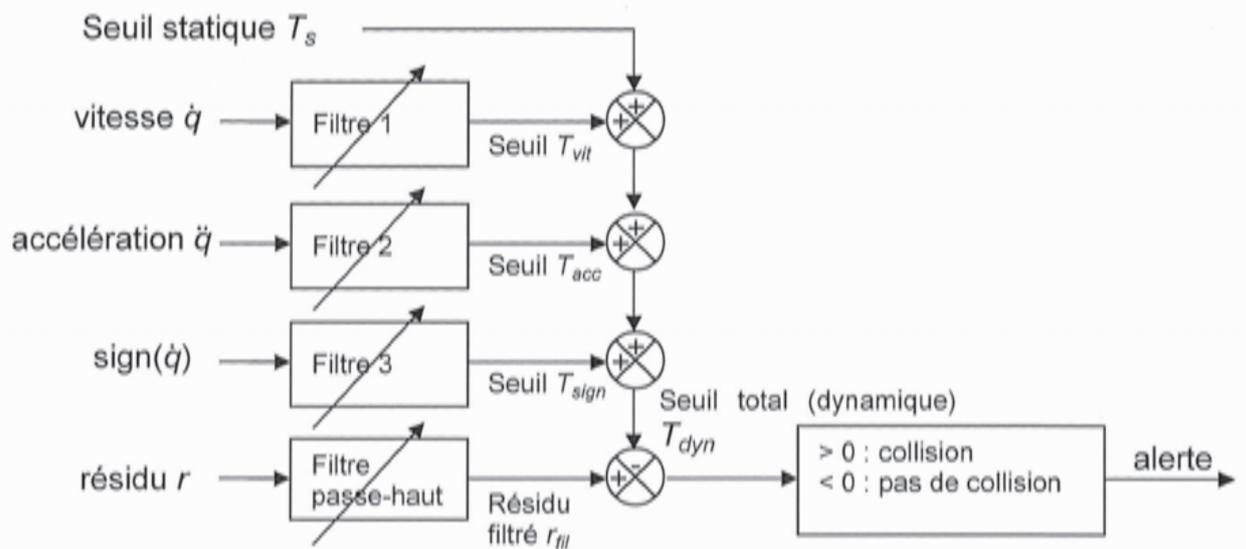


Figure 33. Algorithme de détection de collision avec seuil dynamique

Question 31 : justifier cet algorithme puis conclure sur l'efficacité de cette commande de détection de collision.

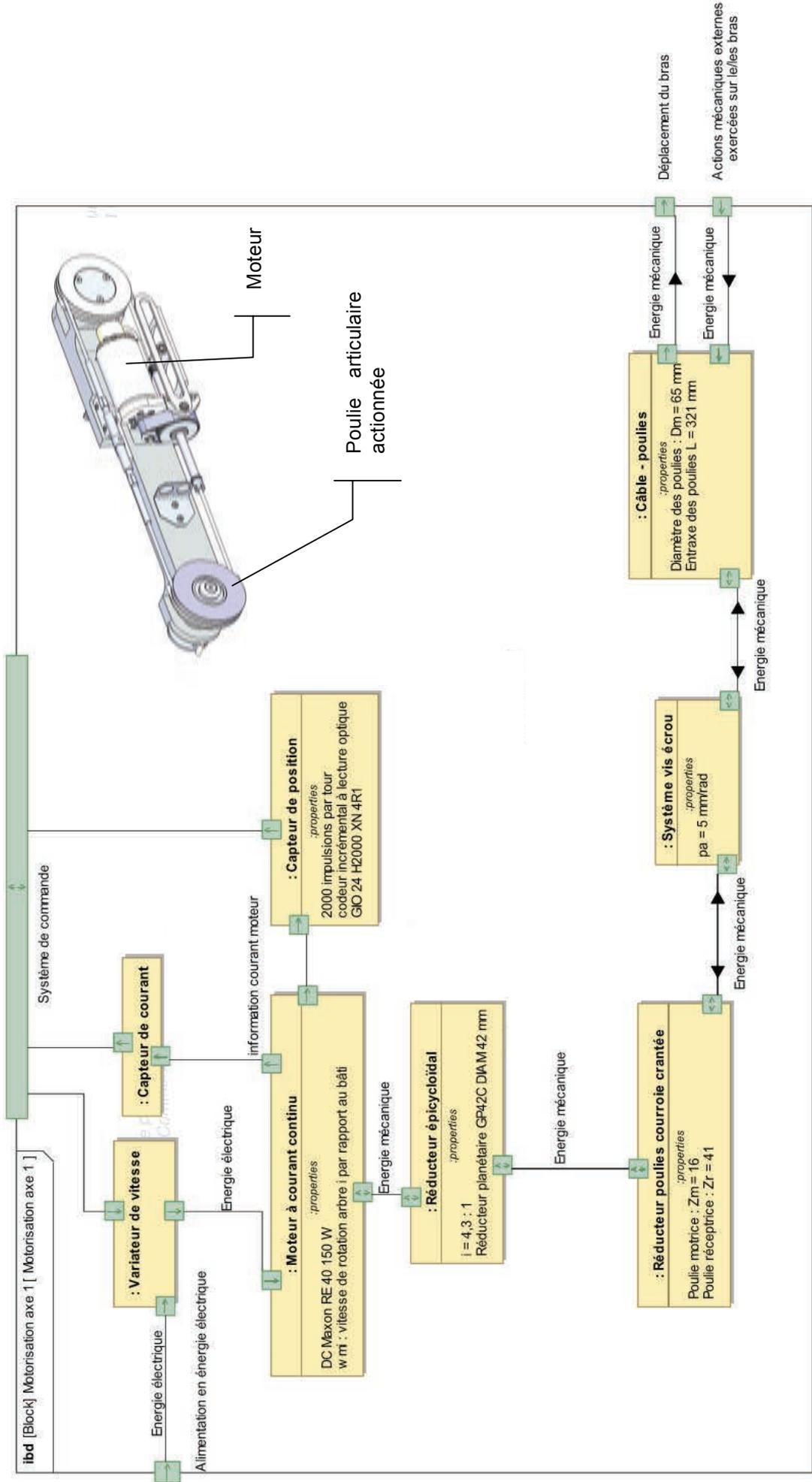
5.5. Synthèse du sujet

Question 32 : rappeler en quelques lignes les différentes étapes de la modélisation nécessaires à l'élaboration de cette détection de collision.

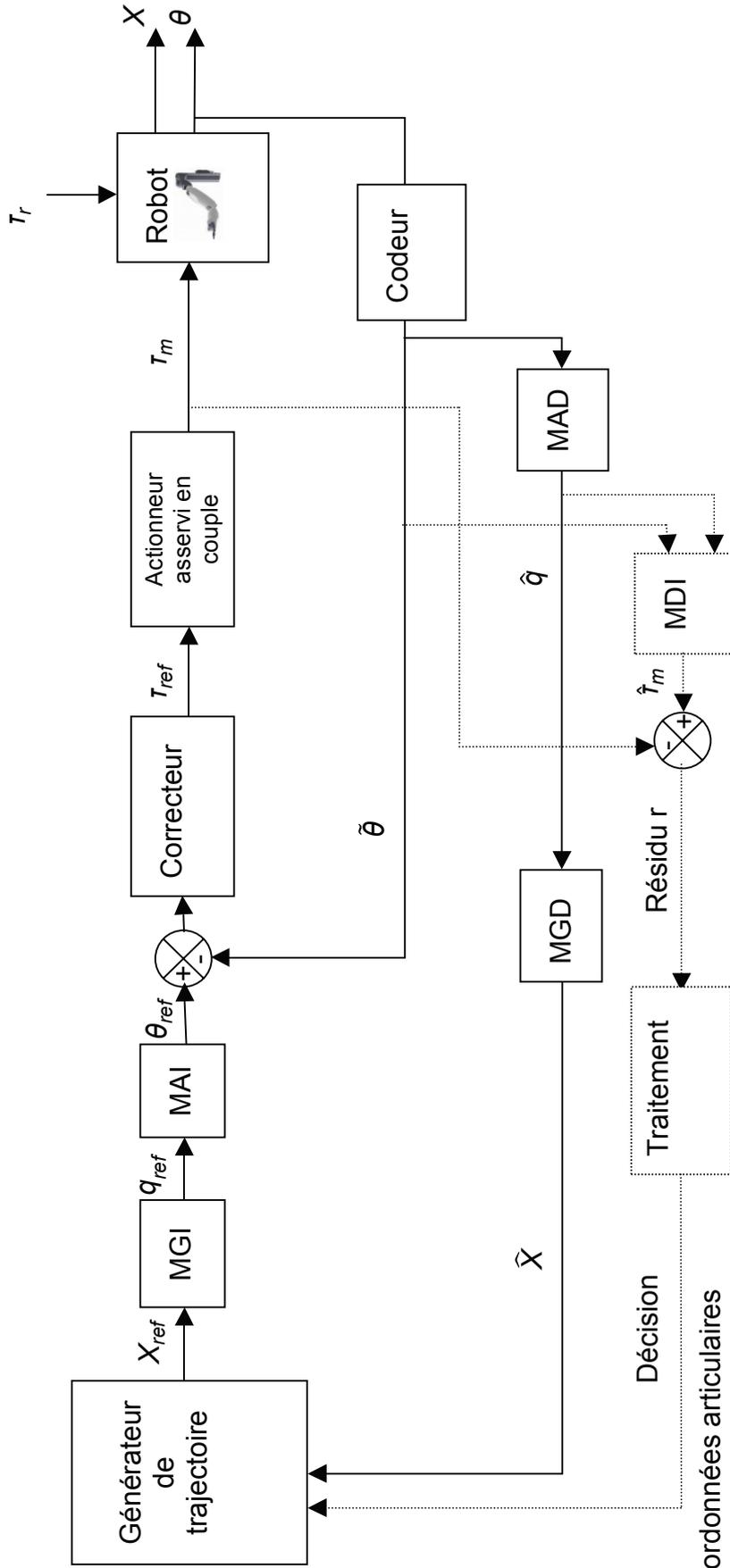
Dossier technique

DT 1 - Structure type des motorisations d'axe

Diagramme de bloc interne décrivant la motorisation d'un axe



DT 2 - Structure de commande du robot ASSIST



X : coordonnées articulaires
 θ : angles moteurs

X_{ref} : consignes des coordonnées opérationnelles

q_{ref} : consignes des angles articulaires

θ_{ref} : consignes des angles moteurs

T_{ref} : consignes des couples moteurs

T_m : couples moteurs

$\tilde{\theta}$: mesures des angles moteurs

\hat{q} : angles articulaires évalués

\hat{X} : coordonnées opérationnelles évaluées

\hat{T}_m : couples moteurs évalués

T_r : couple extérieur résistant appliqué au robot

MGI : Modèle Géométrique Inverse

MGD : Modèle Géométrique Direct

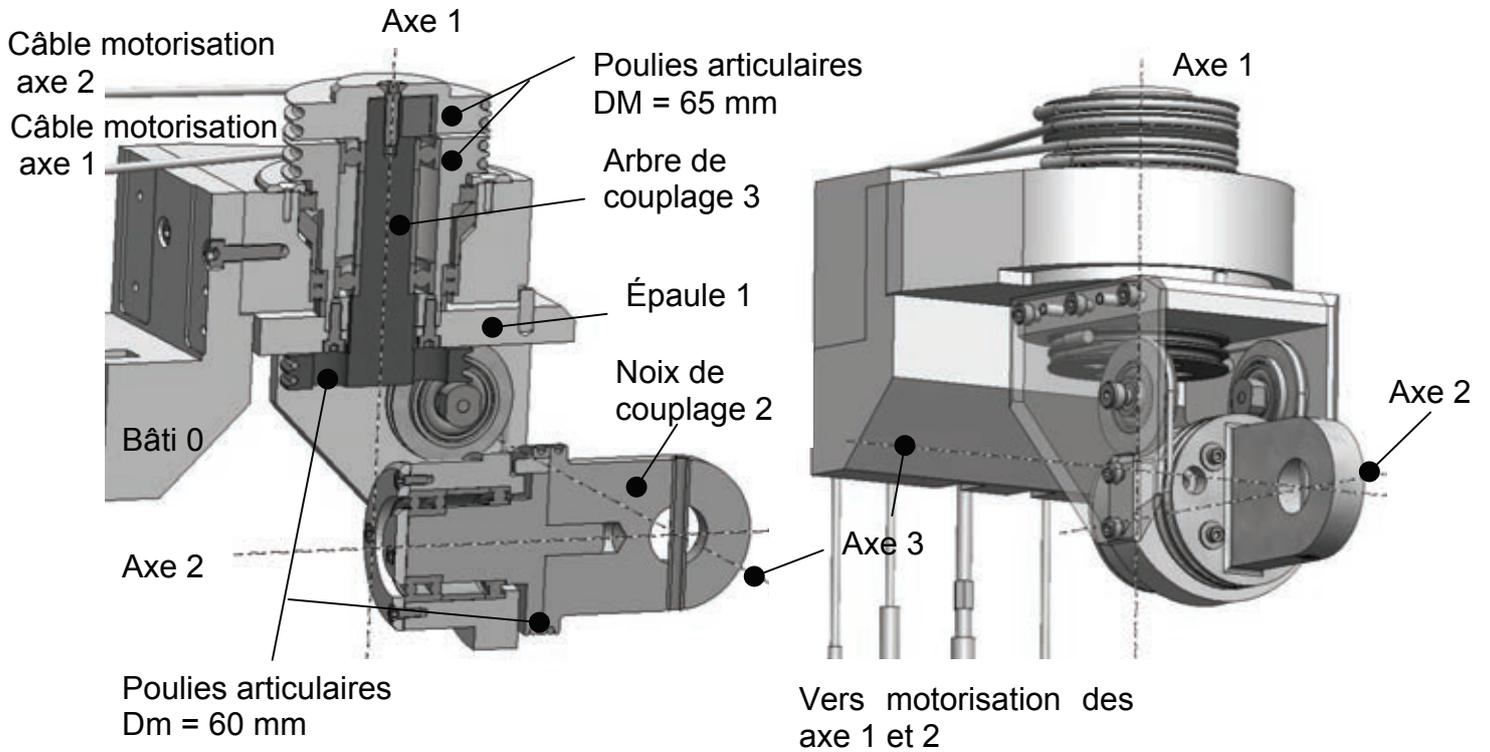
MDI : Modèle Dynamique Inverse

MAI : Modèle Articulaire Inverse

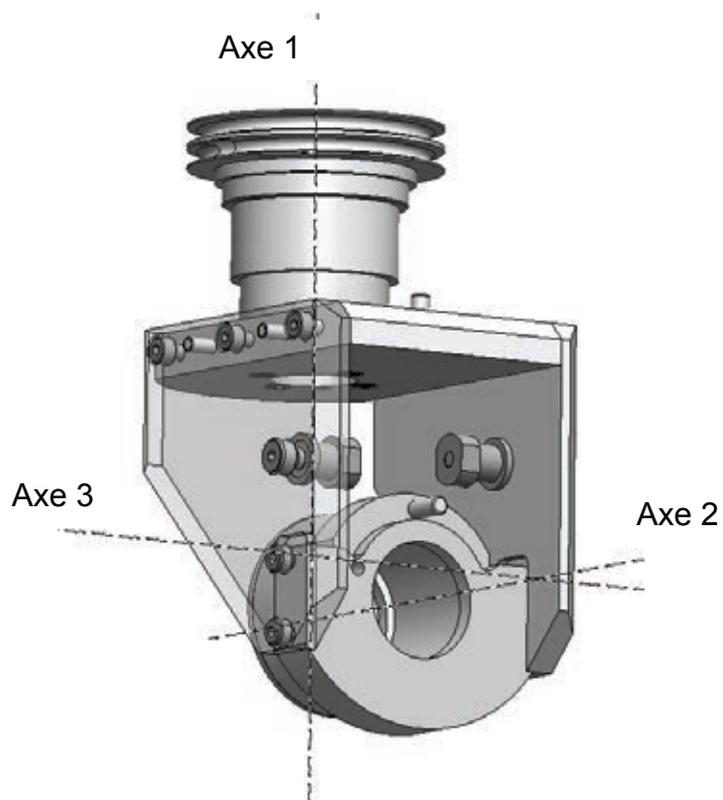
MAD : Modèle Articulaire Direct

DT 3 - Vue de détail de l'épaule du bras robotisé

Vue détaillée du couplage mécanique des axes motorisés 1 et 2



Ensemble cinématique nommé épaule



DT 4 - Modélisation limitée aux axes épaule et coude

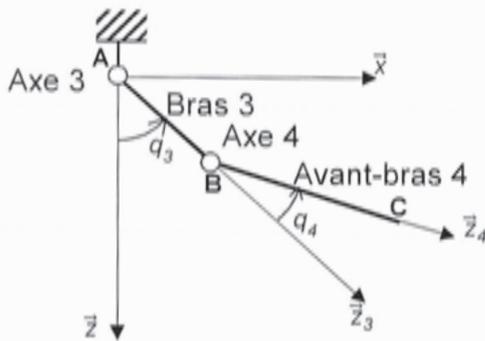


Figure 34. Axes épaule et coude dans le cas d'articulations rigides

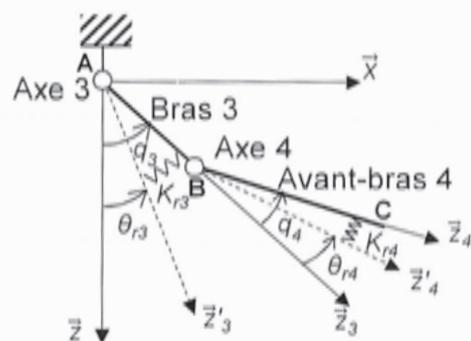


Figure 35. Axes épaule et coude dans le cas d'articulations flexibles

Notations :

- $l_3 = AB$ et $l_4 = BC$, les longueurs des bras ;
- $q = (q_3, q_4)$ exprime les coordonnées articulaires avec $q_3 = (\vec{z}, \vec{z}_3)$ et $q_4 = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$;
- $\theta = (\theta_3, \theta_4)$ exprime les valeurs des angles moteurs ;
- $\theta_r = (\theta_{r3}, \theta_{r4})$, exprime les valeurs des angles articulaires dans le cas d'articulation rigides ;
- $K_{tran3} = \frac{\theta_{r3}}{\theta_3}$ et $K_{tran4} = \frac{\theta_{r4}}{\theta_4}$, les rapports de transmission des actionneurs à câble ;
- $X = (x_c, z_c)$, les coordonnées opérationnelles où $\overrightarrow{AC} = x_c \vec{x} + z_c \vec{z}$.

Actions mécaniques extérieures :

- l'accélération de pesanteur est $\vec{g} = g \vec{z}$;
- l'effort de collision est modélisé par un glisseur $\vec{F}(F_x, 0, F_z)$ en C ;
- les couples d'entraînement sur les axes des articulations sont modélisés par les couples articulaires $\tau_a = (\tau_{a3}, \tau_{a4})$;
- les frottements sont modélisés par des couples de frottement visqueux de coefficients f_{m3} en A et f_{m4} en B ramenés à l'axe de rotation en sortie des réducteurs (angles θ_{r3} et θ_{r4}) ; et par du frottement visqueux de coefficients f_{a3} en A et f_{a4} en B ramenés aux axes articulaires (angles q_3 et q_4) ;
- les raideurs sont modélisées par des ressorts de torsion de raideurs K_{r3} en A et K_{r4} en B.

Caractéristiques géométriques	Caractéristiques inertielles
Actionneurs 3 et 4	
Angle de rotation des moteurs θ_3 et θ_4 Rapports de réduction : $r_3 = 4,3:1$ et $r_4 = 1:1$	Inertie des actionneurs (avant les flexibilités) ramenée à l'axe de l'articulation : J_a
Bras 3	
Repère $R_3 = (\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ Angle $q_3 = (\vec{z}, \vec{z}_3) = (\vec{x}, \vec{x}_3)$ Longueur $l_3 = 350$ mm	Masse m_3 Centre d'inertie G_3 tel que $\overline{AG_3} = \lambda_3 \vec{z}_3$ $\lambda_3 = 300$ mm Matrice d'inertie du bras (hors moteur et réducteur) : $[I_{G_3}(3)] = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{R_3}$
Bras 4	
Repère $R_4 = (\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ Angle $q_4 = (\vec{z}, \vec{z}_4) = (\vec{x}, \vec{x}_4)$ Longueur $l_4 = 300$ mm	Masse m_4 Centre d'inertie G_4 tel que $\overline{BG_4} = \lambda_4 \vec{z}_4$ Matrice d'inertie du bras (hors moteur et réducteur) : $[I_{G_4}(4)] = \begin{bmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}_{R_4}$

DT 5 – Modélisation par éléments finis du comportement sous charge du bras

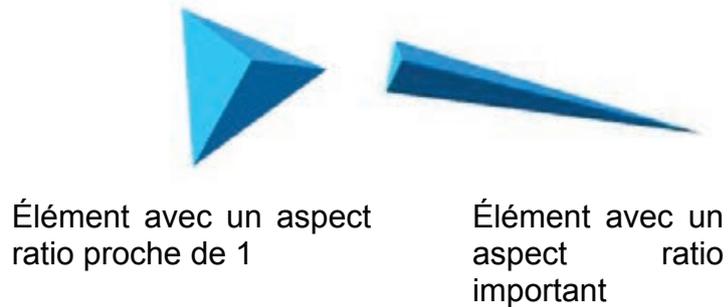
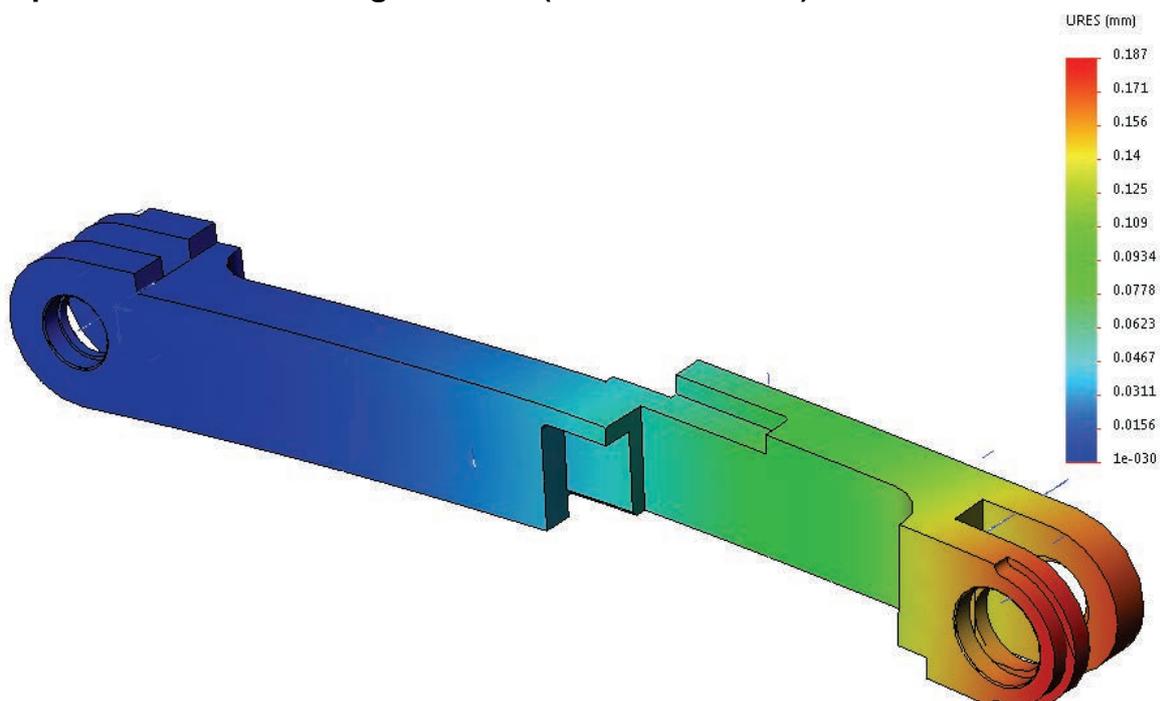


Figure 36. Aspect ratio d'un élément

Éléments d'information sur la qualité de 2 maillages envisagés

Maillage 1		Maillage 2	
Nombre total de nœuds	3709	Nombre total de nœuds	161479
Nombre total d'éléments	1883	Nombre total d'éléments	106787
Aspect ratio maximal d'un élément	16,225	Aspect ratio maximal d'un élément	7,959
% d'éléments avec un aspect ratio < 3	53,1	% d'éléments avec un aspect ratio < 3	99,5
% d'éléments avec un aspect ratio >10	2,66	% d'éléments avec un aspect ratio >10	0
% d'éléments distordus	4,73	% d'éléments distordus	0

Déplacements sous charge du bras (flèche maximale)



DT 6 - Résultats d'essais de collision

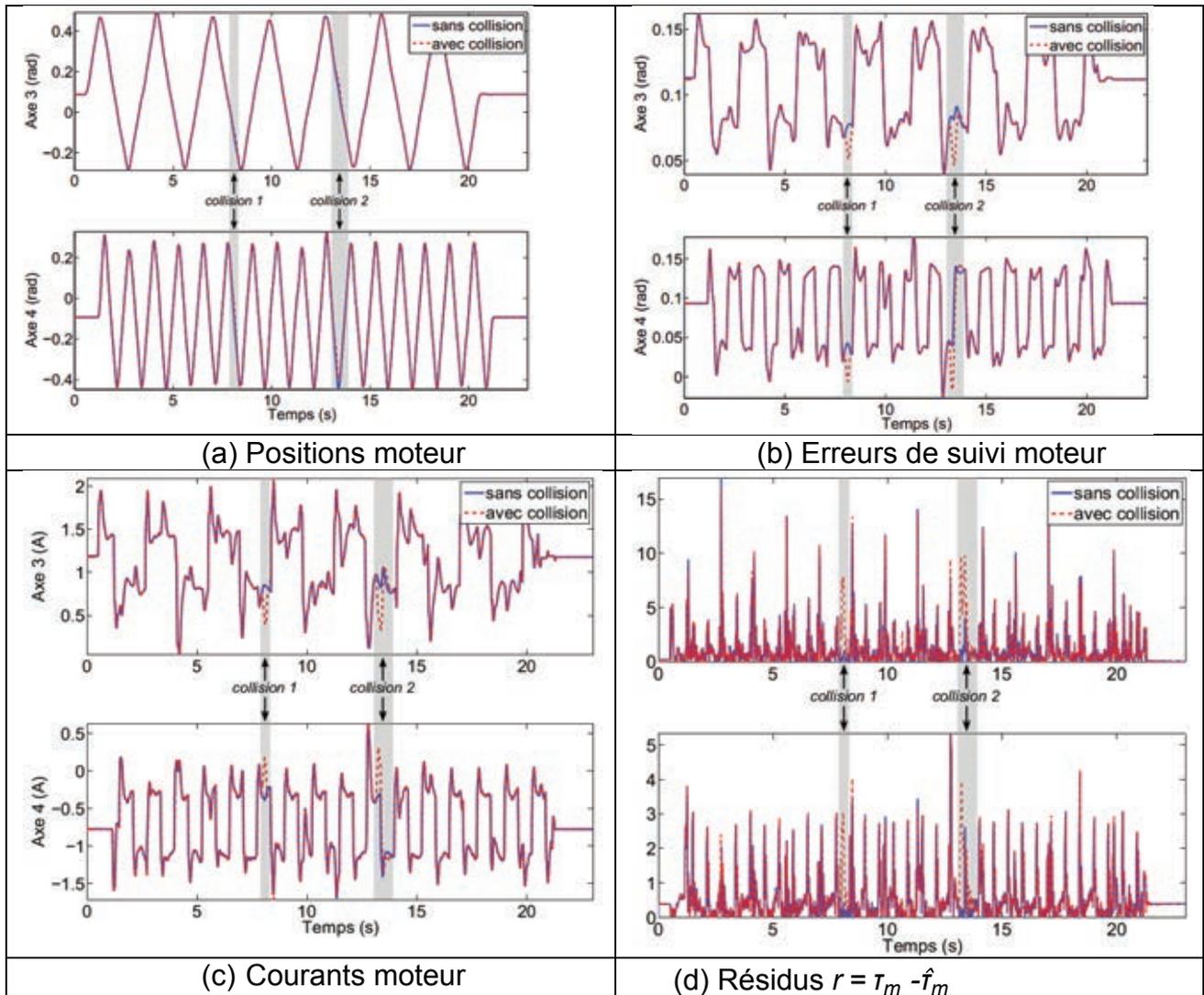


Figure 37. Essais de collision avec seuil statique

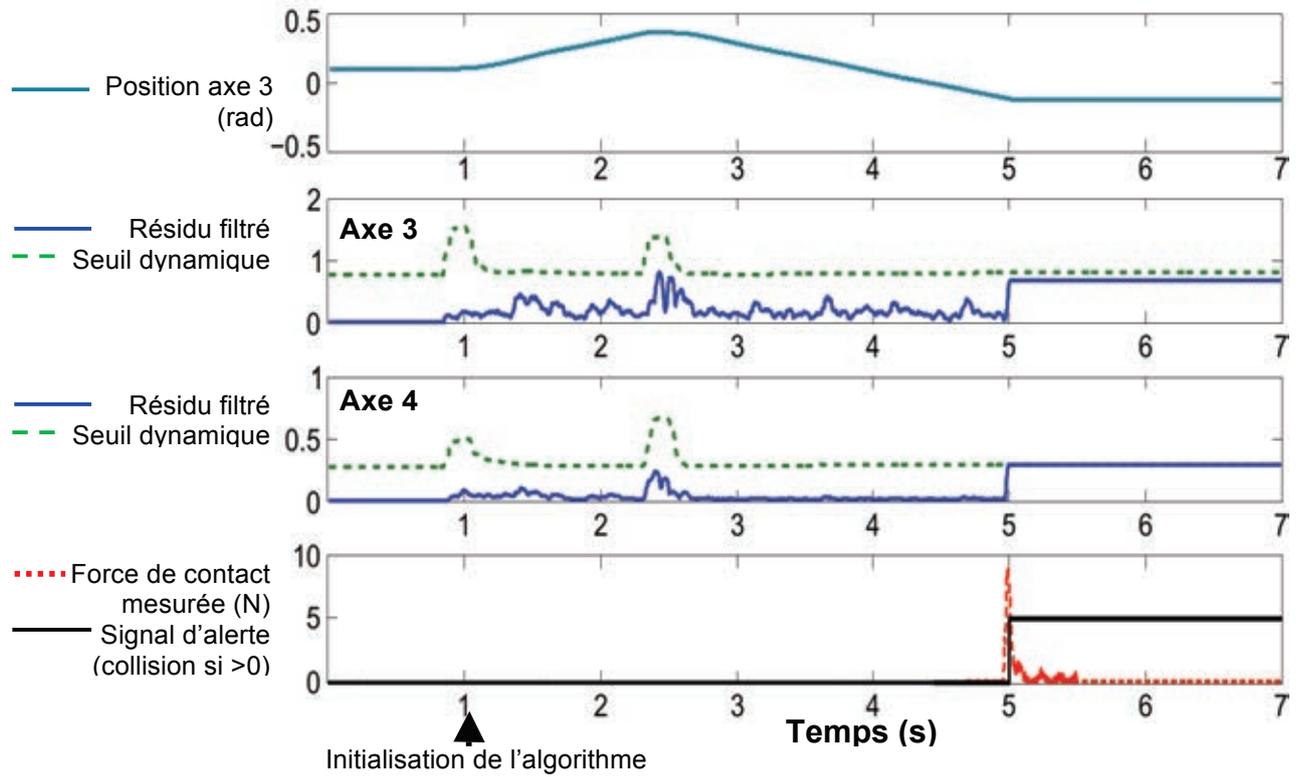


Figure 38. Essais de collisions avec seuil dynamique

DR3 Géométrie du bras : repérer les simplifications à envisager.

