MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Concours du second degré

Rapport de jury

Concours : CAPES externe

Section : Mathématiques

Session 2014

Rapport de jury présenté par : Xavier SORBE, président du jury

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'éducation nationale (système d'information et d'aide aux concours du second degré) :

http://www.education.gouv.fr/pid63/siac2.html

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

http://capes-math.org

Les épreuves écrites de la session 2014 se sont tenues les 1er et 2 avril 2014.

Les épreuves orales se sont déroulées du 21 juin au 8 juillet 2014, dans les locaux du lycée Jean Lurçat, Paris 13e.
Le jury tient à remercier chaleureusement Madame le Proviseur et l'ensemble des personnels du lycée pour la qualité de leur accueil.

Table des matières

1. PRÉSENTATION DU CONCOURS

1.1 Composition du jury

ADAM Emmanuelle	professeur agrégé
ALARIC Bernard	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
ALDEBERT Didier	professeur agrégé
ALLARD Anne	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
ALT Christine	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
ANGELI Yann	professeur agrégé
ARMAND Véronique	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
ASSET Laurent	professeur agrégé
BAILLOEUIL Mélissa	professeur agrégé
BAJI Bruno	professeur agrégé
BARNET Christophe	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BAUDU Jean-Charles	professeur agrégé
BECHATA Abdellah	professeur de chaires supérieures
BENZIDIA Abdelaziz	professeur agrégé
BERNE Corinne	professeur agrégé
BESBES Mourad	maître de conférences
BESSIÈRE Arnaud	professeur agrégé
BILLAULT Eric	professeur de chaires supérieures
BILLET Emmanuel	professeur agrégé
BILLOT Ludovic	professeur agrégé
BLANCHARD Emmanuel	professeur agrégé
BLOTTIÈRE David	professeur agrégé
BLUTEAU-DAVY Véronique	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BOILLAUD Romain	professeur agrégé
BONTEMPELLI Alain	professeur agrégé
BOUCHEL Olivier	professeur agrégé
BOUDARN Dalia	professeur agrégé
BOUQUET Marie-Odile	professeur agrégé
BOVANI Michel, vice-président	inspecteur général de l'éducation nationale
BOZON Marie-Pierre	professeur agrégé
BRANDEBOURG Patrick	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BREHERET Richard	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BROISE Anne	maître de conférences
BRUCKER Christian	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BUGNET Gaëlle	professeur agrégé
CAM Emmanuel	professeur agrégé
CANTINEAU Christine	professeur de chaires supérieures
CHAPOULY Marianne	professeur agrégé
CHARPENTIER-TITY Charles	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
CHAUVET Emmanuel	professeur agrégé
CHOMEL DE JARNIEU Anne	professeur agrégé
COHEN-APTEL Véronique	professeur agrégé
COLESSE Sylvie	professeur agrégé
COLLEU Frederic	professeur agrégé
CROUZET Antoine	professeur agrégé
DANIEL Amélie	professeur agrégé
DANNE Laurent	professeur agrégé
DÉAT Joëlle	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
DEGORCE Eric	professeur agrégé

DESTRUHAUT Fabrice	professeur agrégé
DEZELEE Charlotte	professeur agrégé
DI GRIGOLI Cécile	professeur agrégé
DIDIER Antony	professeur agrégé
DIDRY Manon	professeur agrégé
DONATI-MARTIN Catherine	professeur des universités
DOS SANTOS Rui	professeur agrégé
DUBOULOZ Georges	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
DUDOGNON Marylène	professeur agrégé
DUPIN Xavier	professeur agrégé
DUSSART Delphine	professeur agrégé
EGGER Damien	professeur agrégé
EL AMRANI Mohammed	maître de conférences
ESCOFFIER Jérôme	professeur agrégé
FAUBOURG Ludovic	professeur agrégé
FAUCHON Magali	professeur agrégé
FAURE Christian	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
FÉRACHOGLOU Robert	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
FEVOTTE Philippe	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
FIOL Clarisse	professeur agrégé
FITAMANT Christelle	professeur agrégé
FLICHE Françoise	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
FOISSY Loïc, vice-président	professeur des universités
FONTAINE-ROBICHON Sophie	professeur agrégé
FONTY Hélène	professeur agrégé
FRANCOIS Claudine	professeur agrégé
GAMAIN Frédéric	professeur agrégé
GARCIA Thomas	professeur agrégé
GAROT Sébastien	professeur agrégé
GAUCHARD Xavier, vice-président	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
GAUTIER Sébastien	professeur agrégé
GEORGELIN Christine	maître de conférences
GICQUEL Cécile	professeur agrégé
GOUY Michel	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
GRENIER-BOLEY Nicolas	maître de conférences
GUYONVARC'H Bertrand	professeur agrégé
HAMON Marie-Gwenael	professeur agrégé
HERMANS Yann	professeur agrégé
HEZARD David	professeur agrégé
HEZARD Marie	professeur agrégé
HONVAULT Pascal	maître de conférences
HUBERT Nicolas	professeur agrégé
HUNAULT Ollivier	inspecteur général de l'éducation nationale
JACQUES Isabelle	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
JACQUIN Martine	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
JAMET Pierre-Yves	professeur de chaires supérieures
JOURDEN Gilbert	professeur de chaires supérieures
KAYSER Paul	professeur agrégé
LA FONTAINE François	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LABROSSE Jean	professeur agrégé
LAC Philippe	professeur agrégé
LAFARGUE Benoît	professeur agrégé
LAGRAIS Alain	professeur agrégé
LAMPLE Hélène	professeur agrégé

LASSALLE Olivier	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LATHÉLIZE Arnaud	professeur agrégé
LAURENT REIG Céline	professeur agrégé
LAVAU Françoise	professeur agrégé
LE GALL Pol	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LEFORESTIER Céline	professeur agrégé
LEGROS Stéphane	professeur de chaires supérieures
LEGRY Ludovic	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LEROY Richard	professeur agrégé
LORIDON Geneviève, vice-présidente	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LOUVRIER Pascale	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LOVERA Stéphanie	professeur agrégé
MAGNIN Nicolas	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
MAILLE Vincent	professeur agrégé
MALLEGOL Pascale	professeur de chaires supérieures
MALLET Nathalie	professeur agrégé
MANESSE Sophie	professeur agrégé
MANSUY Anthony	professeur agrégé
MARCUS Sophie	professeur agrégé
MARI Pierre	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
MARQUIER Soisick	professeur agrégé
MARTINEZ Isabelle	professeur agrégé
MARTINEZ-LABROUSSE Isabelle	professeur agrégé
MASSON-ROLLAND Claudie	professeur agrégé
MATHAUX Valérie	professeur agrégé
MEGARD Marie, vice-présidente	IGEN
MENINI Chantal	maître de conférences
MICHAU Nadine	professeur agrégé
MOUEZ Stéphane	professeur agrégé
MULLAERT Chloé	professeur agrégé
NICOLLE Véronique	professeur agrégé
NOE Laurent	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
NOGUES Maryse	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
OBERT Marie-Christine	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
OLLIVIER Gilles	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
PAGOTTO Eric	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
PASSAT Isabelle	professeur agrégé
PASSERAT Stéphane	professeur agrégé
PELLERIN Sebastien	professeur agrégé
PERRIN Ghislaine	professeur agrégé
PETIT Francis	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
PICAMOLES Xavier	professeur agrégé
PICARD Sandrine	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
PLANTEVIN Frédérique	maître de conférences
PRÉAUT Nicolas	professeur agrégé
PREBET Hubert	professeur agrégé
QUELET Béatrice	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
RASKINE Anne	professeur agrégé
REGNAUD Antoine	professeur agrégé
REMY Pascal	professeur agrégé
RICOMET Vincent	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
RODDIER Jean-Alain	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
RODOZ-PLAGNE Sophie	professeur agrégé
ROIGNAN SOARES Nathalie	professeur agrégé

ROLAND Audrey	professeur agrégé
ROUDNEFF Evelyne	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SAAI Mustapha	professeur agrégé
SAGEAUX Thierry	professeur agrégé
SALARDON Rémi	professeur agrégé
SALDANA Amandine	professeur agrégé
SALEUR Benoît	professeur agrégé
SALVI Karine	professeur agrégé
SATABIN Anabel	professeur agrégé
SCHWER Sylviane, vice-présidente	professeur des universités
SEITZ Jean-Jacques	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SENECHAUD Pascale	maître de conférences
SERRA Eric	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SIDOKPOHOU Olivier, vice-président	professeur agrégé
SIGWARD Eric	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SINTEFF Raphaël	professeur agrégé
SORBE Xavier, président du jury	inspecteur général de l'éducation nationale
SOROSINA Eric	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SPAGNESI Marion	professeur agrégé
STEFANI Stéphane	professeur agrégé
STRAUB Odile	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SZWARCBAUM Elia	professeur agrégé
TABKA Jalel	maître de conférences
TALEB Monique	professeur agrégé
TERRIER Loïc	professeur agrégé
TRUCHAN Alain	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
TUDESQ Christian	professeur agrégé
VANTROYS Fanny	professeur agrégé
VASSARD Christian	professeur agrégé
VAUGON Claude	professeur agrégé
VÉDRINE Mickaël	professeur agrégé
VIALE Alexandra	professeur agrégé
VOLTE Emmanuel	professeur agrégé
WEISSE Jean-François	professeur agrégé
WILKE Stéphane	professeur agrégé
WIRIG Gilles	professeur agrégé
XUEREB Thierry	professeur agrégé
YGÉ Jérôme	professeur agrégé
YILMAZ Dilek	professeur agrégé
ZINE Mehdi	professeur agrégé
ZOLNET Joffrey	professeur agrégé
ZWERTVAEGHER Karine	professeur agrégé

1.2 Définition des épreuves

Arrêté du 19 avril 2013 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH1310120A)

Section mathématiques

L'ensemble des épreuves du concours vise à évaluer les capacités des candidats au regard des dimensions disciplinaires, scientifiques et professionnelles de l'acte d'enseigner et des situations d'enseignement.

A. — Épreuves écrites d'admissibilité

Le programme de ces épreuves est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes préparatoires aux grandes écoles (MPSI, MP, ECS 1re et 2e années). Les notions traitées dans ces programmes doivent pouvoir être abordées au niveau M1 du cycle master.
1° Première épreuve d'admissibilité
Le sujet est constitué d'un ou plusieurs problèmes. L'épreuve consiste en leur résolution.
Elle permet d'apprécier la connaissance de notions mathématiques au programme du concours. Elle sollicite également les capacités de raisonnement et d'argumentation du candidat ainsi que sa maîtrise de la langue française.
Durée : cinq heures ; coefficient 1.
2° Deuxième épreuve d'admissibilité
Le sujet est constitué de plusieurs problèmes. L'épreuve consiste en leur résolution et permet également au candidat de mettre ses savoirs en perspective et de manifester un recul critique vis-à-vis de ces savoirs.
L'épreuve permet en outre d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle.
Certaines questions font appel à une analyse réflexive pour mettre en perspective des notions au programme de l'enseignement secondaire et justifier des choix pédagogiques.
L'usage de calculatrices scientifiques est autorisé selon la réglementation en vigueur.
Durée : cinq heures ; coefficient 1.

B. — Épreuves d'admission

Les deux épreuves orales d'admission comportent un entretien avec le jury qui permet d'évaluer la capacité du candidat à s'exprimer avec clarté et précision, à réfléchir aux enjeux scientifiques, didactiques, épistémologiques, culturels et sociaux que revêt l'enseignement du champ disciplinaire du concours, notamment dans son rapport avec les autres champs disciplinaires.
1° Épreuve de mise en situation professionnelle
L'épreuve comporte un exposé du candidat suivi d'un entretien avec le jury. Elle prend appui sur les programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.
L'épreuve permet d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser et organiser des notions sur un thème donné, et à les exposer de façon convaincante. Elle consiste en la présentation d'un plan hiérarchisé qui doit mettre en valeur le recul du candidat par rapport au thème.
Le candidat choisit un sujet parmi deux qu'il tire au sort.
Pendant vingt minutes, il expose un plan d'étude détaillée du sujet qu'il a choisi. Cet exposé est suivi du développement par le candidat d'une partie de ce plan d'étude, choisie par le jury, puis d'un entretien portant sur ce développement ou sur tout autre aspect en lien avec le sujet choisi par le candidat.
Pendant la préparation et lors de l'interrogation, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès aux ouvrages de la bibliothèque du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.
Durée de la préparation : deux heures et demie ; durée de l'épreuve : une heure ; coefficient 2.
2° Épreuve sur dossier
Le programme de cette épreuve est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.
L'épreuve permet d'apprécier la capacité du candidat à engager une réflexion pédagogique pertinente et à communiquer efficacement. Elle donne également au candidat la possibilité de valoriser sa culture scientifique et sa connaissance des programmes officiels.
L'épreuve prend appui sur un dossier fourni par le jury, comprenant des documents de natures diverses (scientifiques, didactiques, pédagogiques, extraits de manuels, travaux d'élèves) et portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Ce thème peut être illustré par un exercice qui peut être complété par des productions d'élèves, des extraits des programmes officiels, des documents ressources ou des manuels.

Les réponses du candidat aux questions posées dans le dossier permettent d'apprécier ses qualités pédagogiques et sa réflexion didactique. Elles concernent l'énoncé de l'exercice, les compétences que celui-ci mobilise, les démarches possibles, les méthodes de résolution ou les éléments d'évaluation. Le candidat doit également proposer des exercices s'inscrivant dans le thème du dossier et visant les objectifs précisés par le jury.
Pendant trente minutes, le candidat expose ses réponses aux questions posées dans le dossier.
L'entretien avec le jury prend appui sur la présentation faite par le candidat, en particulier sur les exercices qu'il a proposés, aussi bien en ce qui concerne leur résolution que leur intégration dans une séquence pédagogique. L'entretien permet aussi d'évaluer la capacité du candidat à prendre en compte les acquis et les besoins des élèves, à se représenter la diversité des conditions d'exercice de son métier futur, à en connaître de façon réfléchie le contexte dans ses différentes dimensions (classe, équipe éducative, établissement, institution scolaire, société) et les valeurs qui le portent, dont celles de la République.
Pendant la préparation et lors de l'interrogation, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès aux ouvrages de la bibliothèque du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.
Durée de la préparation : deux heures et demie ; durée de l'épreuve : une heure ; coefficient 2.

1.3 Programme

Épreuves écrites
Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes préparatoires aux grandes écoles (MPSI, MP, ECS 1^{re} et 2^{e} années) en vigueur au titre de l'année scolaire 2013-2014.

Épreuves orales
Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs en vigueur au titre de l'année scolaire 2013-2014.

2. QUELQUES STATISTIQUES

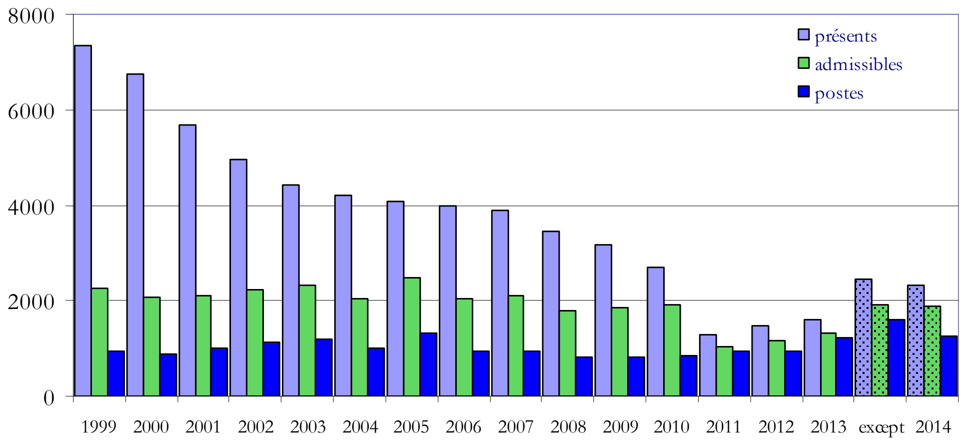
2.1 Historique

L'année 2014 a été marquée par la tenue de deux sessions : la session exceptionnelle, dont les épreuves écrites s'étaient déroulées en juin 2013 et dont les épreuves orales se sont tenues au mois d'avril 2014, et la session 2014 dite « rénovée », caractérisée par la mise en œuvre d'une nouvelle définition des épreuves, faisant l'objet de ce rapport.

Compte tenu du sévère déficit de candidats constaté dans la discipline pour la cinquième session consécutive, tous les postes offerts au CAPES n'ont pu être pourvus. Il convient cependant de noter que le nombre total de candidats admis sur l'ensemble des deux sessions de l'année 2014 dépasse le nombre de postes habituellement ouverts pour ce concours.

CAPES	postes	présents aux deux épreuves écrites	admissibles	admis		présents / postes	admis / présents
1999	945	7332	2274	945		7,8	13%
2000	890	6750	2067	890		7,6	13%
2001	990	5676	2109	990		5,7	17%
2002	1125	4948	2213	1125		4,4	23%
2003	1195	4428	2328	1195		3,7	27%
2004	1003	4194	2040	1003		4,2	24%
2005	1310	4074	2473	1310		3,1	32%
2006	952	3983	2043	952		4,2	24%
2007	952	3875	2102	952		4,1	25%
2008	806	3453	1802	806		4,3	23%
2009	806	3160	1836	806		3,9	26%
2010	846	2695	1919	846		3,2	31%
2011	950	1285	1047	574		1,4	45%
2012	950	1464	1176	652		1,5	45%
2013	1210	1613	1311	816		1,3	51%
2014 except	1592	2454	1903 ⊕	794			
2014	**1243**	**2327**	**1892** ⊕⊕	**838**			

⊕ Déduction faite des doublons avec la session 2013, l'effectif à prendre en compte est 1247 (voir rapport de la session exceptionnelle)



⊕⊕ Parmi les 1892 admissibles à la session 2014, 646 avaient été admis à la session exceptionnelle (CAPES ou CAFEP), parmi lesquels 24 ont choisi de se présenter une nouvelle fois (tous sauf un ont été admis). Ainsi, le nombre de candidats admissibles au CAPES réellement concernés par les épreuves d'admission est en fait de 1270 (1892–646+24).

Seulement 1129 candidats se sont déplacés pour prendre part aux épreuves orales, de sorte que la part d'admis parmi les admissibles présents aux oraux est de 74%.

CAFEP	postes	présents aux deux épreuves écrites	admissibles	admis
1999	210	847	107	57
2000	206	1030	145	78
2001	215	889	200	113
2002	230	745	192	118
2003	230	636	214	116
2004	177	658	205	103
2005	177	644	279	139
2006	135	689	283	126
2007	160	693	267	123
2008	155	631	200	90
2009	109	633	268	109
2010	155	554	308	119
2011	90	276	198	90
2012	75	319	214	75
2013	105	359	272	105
2014 except	155	493	342 ⌖	155
2014	**151**	**452**	**342 ⌖⌖**	**136**

⌖ L'effectif à prendre en compte, déduction faite des doublons avec la session 2013, est 259.

⌖⌖ Parmi les 342 admissibles à la session 2014 du CAFEP, 104 avaient été admis à la session exceptionnelle (CAPES ou CAFEP), parmi lesquels 5 ont choisi de se présenter une nouvelle fois (tous ont été admis).
Ainsi, le nombre de candidats admissibles au CAFEP réellement concernés par les épreuves orales est de 243 (342−104+5). Parmi eux, 219 ont pris part aux épreuves orales.

2.2 Répartition des notes

Les données suivantes concernent les concours CAPES et CAFEP réunis.
Les notes indiquées sont sur 20.

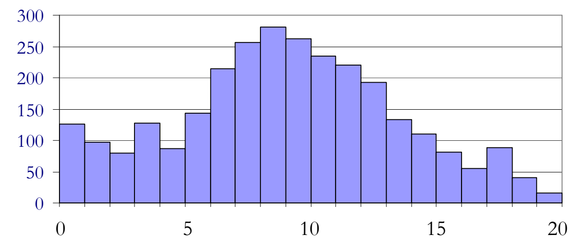
2.2.1 Épreuves d'admissibilité

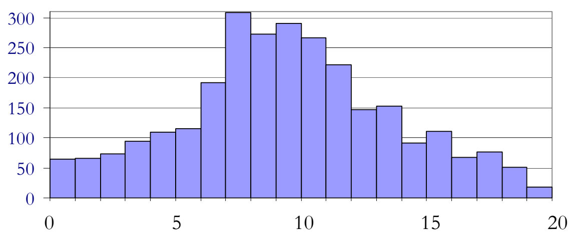
Première composition

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,03	4,47	6,20	9,06	12,11

Deuxième composition

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,46	4,24	6,92	9,36	12,11

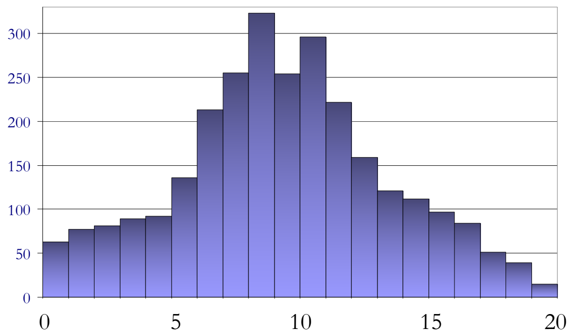




Le coefficient de corrélation linéaire entre les notes des deux épreuves écrites est 0,86.
La barre d'admissibilité a été fixée à 6,00 sur 20.

Moyenne écrit

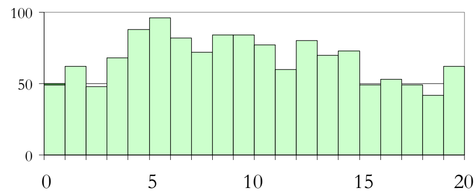
Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,34	4,14	6,69	9,19	11,91



2.2.2 Épreuves d'admission

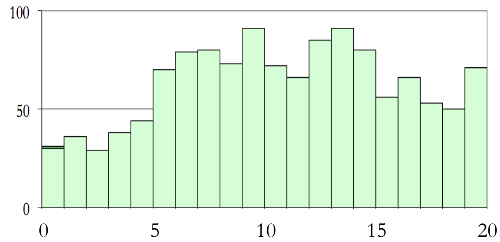
Exposé

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,37	5,40	5,20	9,00	13,60

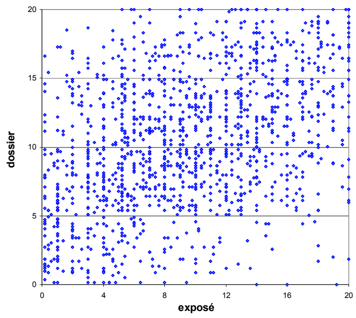


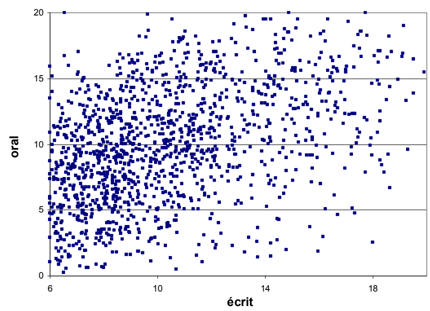
Dossier

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,42	4,90	6,95	10,19	14,05



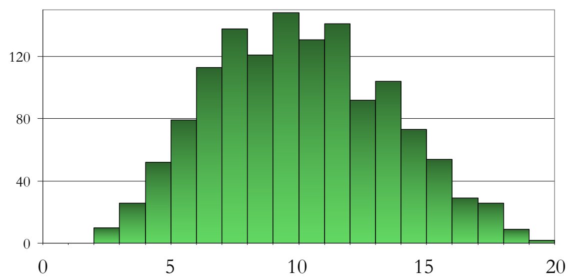
Les nuages ci-dessous illustrent la répartition des candidats, d'une part en fonction de leurs notes aux deux épreuves orales, d'autre part en fonction de leurs moyennes à l'écrit et à l'oral.





Moyenne générale (écrit et oral)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,07	3,46	7,57	9,92	12,53



La barre d'admission a été fixée à 7,80 sur 20 pour le CAPES et le CAFEP.

Compte tenu du nombre de candidats présents et du niveau d'exigence que requiert le recrutement de professeurs certifiés, seulement deux tiers des postes offerts au CAPES externe ont été pourvus, ce qui rappelons-le correspond à 74% des candidats présents aux épreuves d'admission.

Au CAFEP, le rapport plus favorable candidats/postes n'a cependant pas permis de pourvoir tous les postes.

2.3 Autres données

Les données suivantes concernent les concours CAPES et CAFEP réunis, en distinguant les candidats présents aux épreuves écrites, les admissibles et les admis (CAPES : 838 admis, CAFEP : 136 admis). Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.

Sexe	présents		admissibles		admis	
Femmes	1121	40%	880	39%	377	39%
Hommes	1658	60%	1354	61%	597	61%
	2779		2234		974	

Âge	présents		admissibles		admis	
entre 20 et 25 ans	870	31%	803	36%	421	43%
entre 25 et 30 ans	832	30%	662	30%	258	26%
entre 30 et 35 ans	367	13%	272	12%	113	12%
antre 35 et 40 ans	260	9%	188	8%	70	7%
entre 40 et 45 ans	203	7%	141	6%	48	5%
entre 45 et 50 ans	117	4%	78	3%	35	4%
plus de 50 ans	130	5%	90	4%	29	3%

Académie d'inscription	présents		admissibles		admis	
AIX-MARSEILLE	136	5%	102	5%	42	4%
AMIENS	44	2%	32	1%	14	1%
BESANCON	69	2%	58	3%	23	2%
BORDEAUX	119	4%	100	4%	44	5%
CAEN	62	2%	55	2%	22	2%
CLERMONT-FERRAND	62	2%	54	2%	25	3%
CORSE	8	0%	4	0%	4	0%
DIJON	47	2%	40	2%	14	1%
GRENOBLE	138	5%	115	5%	46	5%
GUADELOUPE	29	1%	18	1%	7	1%
GUYANE	8	0%	3	0%	2	0%
LA REUNION	68	2%	45	2%	18	2%
LILLE	173	6%	149	7%	66	7%
LIMOGES	34	1%	26	1%	13	1%
LYON	163	6%	132	6%	68	7%
MARTINIQUE	21	1%	12	1%	1	0%
MAYOTTE	5	0%	3	0%	0	0%
MONTPELLIER	99	4%	78	3%	33	3%
NANCY-METZ	86	3%	72	3%	30	3%
NANTES	139	5%	112	5%	45	5%
NICE	73	3%	59	3%	29	3%
NOUVELLE CALEDONIE	17	1%	17	1%	4	0%
ORLEANS-TOURS	63	2%	52	2%	18	2%
PARIS -CRETEIL-VERSAILLES	553	20%	435	19%	195	20%
POITIERS	63	2%	58	3%	25	3%
POLYNESIE FRANCAISE	8	0%	7	0%	2	0%
REIMS	51	2%	39	2%	12	1%
RENNES	150	5%	117	5%	53	5%
ROUEN	66	2%	50	2%	18	2%
STRASBOURG	102	4%	83	4%	45	5%
TOULOUSE	123	4%	107	5%	56	6%

Catégorie	présents		admissibles		admis	
étudiants	1267	46%	1125	50%	567	58%
emplois d'avenir professeur	38	1%	34	1%	27	1%
maitre-auxiliaire	123	4%	82	4%	34	3%
contractuel 2d degré	474	17%	376	17%	95	10%
vacataire du 2d degré	31	1%	20	1%	5	1%
assistant d'éducation	55	2%	24	1%	12	1%
autres (éducation nationale ou supérieur)	323	12%	248	11%	65	7%
cadres du secteur privé	104	4%	72	3%	30	3%
sans emploi	224	8%	156	7%	92	9%
autres	140	5%	97	4%	47	5%

3. ANALYSES ET COMMENTAIRES

3.1 Épreuves écrites

Le sujet de la **première épreuve** était constitué de deux problèmes. Le premier portait sur l'algèbre et la géométrie (une preuve du théorème fondamental de la géométrie affine dans le cas du plan) et le second sur l'analyse (applications du théorème de Cauchy-Lipschitz aux équations différentielles linéaires du second ordre).

Le jury a porté une attention particulière aux compétences suivantes.

- *Démontrer une équivalence* : 87% des candidats abordent au moins une des questions A1.3, A1.4 ou A1.5 du problème 1 ; parmi eux, 78% donnent au moins une réponse correcte.
- *Caractériser un parallélogramme* : 82% des candidats abordent au moins une des questions C.3.1, C.5.1 du problème 1 ; parmi eux, 68% donnent au moins une réponse correcte.
- *Utiliser le théorème de Cauchy-Lipschitz* (rappelé dans l'énoncé de l'épreuve) : 60% des candidats abordent au moins une des questions A2, A5.2 ou A4.3 du problème 2 ; parmi eux, 40% donnent au moins une réponse correcte.
- *Résoudre une équation différentielle linéaire du second ordre* : 59% des candidats abordent la question B1.1 du problème 2 ; 25% d'entre eux donnent une réponse correcte. En particulier, le cas du discriminant de l'équation caractéristique strictement négatif est mal connu.

Dans de nombreuses copies, la mise en place des différentes méthodes de raisonnement est bien détaillée : les raisonnements par l'absurde, par récurrence ou par analyse-synthèse sont clairement annoncés et les étapes sont bien indiquées. En particulier, la récurrence de la question B.1 du problème 1 a été très souvent réussie et la rédaction des démonstrations des équivalences est souvent limpide, que ce soit une preuve directe ou une preuve par double implication. Beaucoup de candidats ont en outre fait des efforts pour comprendre le sens global du problème : même si certaines questions intermédiaires ne sont pas abordées, les questions de synthèse peuvent être réussies.
Cependant on trouve encore trop souvent des raisonnements incomplets : il manque parfois la partie « synthèse » dans un raisonnement par analyse-synthèse, le candidat oublie de vérifier certaines hypothèses, ou certains cas ne sont pas étudiés dans un raisonnement par disjonction de cas, ce qui amène à considérer, par exemple, que toutes les droites du plan sont sécantes ou que tous les nombres rationnels sont positifs. Par ailleurs, les notations ensemblistes sont souvent malmenées : la confusion entre appartenance et inclusion est très fréquente.
Dans la partie A du problème 1, la notion de bijectivité pose de nombreux problèmes aux candidats. Son utilisation dans les démonstrations est souvent peu précise et parfois même invoquée à tort. De surcroît, l'établissement de la bijectivité d'une application donnée est fréquemment incomplète : par exemple, seule l'injectivité est démontrée. La partie B est mieux réussie par les candidats ; en particulier la densité de Q dans R est bien comprise et utilisée. Les démonstrations géométriques de la partie C sont souvent trop bavardes ou trop peu précises. Rappelons une nouvelle fois qu'un dessin ne remplace pas une démonstration, même s'il est toujours bienvenu pour illustrer celle-ci.
La première partie du problème 2 est souvent mal comprise par les candidats. Il s'agissait de démontrer le théorème de structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre. Il convenait donc de ne pas admettre ce théorème, contrairement à ce qui a été fait par de nombreux candidats. En outre, la résolution de l'équation différentielle $y''+by=0$ de la question B.1.1 est trop rarement réussie, en particulier lorsque le paramètre b est positif.
Ces constats conduisent à rappeler que :

- les notations ensemblistes telles que l'appartenance, l'inclusion ou l'ensemble vide doivent absolument être maîtrisées ;
- les notions élémentaires sur les applications (injectivité, surjectivité, bijectivité) ne devraient poser aucun problème aux candidats ;
- résoudre une équation différentielle simple, y compris du second ordre, est une compétence attendue de futurs professeurs de mathématiques.

Le sujet de la **deuxième épreuve** était composé de trois problèmes. Le premier problème, dans lequel on étudiait la méthode du point fixe, abordait dans sa première partie les questions d'existence et d'unicité d'une solution, ce qui amenait à s'interroger sur la nécessité de telle ou telle hypothèse. La deuxième partie, dédiée à la construction d'une suite convergeant vers un point fixe en vue d'obtenir des valeurs approchées d'une solution d'une équation, permettait d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle. La troisième partie demandait la démonstration d'un théorème du point fixe. Le deuxième problème (intégrales de Wallis, calcul de l'intégrale de Gauss, loi normale) consistait en la justification de la validité de la définition de la loi normale et le calcul des principaux paramètres relatifs à cette loi. Outre la maîtrise du calcul intégral, il faisait appel à des raisonnements afférents aux suites. Le troisième problème recherchait des conditions nécessaires et suffisantes pour que des droites remarquables d'un triangle soient perpendiculaires.

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes.

- *Exhiber un contre-exemple* : 80% des candidats abordent au moins une des questions A.1.1 ou A.1.2 ou encore A.3.3 du problème 1 – pour lesquelles on pouvait se contenter de fournir un contre-exemple graphique, comme mentionné dans l'énoncé – ; parmi eux, 85% donnent au moins une réponse correcte. On note une assez bonne maîtrise des notions de condition nécessaire ou suffisante. Les contre-exemples proposés sont jugés pertinents.
- *Raisonner par l'absurde* : 59% des candidats abordent au moins l'une des questions A.3.2 ou C.3 du problème 1 ou encore la question 2 du problème 3 (cette dernière pouvait être résolue de diverses manières) ; parmi eux, 80% rédigent correctement au moins un raisonnement par l'absurde.
- *Rédiger un raisonnement par récurrence* : 73% des candidats abordent la question B.2.1 du problème 1 ; parmi eux, 71% répondent correctement à cette question, située tôt dans le problème et qui demandait la preuve d'une inégalité telle qu'on pourrait l'attendre dans une classe de terminale.
- *Calculer une intégrale* : 58% des candidats abordent au moins une des questions A.2, C.2.2 ou C.4.1 du problème 2 ; parmi eux, 79% donnent au moins une réponse correcte.

Notons que la réussite sur les compétences *rédiger un raisonnement par récurrence* et *calculer une intégrale* est identique à celle constatée dans l'épreuve 1 de la session exceptionnelle.

Dans l'ensemble de l'épreuve, les questions qui relèvent de l'enseignement secondaire (étude d'une fonction, équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction en un point donné, théorème des valeurs intermédiaires, calcul d'intégrales, etc.) sont relativement bien maîtrisées, même si l'on déplore souvent une vérification sommaire, voire une absence de vérification, des conditions d'application des théorèmes (hypothèses de continuité, de dérivabilité, conditions pour une intégration par parties, domaine de validité des calculs, etc.). De façon générale, les candidats vérifient trop rarement les hypothèses avant d'appliquer une propriété établie antérieurement, ou encore lors des questions de synthèse.
Dans la recherche de limites, le théorème des gendarmes est très souvent invoqué à juste titre, mais l'existence de la limite est rarement signifiée. Seul le deuxième volet de ce théorème, permettant d'obtenir la valeur de la limite, est mentionné. Cela avait déjà été signalé dans les rapports des sessions précédentes.
Les connaissances en probabilités semblent plus assurées à cette session, ce qui permet à des candidats de faire preuve d'esprit critique par rapport à certains résultats qu'ils auraient pu obtenir.
En revanche, les inégalités ne sont pas toujours bien utilisées, les domaines de validité trop rarement précisés. Si l'inégalité triangulaire est mise en œuvre correctement, les candidats multiplient souvent une inégalité par un réel sans se soucier du signe de ce dernier et ne distinguent pas une inégalité large d'une inégalité stricte. Dans nombre de raisonnements ou conduites de calculs, on observe une utilisation intempestive, voire irréfléchie, du symbole d'équivalence et une maîtrise sommaire des quantificateurs.
Lorsqu'il est abordé, le problème 3, est rarement accompagné de figures, ce qui rend difficile la lecture des raisonnements, pouvant obliger le correcteur à produire une figure à partir de ce que le candidat a écrit.

Enfin, la réussite aux **épreuves écrites** nécessite que la préparation des candidats prenne en compte les éléments suivants :

- rédiger clairement et de manière rigoureuse est une composante essentielle du métier de professeur ;
- les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée, doivent être exposés avec toute la précision requise, en indiquant les étapes successives et sans oublier de cas particulier ;
- les connaissances de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées, doivent être maîtrisées et énoncées avec précision lorsqu'elles sont utilisées ;
- dans un concours de recrutement d'enseignants, la lisibilité de la copie est un élément d'appréciation essentiel.

3.2 Épreuves orales

Les épreuves orales visent à apprécier les qualités des candidats en vue d'exercer le métier d'enseignant. Ainsi, il s'agit non seulement de faire la preuve de ses compétences mathématiques, mais également de montrer sa capacité à les faire partager, à en illustrer la portée par des exemples bien choisis et, plus généralement, à susciter l'intérêt des élèves pour la démarche scientifique.

Compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés. Une certaine connaissance des programmes, une bonne gestion du temps, la maîtrise des média de communication, une élocution claire, un niveau de langue adapté et une attitude d'écoute sont des atouts essentiels. Le niveau mathématique et les qualités de communication, qui ne peuvent être considérés séparément, jouent un rôle déterminant dans la note attribuée.

Les recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent largement valables. Comme pour tout concours, une préparation soigneuse de chacune des épreuves en amont de celles-ci est indispensable et reste le meilleur gage de réussite.

3.2.1 Épreuve de mise en situation professionnelle

L'épreuve consiste en la présentation pendant une vingtaine de minutes d'un plan d'étude détaillée sur un sujet choisi parmi deux tirés au sort. Celle-ci est suivie du développement d'une partie de ce plan choisie par le jury et d'un entretien en lien avec le sujet traité par le candidat.

La plupart des candidats gèrent correctement le temps imparti et utilisent le tableau de manière satisfaisante. Les logiciels sont largement utilisés et souvent à bon escient, même si les possibilités offertes ne sont pas toujours totalement exploitées. Par exemple, on peut regretter un usage souvent statique des logiciels de géométrie dynamique.

L'exposition du plan d'étude détaillée met beaucoup de candidats en difficulté. Deux défauts apparaissent régulièrement. Certains proposent un plan trop succinct, se limitant aux titres des paragraphes, alors que le jury attend des énoncés mathématiques clairs et correctement rédigés, ainsi que des exemples et exercices ne se limitant pas à une application directe des théorèmes. À l'opposé, d'autres candidats se perdent dans des détails inutiles et parfois hors-sujet, en gérant très mal leur temps. Il est important de faire preuve d'esprit de synthèse.
Le jury attend aussi une certaine rigueur : la distinction entre les définitions et les théorèmes est souvent floue. Par exemple, il faut savoir justifier que différentes définitions du produit scalaire sont équivalentes. D'autre part, les hypothèses ne sont pas toujours intégralement données et les énoncés mathématiques sont souvent mal quantifiés. Ainsi les théorèmes sur les limites des suites géométriques sont rarement énoncés correctement.
Le développement laisse trop de candidats démunis : le jury attend que les preuves des théorèmes énoncés soient maîtrisées et qu'une correction des exercices proposés puisse être effectuée en prenant de la distance par rapport au brouillon de préparation et aux manuels.
L'entretien est l'occasion d'un échange avec le jury ; il convient que le candidat soit attentif aux questions et suggestions. Si une certaine réactivité est appréciée, le jury n'attend pas toujours du candidat une réponse immédiate et apprécie aussi sa capacité à réfléchir au tableau.

Conseils aux candidats

- Le candidat doit mettre à profit le temps de préparation pour réfléchir à des développements potentiels. L'exposé doit être suffisamment riche pour offrir plusieurs possibilités de développement intéressantes. De plus, les démonstrations des théorèmes doivent être maîtrisées.
- Il ne faut pas hésiter à choisir les sujets transversaux. Ceux-ci sont en général bien réussis. Les plans se situant à différents niveaux d'enseignement sont également valorisés.
- Le candidat doit montrer son aptitude à se comporter en enseignant, en s'exprimant en direction du jury, à voix haute, dans une langue correcte et de façon intelligible. Il convient également de s'affranchir autant que possible des notes rédigées pendant le temps de préparation.

- Si une présentation vidéoprojetée est appréciée, celle-ci peut avantageusement être soutenue par une trace écrite au tableau. Le jury a conscience que le temps de préparation de l'épreuve ne permet pas une mise en page parfaite des documents. Il est préférable que ce temps soit prioritairement consacré au contenu mathématique de l'exposé plutôt qu'à sa forme.
- La vidéoprojection de manuels numériques est naturellement acceptée, mais l'exposé du plan ne doit pas se limiter à commenter une séquence extraite d'un manuel.

3.2.2 Épreuve sur dossier

Cette épreuve repose sur un dossier composé de l'énoncé d'un exercice, accompagné de divers documents (productions d'élèves, extraits de manuels, de programmes officiels ou de documents ressources). Le travail demandé consiste en l'analyse de l'exercice et des documents proposés, une correction d'une partie de l'exercice et la présentation de plusieurs exercices sur un thème donné. Le candidat dispose de trente minutes pour exposer ses réponses ; l'entretien qui suit se termine par un échange portant sur les missions du professeur.

Les analyses des productions d'élèves sont parfois trop pauvres et se limitent à un repérage des différentes erreurs. Les candidats se posent rarement la question de la source de ces erreurs ou d'une remédiation possible. Une approche par compétences de l'analyse des productions d'élèves serait bienvenue. L'organisation de l'analyse sous forme d'un tableau peut être envisagée, lorsqu'elle est pertinente et ne se limite pas à un exercice formel.
La correction de l'exercice est généralement réussie par le candidat, y compris lorsqu'elle fait l'objet de certaines spécifications comme le niveau de classe. On doit cependant rappeler qu'il est attendu de l'exposer « comme devant une classe ». Il convient donc de réfléchir notamment aux traces écrites destinées aux élèves.
Pour la présentation d'exercices sur le thème donné, la vidéoprojection de livres numériques évite un recopiage fastidieux, mais une prise de recul sur les énoncés n'en demeure pas moins indispensable.
Le choix des exercices est parfois trop limité : exercices d'application directe du cours ou trop proches de l'exercice donné dans le sujet. Le jury déplore également une motivation de ce choix très peu argumentée.

Rappelons par ailleurs que les questions du jury ne visent en rien à déstabiliser le candidat, mais au contraire à lui permettre de corriger certaines erreurs ou imprécisions ou encore à le valoriser en l'orientant vers des pistes inexplorées.

L'échange final sur les missions et le rôle du professeur permet au candidat de montrer qu'il a conscience des multiples dimensions de son futur métier et qu'il est prêt à s'engager dans cette direction. Lors de cette session, les questions ont plus particulièrement porté sur les thèmes suivants : la maîtrise de la langue française, l'évaluation des élèves, la différenciation pédagogique, le décrochage scolaire, les techniques d'information et de communication, le travail en équipe des enseignants, les liaisons inter-cycles (école – collège, collège – lycée, lycée – enseignement supérieur), les procédures disciplinaires, les conduites à risque, les relations avec les parents d'élèves, les déterminismes sociaux, l'accès des filles aux filières scientifiques, la scolarisation des élèves porteurs de handicap.
Cette partie de l'épreuve sur dossier, qui a un impact sur les résultats, permet d'apprécier si le candidat a conscience des obligations d'un enseignant et s'est approprié les principales valeurs du service public. Si l'on ne peut exiger qu'il maîtrise en détail le fonctionnement de l'institution scolaire, il est attendu d'un futur enseignant une certaine connaissance de l'organisation des établissements ainsi que des grands enjeux du système éducatif.

Conseils aux candidats

- La prestation ne peut s'improviser au moment de la remise du sujet. Un travail de préparation conséquent est nécessaire en amont, en prenant appui sur les documents ressources officiels et des manuels, afin de constituer des « banques d'exercices » que l'on pourra mobiliser le jour de l'épreuve.
- Si l'utilisation de manuels est acceptée par le jury, il convient de conserver un regard critique à leur égard. On peut par exemple modifier à loisir l'énoncé, proposer plusieurs formulations du même exercice, ou se placer à différents niveaux.
- L'échange sur les missions du professeur marquant une rupture avec l'activité mathématique qui le précède, le candidat ne doit pas hésiter à se donner un temps de réflexion avant de répondre à la question posée dans ce cadre.

4. ÉNONCÉS

4.1 Énoncés des épreuves écrites

4.1.1 Première composition

ministère
Éducation
nationale

EBE MAT 1

SESSION 2014

CAPES
CONCOURS EXTERNE
TROISIÈME CONCOURS
ET CAFEP CORRESPONDANTS

Sections :

MATHÉMATIQUES
LANGUES RÉGIONALES : BRETON

PREMIÈRE ÉPREUVE D'ADMISSIBILITÉ

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Problème 1 : applications du plan affine

Notations

– On désigne par $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices 2×2 inversibles à coefficients réels.
– Soit un plan affine $\mathscr{P}$ muni d'un repère (O, I, J). Les coordonnées dans ce repère des points de $\mathscr{P}$ sont notées sous forme de matrices colonnes éléments de $\mathscr{M}_{2,1}(\mathbb{R})$.

Définition

Soit f une application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$. On dira que f vérifie *la condition des droites* si :

1. f est bijective.
2. Pour toute droite D de $\mathscr{P}$, $f(D)$ est aussi une droite de $\mathscr{P}$.

Le but du problème est de trouver toutes les applications vérifiant la condition des droites.

Partie A : conséquences de la condition des droites et exemples

1. Soit f une application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ vérifiant la condition des droites.
   1.1. Soient M et N deux points distincts de $\mathscr{P}$. Montrer que l'image par f de la droite (MN) est la droite $(f(M)f(N))$.
   1.2. Soient D et D' deux droites distinctes de $\mathscr{P}$. Montrer que $f(D) \cap f(D') = f(D \cap D')$.
   1.3. Montrer que les droites $f(D)$ et $f(D')$ sont parallèles si et seulement si les droites D et D' sont parallèles.
   1.4. Soient M, N, P trois points distincts de $\mathscr{P}$. Montrer que M, N et P sont alignés si et seulement si $f(M)$, $f(N)$ et $f(P)$ sont alignés.
   1.5. Soient M, N, P et Q quatre points distincts de $\mathscr{P}$. Montrer que $MNPQ$ est un parallélogramme si et seulement si $f(M)f(N)f(P)f(Q)$ est un parallélogramme.
2. Soient $A \in \mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. On considère l'application $f_{A,B}$ de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ qui à tout point $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ associe le point $AX + B$.
   2.1. Montrer que $f_{A,B}$ est bijective et déterminer son application réciproque.
   2.2. Soient M, N, P trois points distincts de $\mathscr{P}$. Montrer que M, N et P sont alignés si et seulement si $f_{A,B}(M)$, $f_{A,B}(N)$ et $f_{A,B}(P)$ sont alignés.
   2.3. Montrer que $f_{A,B}$ vérifie la condition des droites.
3. Soient O', I', J' trois points non alignés de $\mathscr{P}$. Montrer qu'il existe $A \in GL_2(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ tels que $f_{A,B}(O) = O'$, $f_{A,B}(I) = I'$ et $f_{A,B}(J) = J'$.

Partie B : endomorphisme de l'anneau $\mathbb{R}$

Soit ϕ une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que pour pour tous nombres réels x et y :

$$\phi(x + y) = \phi(x) + \phi(y),\ \phi(xy) = \phi(x)\phi(y) \text{ et } \phi(1) = 1\,.$$

1. Montrer que $\phi(0) = 0$ et que pour tous nombres réels x et y, $\phi(x - y) = \phi(x) - \phi(y)$.
2. Montrer que pour tout nombre réel x et pour tout nombre réel non nul y, $\phi\left(\dfrac{x}{y}\right) = \dfrac{\phi(x)}{\phi(y)}$.
3. Montrer que pour tout entier naturel n, $\phi(n) = n$.
4. Montrer que pour tout nombre rationnel r, $\phi(r) = r$.
5. Soient a et b deux nombres réels, tels que $a \leqslant b$. Montrer que $\phi(a) \leqslant \phi(b)$. On pourra utiliser l'égalité $b - a = (\sqrt{b - a})^2$.
6. Soit x un nombre réel et soit ε un nombre réel strictement positif.

6.1. Montrer l'existence de deux nombres rationnels x' et x'' tels que $x-\varepsilon \leqslant x' \leqslant x \leqslant x'' \leqslant x+\varepsilon$.

6.2. En déduire que $x - \varepsilon \leqslant \phi(x) \leqslant x + \varepsilon$.

6.3. En déduire que $\phi = Id_{\mathbb{R}}$.

Partie C : un cas particulier

Soit f une application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ vérifiant la condition des droites et telle que $f(O) = O$, $f(I) = I$ et $f(J) = J$.

1. Justifier l'existence de deux applications ϕ et ψ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, telles que pour tous nombres réels x et y, les images par f des points de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$ sont respectivement $\begin{pmatrix} \phi(x) \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ \psi(y) \end{pmatrix}$.
2. Vérifier que $\phi(0) = \psi(0) = 0$ et que $\phi(1) = \psi(1) = 1$.
3. 3.1. Soient x et y deux nombres réels non nuls. Soient A, B, C les points du plan de coordonnées $A\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Montrer que $f(O)f(A)f(C)f(B)$ est un parallélogramme.

   3.2. En déduire que pour tous nombres réels x et y, l'image par f du point de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est le point de coordonnées $\begin{pmatrix} \phi(x) \\ \psi(y) \end{pmatrix}$.
4. 4.1. Soit x un nombre réel non nul. Soient A et B les points de coordonnées $A\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}$.
   Montrer que $(f(A)f(B))$ est parallèle à (IJ).

   4.2. En déduire que pour tout nombre réel x, $\phi(x) = \psi(x)$.
5. 5.1. Soient x et y deux nombres réels non nuls. Soient A, B, C les points du plan de coordonnées $A\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} y \\ 1 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} x+y \\ 1 \end{pmatrix}$. Montrer que $f(O)f(A)f(C)f(B)$ est un parallélogramme.

   5.2. Montrer que pour tous nombres réels x et y, $\phi(x + y) = \phi(x) + \phi(y)$.
6. 6.1. Soient x et y deux nombres réels non nuls. Soient A, B, C les points du plan de coordonnées $A\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} 0 \\ xy \end{pmatrix}$. Montrer que les droites (AC) et (IB) sont parallèles.

   6.2. Montrer que les droites $(f(A)f(C))$ et $(If(B))$ sont parallèles.

   6.3. En déduire que pour tous nombres réels x et y, $\phi(xy) = \phi(x)\phi(y)$.
7. Montrer que $f = Id_{\mathscr{P}}$.

Partie D : cas général

Soit f une application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ vérifiant la condition des droites.

1. Montrer que $f(O)$, $f(I)$ et $f(J)$ ne sont pas alignés.
2. Montrer qu'il existe $A \in GL_2(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ tels que $f_{A,B}(O) = f(O)$, $f_{A,B}(I) = f(I)$ et $f_{A,B}(J) = f(J)$.
3. Montrer que $f_{A,B}^{-1} \circ f = Id_{\mathscr{P}}$.
4. Donner toutes les applications vérifiant la condition des droites.

Problème 2 : équations différentielles

Après avoir étudié la structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients non constants, on s'intéresse à quelques propriétés des solutions d'équations différentielles linéaires du second ordre particulières.

Notations et rappels

1. Pour une équation différentielle appelée E, on note :
   - EH l'équation homogène associée ;
   - $\mathrm{Sol}(E)$ l'ensemble des solutions de l'équation E ;
   - $\mathrm{Sol}(EH)$ l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée EH.
2. On admet le théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire pour les équations différentielles du second ordre, selon lequel :
   étant donnés un intervalle I de $\mathbb{R}$ non vide, a, b et c des fonctions continues de I dans $\mathbb{R}$ et $(t_0, y_0, y_0') \in I \times \mathbb{R}^2$, il existe une unique fonction y, définie et de classe $\mathscr{C}^2$ sur l'intervalle I qui vérifie le problème de Cauchy :
   $$\begin{cases} \forall t \in I, \quad y''(t) + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = c(t) \\ \qquad\qquad y(t_0) = y_0 \text{ et } y'(t_0) = y_0' \end{cases} .$$

Partie A : généralités

Soit E l'équation différentielle définie sur un intervalle I :

$$E : \; y''(t) + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = c(t).$$

où a, b et c sont des applications continues de I dans $\mathbb{R}$ et y une application de $\mathscr{C}^2(I, \mathbb{R})$, ensemble des fonctions de classe $\mathscr{C}^2$ de I dans $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que $\mathrm{Sol}(EH)$ est un sous-espace vectoriel de $\mathscr{C}^2(I, \mathbb{R})$.
2. Soit t_0 un réel de l'intervalle I. On considère l'application φ_{t_0}, de $\mathrm{Sol}(EH)$ dans $\mathbb{R}^2$ définie par :
   $$\forall y \in \mathrm{Sol}(EH), \quad \varphi_{t_0}(y) = \begin{pmatrix} y(t_0) \\ y'(t_0) \end{pmatrix} .$$
   Démontrer que φ_{t_0} est un isomorphisme d'espaces vectoriels.
3. En déduire que $\mathrm{Sol}(EH)$ est un sous espace vectoriel de $\mathscr{C}^2(I, \mathbb{R})$ de dimension 2.
4. *Expression des solutions de E.*
   Soit (y_1, y_2) une base du sous-espace vectoriel $\mathrm{Sol}(EH)$ et p une solution particulière de E.
   Démontrer que les solutions de l'équation E sont les fonctions y qui s'écrivent sous la forme $y = \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + p$, où $(\alpha_1, \alpha_2) \in \mathbb{R}^2$.
5. Soient y_1 et y_2 deux solutions de l'équation EH. On note w l'application définie sur I par :
   $$t \mapsto w(t) = y_1(t)y_2'(t) - y_1'(t)y_2(t) .$$

5.1. Démontrer que w est une fonction dérivable sur l'intervalle I et que w est solution sur I de l'équation différentielle :

$$\forall t \in I, \quad w'(t) + a(t)w(t) = 0\,.$$

5.2. En déduire que les deux propriétés suivantes sont équivalentes.
- w est identiquement nulle, c'est-à-dire que $\forall t \in I, w(t) = 0$.
- w s'annule au moins une fois, c'est-à-dire que $\exists t_0 \in I, w(t_0) = 0$.

5.3. Dans cette question, on souhaite démontrer que si (y_1, y_2) est une base de $\mathrm{Sol}(EH)$, alors w ne s'annule pas sur I.
Pour cela, on raisonne par contraposée en supposant que $w = 0$ et on considère $t_0 \in I$ tel que $y_1(t_0) \neq 0$.
On définit la fonction z sur I par :

$$z : t \mapsto y_1(t_0)y_2(t) - y_2(t_0)y_1(t)\,.$$

Démontrer que z est solution de l'équation différentielle EH avec les conditions initiales $z(t_0) = 0$ et $z'(t_0) = 0$ et en déduire que la famille (y_1, y_2) est liée.
Conclure.

Partie B : solutions bornées d'une équation différentielle à coefficients constants

Soient b un réel et f une fonction continue de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. On s'intéresse à l'équation différentielle sur $\mathbb{R}$:

$$E : \quad y''(t) + by(t) = f(t)\,.$$

1. *Étude de l'équation homogène* EH : $y''(t) + by(t) = 0$

   1.1. Déterminer l'ensemble $\mathrm{Sol}(EH)$ suivant les valeurs de b.

   1.2. Déterminer les valeurs du réel b pour lesquelles toutes les fonctions de $\mathrm{Sol}(EH)$ sont bornées.

2. *Étude de l'équation avec second membre*
   On suppose dans cette question que $b = 1$ et on définit la fonction g sur $\mathbb{R}$ par :

$$x \mapsto g(x) = \int_0^x f(t)\sin(x-t)\mathrm{d}t\,.$$

   Démontrer que g est une solution particulière de E et en déduire la solution générale de l'équation différentielle sur $\mathbb{R}$. *On pourra transformer l'expression* $\sin(x-t)$.

Partie C : étude de quelques propriétés des solutions d'une équation différentielle

Dans cette partie, on s'intéresse à quelques propriétés des solutions de l'équation différentielle sur $\mathbb{R}$: $y''(t) + b(t)y(t) = 0$, où b désigne une application continue de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

1. Soit y une solution non identiquement nulle sur $\mathbb{R}$. On appelle zéro de la fonction y tout réel t tel que $y(t) = 0$. On souhaite démontrer que pour tout segment $[\alpha, \beta]$ inclus dans $\mathbb{R}$, le nombre de zéros de y dans $[\alpha, \beta]$ est fini.
   Pour cela, on raisonne par l'absurde et on suppose qu'il existe une solution y qui possède un nombre infini de zéros dans $[\alpha, \beta]$.

   1.1. Démontrer qu'il existe dans $[\alpha, \beta]$ une suite $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de zéros de y deux à deux distincts convergeant vers un réel $\gamma \in [\alpha, \beta]$.

   1.2. Démontrer que $y(\gamma) = 0$.

1.3. Démontrer que, à partir d'un certain rang, le quotient $T_n = \dfrac{y(z_n) - y(\gamma)}{z_n - \gamma}$ est bien défini et que $y'(\gamma) = 0$.

1.4. En déduire que la solution y est nécessairement identiquement nulle et conclure.

1.5. En déduire que pour une solution y non identiquement nulle, on peut toujours trouver un intervalle J inclus dans $\mathbb{R}$ dans lequel y ne s'annule pas.

2. On suppose dans cette question que b est une fonction strictement négative sur $\mathbb{R}$. On souhaite montrer qu'une solution y non identiquement nulle ne peut avoir plus d'un zéro sur $\mathbb{R}$.
Pour cela, on raisonne à nouveau par l'absurde et on suppose qu'il existe une solution y non identiquement nulle possédant au moins deux zéros.

2.1. *Un résultat préliminaire*
Soient α et β deux réels tels que $\alpha < \beta$ et f une fonction convexe deux fois dérivable sur $[\alpha, \beta]$, non identiquement nulle sur $[\alpha, \beta]$ et telle que $f(\alpha) = f(\beta) = 0$. Démontrer que nécessairement $f < 0$ sur $]\alpha, \beta[$.

2.2. Démontrer qu'il existe un intervalle $[\alpha, \beta]$ sur lequel y est soit convexe, soit concave.

2.3. En déduire une contradiction et conclure.

4.1.2 Deuxième composition

ministère Éducation nationale

EBE MAT 2

SESSION 2014

CAPES
CONCOURS EXTERNE
ET CAFEP

Section : MATHÉMATIQUES

SECONDE ÉPREUVE D'ADMISSIBILITÉ

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Problème 1 : étude de points fixes

Dans ce problème, on étudie la méthode du point fixe, permettant d'obtenir des valeurs approchées d'une solution d'une équation.
Après avoir abordé les questions d'existence et d'unicité d'une solution, on construit des suites convergeant vers cette solution et on précise leur vitesse de convergence.

Définitions

Soit I un intervalle non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur l'intervalle I à valeurs dans $\mathbb{R}$.
– Soit $x \in I$. On dit que x est un point fixe pour f si $f(x) = x$.
– On dit que I est stable par f si $f(I) \subset I$.
– On dit que f est contractante sur I s'il existe un réel $\gamma \in [0, 1[$, appelé coefficient de contraction, tel que :

$$\forall (x, y) \in I^2, \quad |f(x) - f(y)| \leqslant \gamma |x - y| \, .$$

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de réels.
– On dit que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge géométriquement, ou à une vitesse géométrique, vers le réel α s'il existe $k \in \mathbb{R}$, avec $0 < k < 1$, tel que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad |u_{n+1} - \alpha| \leqslant k |u_n - \alpha| \, .$$

– On dit que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge à l'ordre 2 (ou a une convergence quadratique) vers le réel α s'il existe $k \in \mathbb{R}^{+*}$ tel que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad |u_{n+1} - \alpha| \leqslant k |u_n - \alpha|^2 \, .$$

On suppose connu le théorème des valeurs intermédiaires.

Partie A : quelques études d'existence et d'unicité

Dans cette partie, pour montrer qu'une hypothèse n'est pas nécessaire ou n'est pas suffisante, on pourra se contenter de fournir un contre-exemple graphique.

1. Soient a et b deux réels tels que $a < b$ et f une fonction à valeurs reélles définie sur l'intervalle $I = [a, b]$.
   1.1. La continuité de la fonction f est-elle une condition nécessaire à l'existence d'un point fixe ?
   1.2. La continuité de la fonction f est-elle une condition suffisante à l'existence d'un point fixe ?
2. Dans cette question, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-x}$.
   Démontrer que la fonction f admet un unique point fixe sur l'intervalle $I = [0, 1]$. On pourra étudier la fonction auxiliaire g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - x$.
3. Soient a et b deux réels tels que $a < b$ et f une fonction définie et continue sur l'intervalle $I = [a, b]$ telle que $f([a, b]) = [a, b]$.
   3.1. Démontrer que f possède un point fixe sur $[a, b]$.
   3.2. Dans cette question, on suppose de plus que f est strictement décroissante sur $[a, b]$. Cette hypothèse supplémentaire est-elle suffisante pour assurer l'unicité du point fixe ?
   3.3. Dans cette question, on suppose maintenant que f est strictement croissante sur $[a, b]$. Cette hypothèse supplémentaire est-elle suffisante pour assurer l'unicité du point fixe ?

Partie B : étude d'une suite convergeant vers un point fixe

Soit $\alpha \in \mathbb{R}^{+*}$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - \alpha$.

1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par $g(t) = \dfrac{1}{2}\left(t + \dfrac{\alpha}{t}\right)$.
   1.1. Soit $x_0 \in \mathbb{R}^+$. Justifier l'équivalence : x_0 est un point fixe de g si et seulement si x_0 est solution de l'équation $f(x) = 0$.
   1.2. Soit $t \in \mathbb{R}^{+*}$.
   Après avoir déterminé l'équation de la tangente T_t à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse t, démontrer que le réel $g(t)$ est l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec l'axe des abscisses.
   1.3. En vue de la préparation d'une activité à présenter devant une classe de terminale scientifique, interpréter graphiquement le résultat précédent pour construire une suite convergeant vers la solution positive de l'équation $x^2 - \alpha = 0$.
2. On considère maintenant la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 \in \mathbb{R}^{+*}$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{\alpha}{u_n}\right).$$

   2.1. Démontrer que si $u_0 = \sqrt{\alpha}$ alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est stationnaire et que si $u_0 \neq \sqrt{\alpha}$ alors pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, u_n existe et $u_n > \sqrt{\alpha}$. Dans la suite, on suppose $u_0 \neq \sqrt{\alpha}$.
   2.2. En déduire que pour tout entier naturel n, u_{n+1} est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe C_f au point de coordonnées $(u_n, f(u_n))$ avec l'axe des abscisses.
   2.3. Démontrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante à partir du deuxième terme.
   2.4. En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente vers le réel $\sqrt{\alpha}$.
   2.5. Dans cette question, on s'intéresse à la vitesse de convergence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vers le réel $\sqrt{\alpha}$ dans le cas particulier où $\alpha = 2$.
   Démontrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad \left|u_{n+1} - \sqrt{2}\right| \leqslant \frac{\sqrt{2}}{4}\left|u_n - \sqrt{2}\right|^2.$$

   En déduire la vitesse de convergence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Partie C : un théorème du point fixe

Soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$, on désigne par I l'intervalle $[a, b]$.
On considère une fonction $f : I \to \mathbb{R}$ qui vérifie les deux hypothèses suivantes :
$H1$: l'intervalle I est stable par f,
$H2$: f est contractante, de coefficient de contraction γ.

1. Démontrer que la fonction f étant contractante sur I, elle est nécessairement continue sur I.
2. On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 \in I$ et $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = f(u_n)$.
   2.1. Quelle hypothèse permet d'assurer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bien définie ?
   2.2. Démontrer que

$$\forall (n,p) \in \mathbb{N}^2, \quad |u_{n+p} - u_n| \leqslant \sum_{j=n}^{n+p-1} \gamma^j \, |u_1 - u_0|$$

   et en déduire que

$$\forall (n,p) \in \mathbb{N}^2, \quad |u_{n+p} - u_n| \leqslant \frac{\gamma^n}{1-\gamma}\,|u_1 - u_0|\,.$$

   2.3. En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente dans I.
3. Démontrer que la fonction f admet un point fixe unique dans I.
4. Énoncer le théorème du point fixe ainsi démontré.
5. Que peut-on dire de la vitesse de convergence de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

Problème 2 : intégrale de Gauss et loi normale

La loi normale figure au programme de la classe terminale des différentes séries du lycée. Ce problème a pour objet d'établir plusieurs résultats essentiels pour l'étude de cette loi, dont certains dépassent ce niveau d'enseignement.
Les parties A et B visent à démontrer, grâce à l'étude d'une suite, la convergence de l'intégrale de Gauss.
La partie C consiste à justifier la validité de la définition de la loi normale et à calculer les principaux paramètres relatifs à cette loi.

Partie A : intégrales de Wallis

Pour tout entier naturel n, on pose :

$$W_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n(t)\,\mathrm{d}t\,.$$

1. Montrer que la suite $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et strictement positive.
2. Montrer que pour tout entier naturel n, on a :
$$(n+2)W_{n+2} = (n+1)W_n\,.$$
3. En déduire que pour tout entier naturel n, on a :
$$1 \leqslant \frac{W_n}{W_{n+1}} \leqslant \frac{n+2}{n+1}\,.$$
4. Montrer que la suite $\left(\dfrac{W_n}{W_{n+1}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge et déterminer sa limite.
5. On pose pour tout entier naturel n : $u_n = (n+1)W_{n+1}W_n$. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est constante et déterminer u_n pour tout entier naturel n.
6. Déduire des questions précédentes $\lim\limits_{n\to+\infty} n\,W_n^2$, puis $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n}\,W_n$.

Partie B : calcul de l'intégrale de Gauss

1. Démontrer que pour tout $x \in]-1,+\infty[$ on a :
$$\ln(x+1) \leqslant x\,.$$
2. En déduire que pour tout entier naturel n non nul, on a :
$$\forall t \in \left[0,\sqrt{n}\right]\,,\ \left(1-\frac{t^2}{n}\right)^n \leqslant e^{-t^2} \leqslant \left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{-n}.$$
3. Montrer que pour tout entier naturel n non nul, on a :
$$\int_0^{\sqrt{n}} \left(1-\frac{t^2}{n}\right)^n \mathrm{d}t = \sqrt{n}\int_0^{\pi/2} \sin^{2n+1}(u)\,\mathrm{d}u\,.$$
On pourra poser $t=\sqrt{n}\,\cos(u)$.
4. Montrer que pour tout entier naturel n non nul, on a :
$$\int_0^{\sqrt{n}} \left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{-n} \mathrm{d}t = \sqrt{n}\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin^{2n-2}(u)\,\mathrm{d}u\,.$$
On pourra poser $t=\sqrt{n}\,\mathrm{cotan}(u)$.

5. En déduire que pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$\sqrt{n}\, W_{2n+1} \leqslant \int_0^{\sqrt{n}} e^{-t^2}\, \mathrm{d}t \leqslant \sqrt{n}\, W_{2n-2}\,.$$

6. Démontrer la convergence de l'intégrale de Gauss définie par $I = \displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-t^2}\, \mathrm{d}t$ et déterminer sa valeur.

Partie C : loi normale ou loi de Laplace-Gauss

Pour tout réel k, on considère la fonction φ_k définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\varphi_k(x) = k\, e^{-x^2/2}\,.$$

1. 1.1. Rappeler les conditions que doit vérifier une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ pour être une densité de probabilité sur $\mathbb{R}$.

   1.2. Déterminer k pour que φ_k soit une densité de probabilité sur $\mathbb{R}$.

2. On considère une variable aléatoire X ayant pour densité la fonction φ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-x^2/2}\,.$$

   2.1. Démontrer que la variable aléatoire X a une espérance et déterminer sa valeur.

   2.2. Démontrer que la variable aléatoire X a une variance et déterminer sa valeur.

On dit qu'une variable aléatoire ayant pour densité la fonction φ suit la *loi normale centrée réduite.*

3. Soit μ un réel et σ un réel strictement positif. Soit Z une variable aléatoire telle que la variable $X = \dfrac{Z-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite.

   3.1. Déterminer l'espérance et la variance de la variable aléatoire Z.

   3.2. Déterminer la densité de probabilité f de la variable aléatoire Z.

On dit alors que la variable Z suit la loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ.

4. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite et soit Y la variable aléatoire définie par $Y = X^2$.

   4.1. Donner l'espérance de la variable aléatoire Y et démontrer que la variance de cette variable aléatoire vaut 2.

   4.2. Déterminer la densité de probabilité de la variable aléatoire Y. Cette variable aléatoire suit-elle une loi normale ?

Problème 3 : géométrie

Dans tout le problème ABC désigne un triangle non aplati.

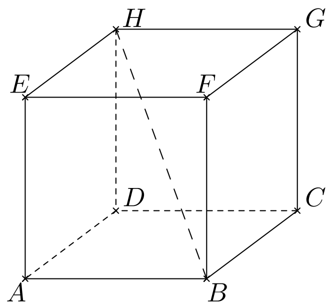
1. Déterminer une condition nécessaire et suffisante portant sur le triangle ABC pour que les médiatrices des côtés $[AB]$ et $[AC]$ soient perpendiculaires.
2. Montrer que les bissectrices intérieures des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ ne peuvent pas être perpendiculaires.
3. Déterminer une condition nécessaire et suffisante portant sur le triangle ABC pour que les hauteurs issues des sommets B et C soient perpendiculaires.
4. On pose $BC = a$, $CA = b$ et $AB = c$ et on note I, J et K les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.
   - 4.1. Démontrer, avec les outils du collège, que les médianes d'un triangle sont concourantes en un point G situé au $\dfrac{2}{3}$ de chaque médiane en partant du sommet.
   - 4.2. Démontrer que :

$$c^2 + b^2 = 2AI^2 + \frac{a^2}{2} \qquad \text{(théorème de la médiane)}\,.$$

   - 4.3. En déduire que les médianes issues de B et C sont perpendiculaires si et seulement si :

$$c^2 + b^2 = 5a^2\,.$$

5. On considère un cube $ABCDEFGH$.



En utilisant le résultat de la question 4.3, expliquer comment, sur la figure précédente, on peut construire uniquement à l'aide de la règle le point A' projeté orthogonal du point A sur la droite (BH).

4.2. Énoncés des épreuves orales

4.2.1 Épreuve de mise en situation professionnelle

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de technicien supérieur. La capacité du candidat à illustrer le sujet par des exemples est valorisée.

1. Résolution de problèmes à l'aide de graphes.
2. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
3. Variables aléatoires discrètes.
4. Loi binomiale.
5. Loi de Poisson, loi normale.
6. Variables aléatoires réelles à densité.
7. Lois uniformes, lois exponentielles.
8. Lois normales.
9. Marches aléatoires.
10. Séries statistiques à une variable.
11. Séries statistiques à deux variables numériques.
12. Intervalles de fluctuation.
13. Estimation.
14. Multiples, diviseurs, division euclidienne.
15. PGCD, égalité de Bézout.
16. Nombres premiers, décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers.
17. Congruences dans Z.
18. Équations du second degré à coefficients réels ou complexes.
19. Module et argument d'un nombre complexe.
20. Exemples d'utilisation des nombres complexes.
21. Calcul vectoriel.
22. Exemples d'utilisation d'un repère.
23. Résolution de problèmes à l'aide de matrices.
24. Proportionnalité et linéarité.
25. Pourcentages.
26. Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations.
27. Droites du plan.
28. Droites et plans de l'espace.
29. Droites remarquables du triangle.
30. Le cercle.
31. Solides de l'espace.
32. Produit scalaire.
33. Théorème de Thalès.
34. Trigonométrie.
35. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle.
36. Problèmes de constructions géométriques.
37. Problèmes de lieux géométriques.
38. Orthogonalité.
39. Suites monotones.
40. Limites de suites réelles.
41. Suites arithmétiques, suites géométriques.
42. Suites de terme général a^n, n^p et $\ln n$ ($a \in \mathrm{R}^{+*}$; $p \in \mathrm{N}$; $n \in \mathrm{N}^*$).
43. Suites de nombres réels définies par une relation de récurrence.
44. Problèmes conduisant à l'étude de suites.
45. Limite d'une fonction réelle d'une variable réelle.

46. Théorème des valeurs intermédiaires.
47. Dérivation.
48. Fonctions polynômes du second degré.
49. Fonctions exponentielles.
50. Fonctions logarithmes.
51. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto \mathrm{e}^x$, $x \mapsto x^a$, $x \mapsto \ln x$.
52. Courbes planes définies par des équations paramétriques.
53. Intégrales, primitives.
54. Techniques de calcul d'intégrales.
55. Équations différentielles.
56. Problèmes conduisant à la résolution d'équations différentielles.
57. Problèmes conduisant à l'étude de fonctions.
58. Développements limités.
59. Séries numériques.
60. Séries de Fourier.
61. Transformation de Laplace.
62. Courbes de Bézier.
63. Exemples d'études de courbes.
64. Aires.
65. Exemples d'algorithmes.
66. Exemples d'utilisation d'un tableur.
67. Exemples d'utilisation d'un logiciel de calcul formel.
68. Différents types de raisonnement en mathématiques.
69. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

4.2.2 Épreuve sur dossier

Thème : modélisation

L'exercice

Boule 100% acier
Diamètre de la boule : 73 mm
Masse de la boule : 720 g
Stries : sans
Aspect : satiné

Métaux	**Masse volumique** (en kg/m^3)
Aluminium	2 700
Cuivre	8 800
Fer forgé	7 600
Acier	7 775
Nickel	8 700
Titane	4 540

Cette boule de pétanque est-elle pleine ou creuse ?

Les productions de deux groupes d'élèves de troisième

Production 1

kg	*hg*	*dag*	*g*
0,	*7*	*2*	*0*

Le volume de la boule est : $V = \dfrac{m}{m_V} = \dfrac{0{,}720}{7775} = 0{,}000\,092\,605\ m^3$

On a aussi $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi \times 36{,}5^3 = 203\,689\ mm^3$

Mais, cela ne correspond pas, on a du faire une erreur.

Production 2

$73\ mm \div 2 = 36{,}5\ mm = 0{,}0365\ m$

Avec le tableur, nous avons trouvé qu'une boule pleine pèse 1,583 *kg*

La boule de pétanque est moins lourde, donc elle est creuse et il y a 863 *g de vide.*

Ensuite, comme vous l'avez demandé à notre groupe, nous avons cherché l'épaisseur d'acier de cette boule de pétanque.

Avec le tableur, on a essayé plusieurs valeurs pour trouver le rayon d'une boule d'acier de 863 *g.*

$0{,}0365 - 0{,}0298 = 0{,}0067$

Ce qui fait une épaisseur de 6,7 *mm.*

Rayon	*Volume*	*Masse*
0,0365	*0,000203689*	*1,58368061*
0,01	*4,18879E-06*	*0,03256784*
0,02	*3,35103E-05*	*0,26054275*
0,03	*0,000113097*	*0,87933178*
0,029	*0,00010216*	*0,79429714*
0,0295	*0,000107536*	*0,8360939*
0,0297	*0,000109738*	*0,85321475*
0,0298	*0,00011085*	*0,86186213*
0,0299	*0,00011197*	*0,87056774*

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les deux productions en mettant en évidence les compétences acquises.

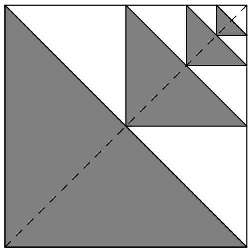
2- En vous appuyant sur les productions, proposez une correction telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *modélisation*, en prenant soin d'expliquer ce qui a motivé vos choix.

Thème : suites

L'exercice

En traçant la diagonale d'un carré de côté a, on obtient un triangle rectangle que l'on colore en gris, comme sur la figure ci-contre. On recommence de la même manière dans le quart en haut à droite du carré, et ainsi de suite...



Calculer l'aire de la partie grisée.

Les réponses de deux élèves

Élève 1

Le carré a pour aire a^2. Le premier triangle gris a donc une aire de $0,5a^2$. Le deuxième triangle a des côtés deux fois plus petits et a donc une aire 4 fois plus petite donc $0,25 \times 0,5a^2$. De même pour le troisième et le quatrième qui ont pour aires respectives $0,25 \times 0,25 \times 0,5a^2$ et $0,25 \times 0,25 \times 0,25 \times 0,5a^2$.
Au final, l'aire grisée est de $0,5a^2(1 + 0,25 + 0,25^2 + 0,25^3) = 0,6640625a^2$

Élève 2

Notons a_1 l'aire du premier triangle. On a $a_1 = \frac{1}{2}a^2$. Les triangles sont tous des réductions du précédent avec un coefficient de $\frac{1}{2}$ pour les longueurs et donc de $\frac{1}{4}$ pour les aires. D'où, pout tout entier naturel $n \geqslant 1$, on a $a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n$, c'est donc une suite géométrique de premier terme $\frac{1}{2}a^2$ et de raison $\frac{1}{4}$.
Utilisons un algorithme pour trouver la somme de toutes ces aires quand le nombre de triangles devient très grand pour $a = 1$:

entrée	*demander n*
initialisation	*$aire$ prend la valeur 0,5*
	S prend la valeur 0
traitement	*pour k allant de 1 à n*
	S prend la valeur $S + aire$
	$aire$ prend la valeur $0,25 \times aire$
	finpour
sortie	*afficher S*

Pour $n = 10$ cet algorithme renvoie $0,6666660309$; pour $n = 50$ et pour $n = 100$, cet algorithme renvoie $S = 0,666666667$. On peut donc dire que l'aire grisée est $\frac{2}{3}a^2$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les productions de ces deux élèves en étudiant notamment la pertinence de la démarche et des outils utilisés, ainsi que l'engagement dans une activité de recherche.

2- Proposez, en vous appuyant sur les productions des élèves, une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.

3- Présentez deux ou trois exercices sur les *suites* dont l'un au moins fait appel à un algorithme. Vous préciserez les compétences visées par ces exercices.

Thème : problèmes de géométrie plane

L'exercice proposé par le professeur

À partir d'un carré $ABCD$, on construit un triangle équilatéral ABE à l'intérieur du carré et un triangle équilatéral CBF à l'extérieur du carré. Le but de ce problème est de montrer que les points D, E et F sont alignés.

1. Faire une figure.
2. On choisit de travailler dans le repère orthonormé (A, B, D).
   a) Donner les coordonnées de A, B, C et D dans ce repère.
   b) On appelle H le pied de la hauteur issue de E dans le triangle ABE.
   Calculer la valeur exacte de la distance EH dans ce repère.
   En déduire les coordonnées de E et F dans ce repère.
3. Démontrer que les points D, E et F sont alignés.

Un extrait du programme de seconde

Géométrie

L'objectif de l'enseignement de la géométrie plane est de rendre les élèves capables d'étudier un problème dont la résolution repose sur des calculs de distance, la démonstration d'un alignement de points ou du parallélisme de deux droites, la recherche des coordonnées du point d'intersection de deux droites, en mobilisant des techniques de la géométrie plane repérée.
Les configurations étudiées au collège, à base de triangles, quadrilatères, cercles, sont la source de problèmes pour lesquels la géométrie repérée et les vecteurs fournissent des outils nouveaux et performants.
En fin de compte, l'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier un problème d'alignement de points, de parallélisme ou d'intersection de droites, de reconnaissance des propriétés d'un triangle, d'un polygone - toute autonomie pouvant être laissée sur l'introduction ou non d'un repère, l'utilisation ou non de vecteurs.
Dans le cadre de la résolution de problèmes, l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique par les élèves leur donne une plus grande autonomie et encourage leur prise d'initiative.

Le travail à exposer devant le jury

1- Après avoir analysé dans quelle mesure l'énoncé de l'exercice répond aux attentes du programme de seconde, proposez une nouvelle rédaction qui laisse plus de place à l'initiative des élèves.

2- Exposez une correction de la question 3 de l'exercice proposé par le professeur comme vous le feriez devant une classe de seconde.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *problèmes de géométrie plane*. Vous motiverez vos choix en indiquant en particulier en quoi ils favorisent la prise d'initiative par les élèves.

Thème : approximation des solutions d'une équation

L'exercice

On considère la fonction g définie sur $[-6\,;+\infty[$ par $g(x) = 2x^3 - 9x^2 - 60x + 276$.
On donne son tableau de variations ci-dessous :

x	-6		-2		5		$+\infty$
g			344				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	-120				1		

1. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 0$ sur $[-6\,;+\infty[$.
2. Donner un encadrement de cette (ou ces) solution(s) avec une amplitude de 0,01.

Les réponses de trois élèves à la question 1.

Élève 1

Puisque 0 *est compris entre* $g(-6) = -120$ *et* $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = +\infty$, *alors l'équation* $g(x) = 0$ *possède une unique solution sur* $[-6\,;+\infty[$.

Élève 2

Puisque g est continue et strictement croissante sur $[-6\,;-2]$, *alors* $g(x) = 0$ *admet une solution sur* $[-6\,;-2]$.
Puisque g est continue et strictement décroissante sur $[-2\,;5]$, *alors* $g(x) = 0$ *admet une solution sur* $[-2\,;5]$.
Puisque g est continue et strictement croissante sur $[5\,;+\infty[$, *alors* $g(x) = 0$ *admet une solution sur* $[5\,;+\infty[$.
Donc $g(x) = 0$ *possède* 3 *solutions sur* $[-6\,;+\infty[$.

Élève 3

Sur $[-6\,;-2]$ *:* 0 *n'appartient pas à* $[-6\,;-2]$ *donc* $g(x) = 0$ *n'a pas de solution sur* $[-6\,;-2]$.
Sur $[-2;5]$ *: g est strictement décroissante, continue et 0 est compris entre* -2 *et* 5 *donc* $g(x) = 0$ *admet une solution.*
Sur $[5\,;+\infty[$ *: 0 n'est pas compris entre* 5 *et* $+\infty$ *donc* $g(x) = 0$ *n'a pas de solution.*
Donc $g(x) = 0$ *a une seule solution sur* $[-6\,;+\infty[$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez chacune des productions d'élèves en mettant en évidence leurs réussites et en indiquant comment les aider à surmonter leurs éventuelles difficultés.

2- Exposez une correction de la question 2, comme vous le feriez devant une classe de première, en mettant en oeuvre un algorithme.

3- Présentez deux ou trois exercices conduisant à l'*approximation des solutions d'une équation* dont l'un au moins prend appui sur une situation à support concret. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

Thème : arithmétique

L'exercice

Le code d'identification d'un article est composé de sept chiffres entre 0 et 9. Les six premiers chiffres identifient l'article, le septième est une clé de contrôle destinée à détecter une erreur dans l'écriture des six premiers chiffres. On notera $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$ un tel code.
La clé de contrôle x_7 est le reste dans la division euclidienne par 10 de la somme :

$$N = (x_1 + x_3 + x_5) + 7(x_2 + x_4 + x_6).$$

1. Calculer la clé du code suivant : 923451•.
2. Un des chiffres du code suivant a été effacé : 134 • 752. Retrouver ce chiffre.
3. Dans cette question, deux des chiffres du code ont été intervertis :
   au lieu de saisir $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$, le dactylographe a saisi $x_1x_3x_2x_4x_5x_6x_7$.
   Pour quelles valeurs de x_2 et de x_3 la clé de contrôle ne détecte-t-elle pas l'erreur ?

Des productions d'élèves

Question 1.
$N = (9+3+5)+7\times(2+4+1) = 17+49 = 66$. *Or* $\dfrac{66}{10} = 6,6$.
Le reste de la division euclidienne de N *par* 10 *est* 6. *La clé de contrôle est donc* 6.
Question 2.
$N = (1+4+7)+7\times(3+x_4+5) = 68+7x_4$. *Pour que* $68+7x_4 = 10q+2$ *il faut que* $x_4 = 2$.
En effet $82 = 10\times 8+2$.
Question 3.
On a $N_1 = (x_1+x_3+x_5)+7\times(x_2+x_4+x_6)$ *et* $N_2 = (x_1+x_2+x_5)+7\times(x_3+x_4+x_6)$.
Pour que l'erreur ne soit pas détectée il faut que $N_1 \equiv N_2(10)$, *c'est à dire que* $10 \mid (N_1 - N_2)$.
Or $N_1 - N_2 = 6(x_2 - x_3)$. $N_1 - N_2$ *est donc divisible par* 10 *si* $x_2 - x_3 = 0$. *Il faut donc que les deux chiffres soient les mêmes pour que l'erreur ne soit pas détectée.*

Le travail à exposer devant le jury

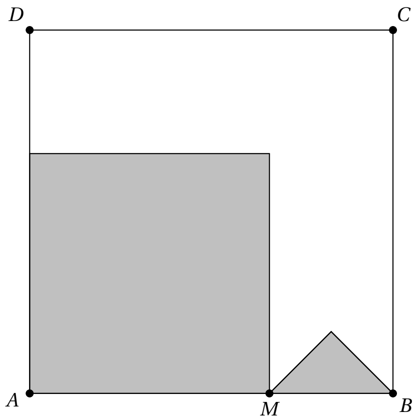
1- Analysez les productions de ces trois élèves en relevant en particulier leurs réussites et leurs erreurs.

2- Proposez une correction de la question 3 telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale scientifique, en vous appuyant sur les productions d'élèves.

3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *arithmétique*. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par ces exercices.

Thème : optimisation

L'exercice



Le carré ABCD a un côté de longueur 8 cm. M est un point du segment [AB]. On dessine comme ci-contre dans le carré ABCD :

– un carré de côté [AM] ;
– un triangle rectangle isocèle de base [MB].

On s'intéresse au motif constitué par le carré et le triangle.

Est-il possible de faire en sorte que l'aire du motif soit la plus grande possible ? la plus petite possible ? Si oui dans quels cas ?

"Une même situation pour divers problèmes", document ressources pour la classe de seconde - Fonctions

Extraits du document ressources pour la classe de seconde - Fonctions

Quels sont les objectifs à atteindre ?

Comme dans toutes les parties du programme, les paragraphes qui précèdent les tableaux précisant les contenus et les capacités attendues, fixent de façon nette les objectifs à atteindre et les déclinent en termes de **nature des problèmes que les élèves doivent savoir résoudre, précisant également le degré d'autonomie attendu**.

Ces objectifs sont ambitieux, le degré d'autonomie que les élèves doivent montrer pouvant être maximal : autonomie du choix de la démarche, de la nature du traitement à apporter, de la modélisation à mettre en œuvre.

> **Construire chez tout élève cette autonomie nécessite une formation adaptée incluant une confrontation fréquente à des problèmes posés sous une forme ouverte.**

Le programme fixe comme objectif la maîtrise de [...] problèmes d'optimisation ou du type « $f(x) > k$ ». Dans un premier temps un élève doit pouvoir résoudre un tel problème, de façon exacte ou approchée, à l'aide d'un graphique et de façon exacte si les variations de la fonction et les antécédents de k sont connus. Dans un second temps cette étude peut être faite, selon les cas, en exploitant les potentialités de logiciels, graphiquement ou algébriquement, toute autonomie pouvant être laissée pour associer au problème une fonction.

Le travail à exposer devant le jury

1- Précisez en quoi l'exercice proposé répond aux objectifs mentionnés dans le document ressources et proposez différentes démarches possibles d'élèves.

2- Exposez deux corrections de cet exercice, l'une telle que vous le feriez devant une classe de troisième, l'autre devant une classe de première.

3- Présentez deux exercices d'*optimisation* en motivant vos choix.

Thème : mise en œuvre d'algorithmes en analyse

L'exercice

Soit la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{4x-1}{x+2{,}5}$.
On appelle C sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

Partie A.

1. Déterminer algébriquement le plus petit réel A tel que si $x \geqslant A$ alors $4-f(x) \leqslant 0{,}01$.
2. Interpréter graphiquement le résultat.

Partie B.

1. Expliquer le rôle de l'algorithme ci-contre.
2. Pourquoi peut-on affirmer que cet algorithme, quelle que soit la valeur de a strictement positive introduite, s'arrêtera et affichera une valeur de x ?
3. Si a prend la valeur 0,01, l'algorithme retourne-t-il la valeur trouvée à la question A.1. ?

Entrées et initialisation
Saisir a (nombre positif "proche de 0")
x prend la valeur 1
Traitement
Tant que $\dfrac{11}{x+2{,}5} > a$
x prend la valeur $x+1$
Fin du tant que
Sorties
Afficher x

Extraits des programmes

Terminale STI2D

Contenus	***Capacités attendues***	***Commentaires***
Limite de fonctions *Asymptotes parallèles aux axes :* *- limite finie d'une fonction à l'infini* *- limite infinie d'une fonction en un point*	*•Interpréter une représentation graphique en termes de limite* *•Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote*	*Ces notions sont introduites par une approche numérique et graphique à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice*

Terminale S

Dans le cas d'une limite infinie, étant donnés une suite croissante (u_n) et un nombre réel A, déterminer à l'aide d'un algorithme un rang n à partir duquel u_n est supérieur à A.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez dans quelle mesure cet exercice correspond aux attentes des programmes du lycée.

2- Exposez une correction de la partie B comme vous le feriez devant une classe de terminale.

3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *mise en œuvre d'algorithmes en analyse*. Vous mettrez en évidence les objectifs de formation visés par chacun d'eux.

Thème : prise de décision

L'exercice

En France, la proportion d'individus de groupe sanguin O est de 43 %.
Une enquête statistique est menée pour déterminer si la proportion d'individus de groupe sanguin O dans une certaine région est identique à celle de la France.
On dispose d'un échantillon aléatoire de 200 résultats d'analyses de sang, réalisées dans des laboratoires de la région étudiée, sur lequel on a observé 120 individus de groupe O.
Ce résultat nous amène-t-il à remettre en cause l'idée selon laquelle la proportion d'individus de groupe O dans cette région est identique à celle de la France ?

Les réponses de deux élèves

Élève 1

120 individus de groupe sanguin O sur 200 dans cette région, cela fait une fréquence de 60 % ce qui est vraiment plus grand que 43 %. Il est impossible que ce soit lié au seul hasard. Il semble certain que la proportion d'individus de groupe sanguin O est plus grande dans cette région qu'en France.

Élève 2

À l'aide d'un tableur, j'ai simulé le groupe sanguin de 200 individus avec la probabilité $p = 0{,}43$ que le groupe sanguin soit O. J'ai compté le nombre d'individus de groupe sanguin O et j'en ai trouvé 80 soit une fréquence de 0,40. J'ai appuyé un grand nombre de fois sur F9 et j'ai observé très rarement des fréquences supérieures à 0,50 et une seule fois une fréquence supérieure à 0,60. Cela paraît donc possible que les 60 % de groupe O observés dans cette région soient du hasard mais cela me paraît peu probable. Je pense que la proportion d'individus de groupe O est supérieure dans cette région et qu'il faudrait étudier l'origine d'un tel écart par d'autres investigations.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses compétences en probabilités.

2- Exposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de première S, en vous appuyant sur les productions d'élèves.

3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *prise de décision* à des niveaux de classe différents. On explicitera pour chacun d'eux l'objectif pédagogique.

Thème : problèmes conduisant à une résolution d'équation

L'exercice

1. Est-il possible de construire un rectangle de périmètre 17 cm et d'aire 17 cm^2 ?
   Si oui, on précisera les dimensions de ce rectangle.
2. Plus généralement, soit k un nombre réel strictement positif. Pour quelles valeurs de k est-il possible de construire un rectangle de périmètre k (en cm) et d'aire k (en cm^2) ?

Les productions de deux élèves de première.

Élève 1

Déjà, je pense que c'est possible car on peut très bien construire un rectangle de périmètre 16 cm et d'aire 16 cm^2 en prenant un carré de côté 4. Mais pour 17 cela semble moins évident.
J'appelle x la longueur et y la largeur du rectangle. Le périmètre vaut $2x+2y$ et l'aire xy.
J'obtiens alors le système suivant :

$$\begin{cases} x+y=8{,}5 \\ xy = 17 \end{cases}$$

Dans la deuxième équation j'ai $y=\dfrac{17}{x}$. En remplaçant dans la première, j'obtiens $x+\dfrac{17}{x}=8{,}5$, puis en multipliant par x de chaque côté $x^2+17=8{,}5x$.
On a alors $x^2=8{,}5x-17$, donc $x=\sqrt{8{,}5x-17}$.

Élève 2

Je note x la longueur et y la largeur du rectangle.
Sur un tableur j'ai fait une colonne pour x avec des valeurs que j'ai choisies.
Pour les y, j'ai tapé dans B2 la formule = 8,5 − A2 et j'ai recopié vers le bas. Comme cela, le périmètre vaudra bien 17.
Ensuite dans la cellule C2 j'ai calculé l'aire avec = A2 ∗ B2 et j'ai aussi recopié vers le bas. Je vois que l'aire vaut bien 17 mais même en augmentant les décimales, le résultat ne tombe pas juste.

	A	B	C
1	x	y	aire
2	2.9	5.6	16.24
3	3	5.5	16.5
4	3.1	5.4	16.74
5	3.2	5.3	16.96
6	3.3	5.2	17.16
7	3.4	5.1	17.34
8	3.5	5	17.5

Je modifie les valeurs de la colonne des x pour avoir une aire de 17 cm^2.

En continuant, on doit bien finir par y arriver...

	A	B	C
1	x	y	aire
2	3.2	5.3	16.96
3	3.21	5.29	16.9809
4	3.219	5.281	16.999539
5	3.2191	5.2809	16,99974519
6	3.2192	5.2808	16.99995136
7	3.2193	5.2807	17.00015751

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions des élèves, en précisant, pour chacun, l'aide que vous pourriez lui apporter.

2 – Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe de première, en vous appuyant sur les productions des élèves.

3 – Présentez deux ou trois *problèmes conduisant à une résolution d'équation*. Vous motiverez votre choix en explicitant les objectifs visés par chacun d'eux.

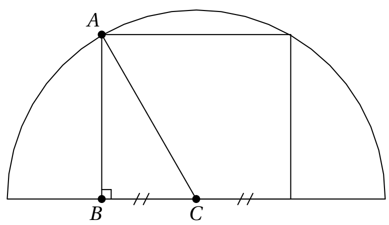
Thème : géométrie dans l'espace

L'exercice

On dispose d'un coffre cubique mesurant 30 cm de côté.
On veut le couvrir d'une cloche ayant la forme d'une demi-sphère en la positionnant de sorte que son centre coïncide avec le centre du carré de base du coffre.
Quel peut être le rayon minimal de la cloche ?

Les solutions de deux élèves de seconde.

Élève 1



On sait que : chaque arête du carré fait 30 cm
la moitié d'une arête fait 15 cm
Pour calculer AC, j'utilise le théorème de Pythagore.

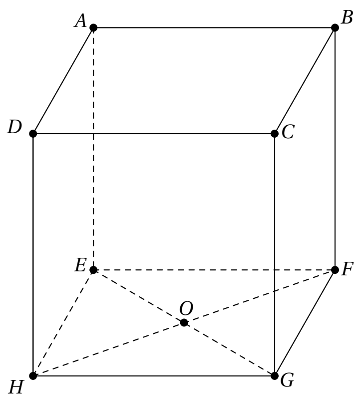
$$AC^2 = 15\,cm^2 + 30\,cm^2$$

$$AC^2 = 225 + 900 = 1\,125$$

$$AC = \sqrt{1\,125} \approx 33{,}5$$

Le rayon de la demi-sphère est égal à 33,5 *cm.*

Élève 2



Pour calculer le rayon minimal de la demi-sphère, il faut calculer la diagonale reliant deux sommets opposés.
Soit le cube ABCDEFGH représenté ci-contre.
D'après le théorème de Pythagore dans HGF rectangle en G

$$FH^2 = FG^2 + GH^2 = 30^2 + 30^2 = 1\,800$$

$$FH = \sqrt{1\,800} \approx 42{,}4\,cm$$

Ainsi $OF = \dfrac{42{,}4}{2} = 21{,}2$

Le rayon de la cloche est de 21,2 *cm.*

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et en indiquant l'origine de ses éventuelles erreurs.

2 – En vous appuyant sur les productions des élèves, corrigez cet exercice comme vous le feriez devant une classe de seconde.

3 – Présentez deux ou trois exercices de *géométrie dans l'espace*. On s'attachera à mettre en évidence l'intérêt de chacun d'eux pour la formation mathématique des élèves.

Thème : suites

L'exercice

La plupart des lignes électriques font circuler du courant alternatif. Certaines font circuler du courant continu à très haute tension qui occasionne moins de pertes que le courant alternatif notamment lorsque les lignes sont immergées, mais aussi lorsque les distances sont très importantes.
En 2012, la plus longue liaison électrique à courant continu à très haute tension en service dans le monde relie la centrale hydro-électrique de Xiangjiaba à la ville de Shanghai. Elle mesure environ 1900 km; sa puissance électrique initiale est de 6 400 MW; le courant est transporté sous une tension de 800 kV.
Lorsque du courant électrique circule dans un câble, une partie de la puissance électrique est perdue. On estime les pertes de puissance électrique d'un courant continu à très haute tension à 0,3 % pour une distance de 100 kilomètres.

1. Quelle est la puissance électrique à l'arrivée de la ligne Xiangjiaba-Shanghai ?
2. D'autres lignes électriques à très haute tension, en courant continu, sont en cours d'étude. On souhaite limiter la perte de puissance électrique à 7 % sur ces lignes.
   Déterminer, à cent kilomètres près, la longueur maximale d'une ligne à très haute tension en courant continu pour laquelle la perte de puissance reste inférieure à 7 %.

D'après baccalauréat STI2D session 2013

Les réponses proposées par deux élèves de Terminale STI2D

Élève 1

1. Tous les 100 *km, la ligne perd* $6400 \times \dfrac{0,3}{100}$ *MW* $= 19,2$ *MW.*
Au bout de $1\,900$ *km, elle a perdu* $19 \times 19,2 = 364,8$ *MW.*
$6400 - 364,8 = 6035,2$. *Il reste donc* $6035,2$ *MW au bout de la ligne.*

2. Au bout de $n \times 100$ *km, la ligne perd* $6400 - n \times 19,2$ *MW.*
On pose $u_n = 6400 - n \times 19,2$.
Avec un tableur, je calcule les termes de cette suite.
Il ne faut pas qu'elle descende au-dessous de $6400 - 0,07 \times 6400 = 5952$.
J'ai trouvé $n = 24$. *La longueur maximale est donc de* $2\,300$ *km.*

Élève 2

1. $6400 \times 0,997^{19} = 6044,88$ *MW.*
2. $6400 \times 0,997^n \geqslant 0,93 \times 6400$, *donc* $0,997^n \geqslant 0,93$, *donc* $n \ln(0,997) \geqslant \ln(0,93)$.
Donc $n \geqslant \dfrac{\ln(0,93)}{\ln(0,997)}$. *D'où* $n \geqslant 24,15$. *Je trouve* $n = 25$.

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et l'origine de ses éventuelles erreurs.

2 – À partir des réponses des deux élèves, proposez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale STI2D.

3 – Présentez deux ou trois exercices sur le thème *suites* à des niveaux de classe différents, en explicitant les objectifs pédagogiques.

Thème : arithmétique

L'exercice

Déterminer l'ensemble des couples d'entiers (x, y) vérifiant : $2x + 3y = 1$.

Les réponses de deux élèves de terminale S

Élève 1

$(-1, 1)$ *est une solution particulière.*
$2x + 3y = 1$ *est équivalent à* $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.
$-\frac{2}{3}$ *est le coefficient directeur de cette droite donc on se déplace de* $3k$ *sur* (Ox) *et de* $-2k$ *sur* (Oy).
L' ensemble des solutions est donc :

$$\begin{cases} x = -1 + 3k \\ y = 1 - 2k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}.$$

Élève 2

$2x + 3y = 1$ *équivaut à* $3y = 1 + 2(-x)$ *ce qui revient à* $3y \equiv 1\,[2]$ *ou encore à* $y \equiv 1\,[2]$.
Donc $y = 1 + 2k$.
$2x + 3y = 1$ *équivaut à* $2x = 1 + 3(-y)$ *ce qui revient à* $2x \equiv 1\,[3]$ *ou encore à* $-x \equiv 1\,[3]$.
Donc $x = -1 + 3k$.
Les solutions sont $(-1 + 3k, 1 + 2k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence les compétences acquises.

2- Proposez une correction de l'exercice telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale scientifique, en vous appuyant sur les productions des élèves.

3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *arithmétique*. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par ces exercices.

Thème : grandeurs et mesures

L'exercice

Sur la route des vacances, Audrey a parcouru 1 h 30 sur route nationale à une vitesse moyenne de $70\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Le reste du trajet, effectué sur autoroute à vitesse constante, lui a pris 45 minutes. À la fin du trajet, le compteur indique que la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours était de $100\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Audrey a-t-elle respecté la limite de vitesse sur autoroute, qui était de $130\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$?

Les réponses de trois élèves

Élève 1

Sur autoroute, Audrey a mis deux fois moins de temps, elle est donc allée deux fois plus vite, ce qui fait $140\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. *Elle n'a donc pas respecté la limitation de vitesse.*

Élève 2

Sur la route nationale, Audrey a parcouru $70+35=105\,\text{km}$. *Si elle est allée à vitesse maximale sur l'autoroute, elle a parcouru* $130\times 0{,}45=58{,}5\,\text{km}$.
En tout cela ferait $163{,}5\,\text{km}$ *en* $1{,}75$ *heures. Cela fait donc une vitesse inférieure à* $100\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. *Audrey n'a pas respecté la limite.*

Élève 3

Pour avoir une vitesse moyenne de $100\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, *il faut avoir une vitesse v sur autoroute telle que*

$$\frac{70+v}{2}=100.$$

Donc $70+v=200$, *d'où* $v=130$. *Elle a respecté les limitations de vitesse.*

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites, même partielles.

2 – Exposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de troisième, en vous appuyant sur les productions des élèves.

3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures*. On explicitera pour chacun d'eux l'objectif pédagogique.

Thème : géométrie plane

L'exercice proposé par le professeur

Dans un repère orthonormé, placer les points $A(2,6), B(2,0), C(-2,2), D(7,1), E(2,2), F(0,4)$ et $G(5,3)$.

1. Démontrer que les points A, C, F sont alignés, ainsi que les points A, E, B et A, G, D.
2. a) Déterminer une équation de la droite (EF) et une équation de la droite (BC). En déduire les coordonnées du point I, intersection des droites (EF) et (BC).

   b) On appelle J le point d'intersection de (EG) et (BD), et H le point d' intersection de (FG) et (CD). On admet que $J(-13,-3)$ et $H(25,-1)$.
   Démontrer que les points I, J, H sont alignés.

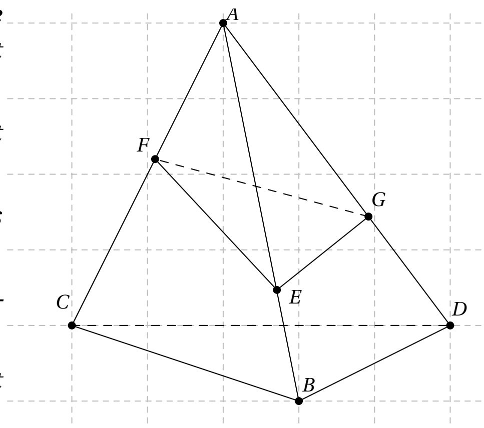
L'extrait d'un manuel

Le théorème de Desargues

1. *À l'aide du logiciel, reproduire la vue en perspective cavalière de la pyramide $ABCD$ ci-contre en s'aidant du quadrillage.*
2. *Construire le point I, intersection de (BC) et (EF), et le point J, intersection de (BD) et (EG).*
3. *a) Construire le point H, point d'intersection des droites (CD) et (FG).*

   b) Déplacer les points E, F, G et conjecturer la position des points I, J et H.

   c) Démontrer le résultat obtenu en considérant les plans (EFG) et (CBD).



Le travail à exposer devant le jury

1 – Comparez les deux versions de l'exercice en analysant les différentes compétences que chacune d'elles vise à développer chez les élèves.

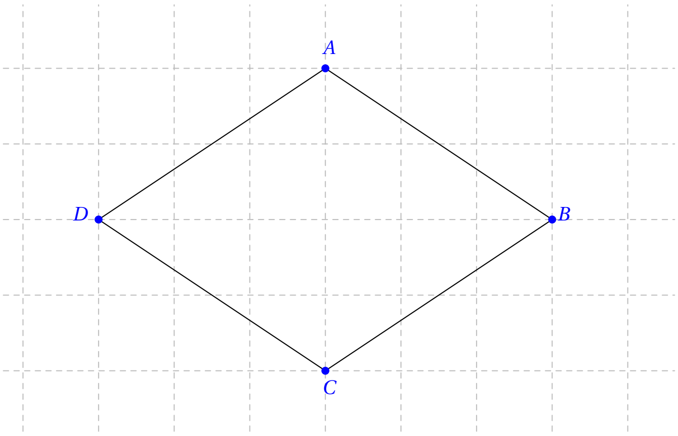
2 – Exposez une correction de la question 2 de l'exercice proposé par le professeur comme vous le feriez devant une classe de seconde, puis une correction de l'exercice du manuel.

3 – Présentez deux ou trois exercices sur le thème *géométrie plane*, dont l'un au moins fait appel à un logiciel de géométrie dynamique. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

Thème : optimisation

L'exercice du professeur

Un losange $ABCD$ a pour périmètre p.
Quelle forme doit-il avoir pour que son aire soit la plus grande possible ?



Pour les plus rapides, essayez de démontrer le résultat conjecturé en posant par exemple $\alpha = \widehat{BAC}$...

L'extrait d'un manuel

1. *f est la fonction telle que $f(x) = x\sqrt{\dfrac{p^2}{4} - x^2}$, où p est un réel strictement positif.*
   a) *Vérifier que f est définie sur $\left[-\dfrac{p}{2}, \dfrac{p}{2}\right]$.*
   b) *Étudier le sens de variation de f et démontrer que f admet un maximum pour $x = \dfrac{p}{2\sqrt{2}}$.*
2. *On s'intéresse à tous les losanges de périmètre donné p.*
   On appelle x la longueur d'une diagonale.
   a) *Exprimer l'aire de ces losanges en fonction de p et de x.*
   b) *En utilisant la question 1, déterminer parmi tous ces losanges, celui qui a l'aire maximale. Quelle est sa nature ?*

Bordas Terminale S 2012, collection Indice

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les compétences développées chez les élèves par les deux versions de l'exercice.

2- Proposez une correction de l'exercice du professeur telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale scientifique.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *optimisation* à des niveaux de classe différents et dont l'un au moins nécessite la mise en œuvre d'un logiciel de géométrie dynamique.

Thème : différents types de raisonnement

L'exercice

Les propositions suivantes sont indépendantes. Pour chacune d'elles, préciser si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1. Pour tout entier n, le nombre $3n^2+3n+6$ est divisible par 6.
2. Toute fonction qui n'admet pas de maximum admet un minimum.
3. Le triangle ABC ayant pour dimensions $AB=4$, $AC=6$ et $BC=7$ est rectangle en A.
4. Le nombre $\sqrt{2}$ est décimal.

Les réponses de deux élèves de seconde

Élève 1

1. *J'ai cherché sur tableur, et c'est vrai pour tous les entiers que j'ai testés. La proposition est vraie.*
2. *Dans les tableaux de variations, il y a toujours un maximum et un minimum. Ce n'est pas possible de ne pas admettre de maximum.*
3. $AB^2+AC^2=52$ *et* $BC^2=49$. *Donc d'après la réciproque de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle. La proposition est fausse.*
4. *J'ai utilisé la calculatrice :* $\sqrt{2}=1,4142135623731$.
   La proposition est vraie.

Élève 2

1. *Si n est pair, c'est vrai car tout est divisible par* 6. *Pour n impair, je n'ai pas réussi à trouver.*
2. *On a vu la fonction* $f(x)=x^2$. *Elle n'a pas de maximum et elle a bien un minimum. La proposition est vraie.*
3. $AB^2+AC^2=52$, *et* $\sqrt{52}\approx 7,2$.
   $7,2\neq 7$. *Donc le triangle n'est pas rectangle. La proposition est fausse.*
4. $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$.
   On a $\sqrt{2}=1,\ldots$.
   Si on fait $1,\ldots 1\times 1,\ldots 1$, *le nombre se termine par* 1.
   Si on fait $1,\ldots 2\times 1,\ldots 2$, *le nombre se termine par* 4.
   J'ai essayé toutes les possibilités et on ne peut jamais avoir 2.
   La proposition est fausse.

Le travail à exposer devant le jury

1 - Analysez la production de chaque élève en explicitant le type de raisonnement utilisé et indiquez de quelle manière on pourrait le rendre plus rigoureux.

2 - Exposez une correction des questions 1 et 4 comme vous le feriez devant une classe de seconde.

3 - Proposez trois ou quatre exercices mettant en œuvre des raisonnements de types différents.

Thème : applications des mathématiques à d'autres disciplines

L'exercice

Lorsque la vitesse de coupe d'une scie sauteuse dépasse 1,5 m.s^{-1}, la découpe d'un plastique dur – tel que le plexiglas – devient impossible, car il y a un échauffement trop important du matériau, et donc un risque de fonte de celui-ci.

Le but de l'exercice est de déterminer la fréquence de rotation F d'un point A de la manivelle – élément de la scie sauteuse qui permet de régler la vitesse de coupe – afin que la vitesse maximale de coupe n'excède pas 1,5 m.s^{-1}. La fréquence de rotation de la manivelle est commandée par une molette de réglage.

La modélisation mathématique de ce problème conduit à étudier le mouvement du point H, projeté orthogonal du point A sur l'axe des ordonnées. Celui-ci est décrit par la fonction g définie par :

$$y_H = g(t) = 12\sin(2\pi F t) \text{ où } y_H \text{ est exprimée en mm, } F \text{ en tours.s}^{-1} \text{ et } t \text{ en } s.$$

Fréquence de rotation en fonction de la molette de réglage.

Position de la molette	Fréquence de rotation (tours.min^{-1})
1	500
2	1000
3	1400
4	2000
5	2500
6	3100

1. Exprimer la vitesse instantanée du point H en fonction de t et de la fréquence de rotation F.
2. Déterminer la vitesse maximale du point H.
3. Déterminer la fréquence de rotation F du point A de sorte que la vitesse du point H qui correspond à la vitesse de coupe n'excède pas 1,5 m.s^{-1}.
4. Préciser la position choisie pour la molette de réglage.

D'après document Ressources interdisciplinaires, classe de première STI2D

Extraits du document ressources interdisciplinaires pour la classe de première STI2D

L'objectif premier de la parution de ce document ressource pour la classe de première STI2D est de proposer aux enseignants de mathématiques quelques situations d'appui pour la mise en œuvre du nouveau programme de mathématiques, conformes à l'esprit dans lequel il a été conçu. [...] *ce nouveau programme insiste auprès des enseignants de mathématiques sur la nécessité de :*

- *prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans les enseignements scientifiques et technologiques de la série,*
- *prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.*

[...] ***Etude d'une scie sauteuse, objectifs de l'exercice.***

Mathématiques	*Physique-chimie*	*Enseignement technologique commun*
Fonctions trigonométrique *Fonction dérivée* *Dérivée de sin(wt)*	*Thème : transport* *Sous-thème : Mise en mouvement* *Notions et contenus :* *Référentiels, trajectoires, vitesse, vitesse angulaire, accélération*	*Comportement énergétique des systèmes (transformation de l'énergie)* *Typologie de solutions constructives des liaisons entre solides*

Le travail à exposer devant le jury

1 – En vous appuyant sur le document ressources, précisez l'intérêt d'un enseignement mathématique dans lequel l'étude de situations contextualisées revêt un rôle important.

2 – Exposez une correction de l'exercice telle que vous la présenteriez devant une classe.

3 – Proposez deux ou trois exercices prenant en compte l'utilisation des mathématiques dans d'autres disciplines. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

5. ANNEXES

5.1. Ressources numériques à disposition des candidats

Textes officiels

- réglementation du concours ;
- programmes de Mathématiques des classes de collège, de lycée et des sections de technicien supérieur ;
- documents ressources pour le collège et le lycée ;
- référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation (arrêté MENE1315928A du 1er juillet 2013).

Logiciels

- Algobox ;
- ClassPad Manager ;
- Geogebra ;
- Geoplan – Geospace ;
- Maxima ;
- OpenOffice.org ;
- Python ;
- Scilab ;
- TI-NSpire CAS TE ;
- TI-SmartView 83 Plus.fr ;
- Xcas.

L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.
L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte du concours.

Manuels numériques

- BORDAS : Indice 2^{de}, 1^{re} S, Terminale S spécifique ;
- DIDIER : Hélice 6^{e}, Horizon 4^{e}, Math'x : 2^{de}, 1^{re} S, Terminale S spécifique, Terminale S spécialité ;
- FOUCHER : Sigma : 1^{re} STI2D et STL, Terminale STI2D et STL ;
- HACHETTE : Phare : 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}, Déclic : 2^{de}, 1^{re} ES-L, 1^{re} S, Terminale ES spécifique et spécialité, Terminale S spécifique et spécialité ;
- HATIER : Triangle : 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}, Odyssée : 2^{de}, 1^{re} ES-L, 1^{re} S, Terminale ES-L spécifique et spécialité, Terminale S spécifique, Terminale S spécialité ;
- NATHAN : Transmath : 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}, Transmath : 2^{de}, 1^{re} S, 1^{re} ES-L, Terminale S spécifique, Terminale ES-L spécifique et spécialité, Hyperbole : 2^{de}, 1^{re} ES-L, 1^{re} S, Terminale ES-L spécifique et spécialité, Terminale S spécifique.

Le jury remercie les éditeurs de logiciels et de manuels ayant mis gracieusement leurs produits à la disposition du concours.

5.2 Bibliothèque du concours

Le candidat peut utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés et à l'exclusion des manuels spécifiques de préparation aux épreuves orales du concours. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

La bibliothèque du concours propose quelques exemplaires de manuels du collège, du lycée et des sections de technicien supérieur.

Ouvrages disponibles pour les sessions 2014

Sixième	Bordas	Myriade	2009
	Didier	Hélice	2009
	Hachette Education	Phare	2009
	Hatier	Triangle	2009
Cinquième	Bordas	Myriade	2010
	Hachette Education	Phare	2010
	Hatier	Triangle	2010
Quatrième	Belin	Prisme	2011
	Bordas	Myriade	2011
	Didier	Horizon	2011
	Hachette Education	Phare	2011
	Hatier	Triangle	2011
Troisième	Hachette Education	Phare	2012
	Hatier	Triangle	2012

Seconde	Belin	Symbole	2009
	Bordas	Pixel	2010
	Didier	Math'x	2010
	Hachette Education	Déclic	2010
		Repères	2010
	Hatier	Odyssée	2010
	Nathan	Hyperbole	2010
		Transmath	2010
		Travailler en confiance	2010
Première S	Belin	Symbole	2011
	Bordas	Indice	2011
	Didier	Math'x	2011
	Hachette Education	Déclic	2011
		Repères	2011
	Hatier	Odyssée	2011
	Nathan	Hyperbole	2011
		Transmath	2011
Première ES-L	Bordas	Indice	2011
	Hachette éducation	Déclic	2011
	Hatier	Odyssée	2011
	Nathan	Hyperbole	2011
Première STI2D-STL	Foucher	Sigma	2011
Terminale ES-L	Bordas	Indice (enseignement ES spécifique et L de spécialité)	2012
	Bordas	Indice (enseignement ES de spécialité)	2012
	Hachette Education	Déclic (enseignement ES spécifique et de spécialité et L de spécialité)	2012
	Hatier	Odyssée (enseignement ES spécifique et de spécialité et L de spécialité)	2012
	Nathan	Hyperbole (enseignement ES spécifique et de spécialité et L de spécialité)	2012
Terminale S	Bordas	Indice (enseignement spécifique)	2012
		Indice (enseignement de spécialité)	2012
	Hachette Education	Déclic (enseignement spécifique et de spécialité)	2012
		Repères (enseignement spécifique et de spécialité)	2012
		Repères (enseignement spécifique)	2012
	Hatier	Odyssée (enseignement spécifique)	2012
		Odyssée (enseignement de spécialité)	2012
	Nathan	Hyperbole (enseignement spécifique)	2012
		Hyperbole (enseignement de spécialité)	2012
Terminale STI2D-STL	Foucher	Sigma	2012

Sections de technicien supérieur	Foucher	Sigma (BTS industriels, groupement BCD, analyse et algèbre)	2009
		Sigma (BTS industriels, groupement BCD, statistique et probabilités)	2009
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 1)	2010
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 2)	2010