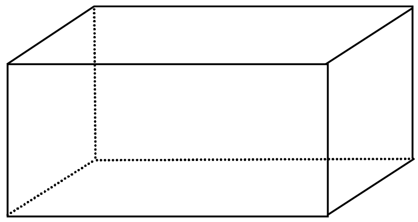
Chapitre 1

Le Pavé droit

I. Description

Un solide, au sens géométrique, est un objet limité par des surfaces indéformables. Ces surfaces si elles sont planes sont des faces. Mais il y a beaucoup de solides qui n'ont pas de surface plane. La plus évidente est la boule.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser particulièrement à deux solides : les pavés.



Un pavé pourrait être considéré comme un empilement de rectangles tous identiques.

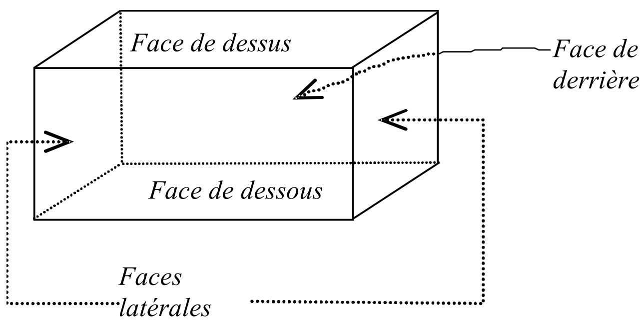
C'est ce qui se passe pour un livre, par exemple, puisque chaque feuille est un rectangle; et c'est la quantité de feuilles correctement empilées qui fait apparaître le solide qui a la forme d'un pavé.

Définition :

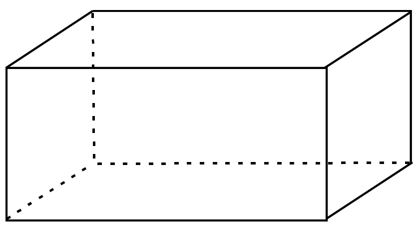
*Un pavé est délimité par **6 faces** qui sont des rectangles superposables deux à deux. Chaque côté d'une face est aussi côté d'une autre face. Pour le solide, ces segments s'appellent des **arêtes.** Un pavé compte 12 arêtes. De plus, on compte 8 sommets.*

Selon la manière dont il est présenté, le même pavé peut avoir des allures différentes. C'est pourquoi, il est toujours gênant de parler de base, de longueur, largeur ou hauteur, tout dépendra de sa représentation.

Par exemple, dans la présentation ci-dessous, on adopte un vocabulaire qui rend compte de ce que l'on voit.



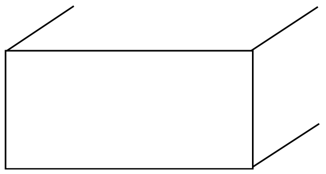
II. Représentation en perspective cavalière



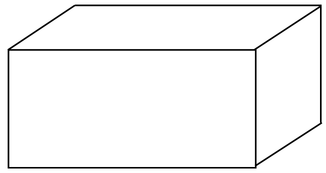
*Si l'on veut représenter un solide, un certain nombre de **conventions** sont à respecter pour que le dessin soit compris par tous.*

Chapitre 1

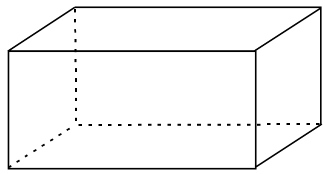
Le Pavé droit



- *La face avant est représentée en premier par un rectangle à une certaine échelle.*
- *Parmi les arêtes des autres faces, trois semblent fuir vers l'arrière, en oblique. On les dessine en deuxième, parallèles et de même longueur. Mais pour garder la notion de distance due à l'éloignement, on va réduire un peu ces longueurs (d'un tiers par exemple).*



- *Les deux arêtes visibles de la face arrière sont dessinées en trait plein ensuite.*



- *Enfin les arêtes cachées sont dessinées en trait pointillé. La face arrière apparaît alors comme un rectangle superposable à la face de devant.*

Ce type de dessin porte le nom de ***perspective cavalière****.*
Ces conventions sont différentes de ce que l'on peut voir sur une photographie. En effet sur une photo, les droites parallèles fuyant vers le "fond" de la photo semblent se rapprocher comme les rails parallèles d'une ligne de chemin de fer.

III. Méthode pour faire une représentation en perspective cavalière

On peut représenter un pavé droit ou un cube en ***perspective cavalière****, en respectant certaines règles :*
. Les faces avant et arrière sont représentées sous forme de rectangles (ou de carrés) et gardent leurs dimensions, lorsque le dessin est réalisé à l'échelle 1.
. Les autres faces sont représentées par des parallélogrammes.
. Les dimensions des arêtes fuyantes sont réduites (de moitié, la plupart du temps).
. Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
. Les arêtes qui sont parallèles dans la réalité sont représentées par des segments parallèles.
. Les arêtes fuyantes font un angle de 30°, 45° ou 60° avec la face avant.

Exemples : ① *Dessiner en perspective cavalière un pavé droit dont les dimensions sont :*
Longueur : 5 cm ; largeur : 4 cm et hauteur : 3 cm.

Chapitre 1

Le Pavé droit

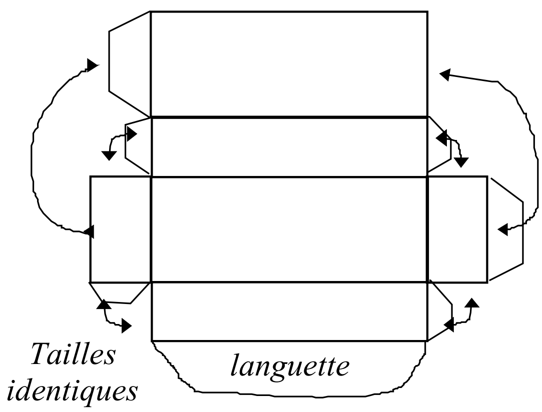
Angles de 45°
et fuyantes mesurant 2 cm (4 ÷ 2 = 2)

IV. Patron du pavé droit

Un développement que l'on appelle aussi ***patron*** *du solide, est la surface construite sur papier qui permet, après pliage et collage, de réaliser le solide.*

Quand on ouvre certaines boîtes ayant la forme d'un pavé, on s'aperçoit qu'il y a des languettes pour tenir la boîte fermée et permettre un collage facile. Ces languettes ne sont pas des faces du pavé. Si on découpe ces languettes, on peut ouvrir complètement la boîte et on obtient ce que l'on appelle le patron du pavé.

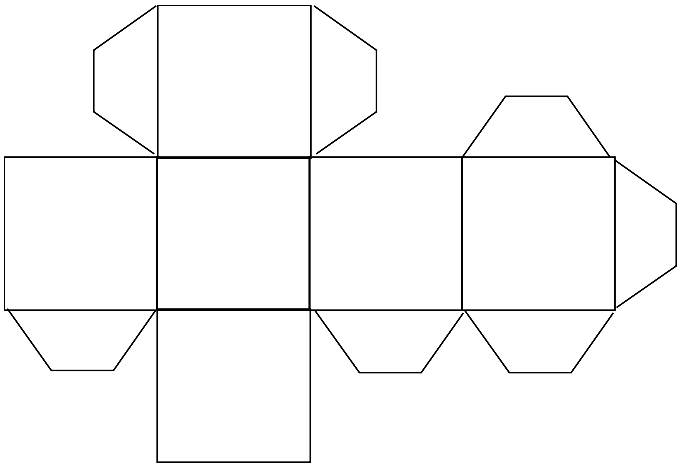
Le point essentiel dans la confection d'un patron est la disposition correcte des différentes faces afin qu'elles se recollent parfaitement après pliage.



Le patron permet d'étudier les six faces du pavé et de comprendre lorsque l'on réalise la construction du solide que les faces sont deux à deux égales, et comment sont placées les arêtes de même longueur.(ce qui est signalé par les doubles flèches sur le dessin).

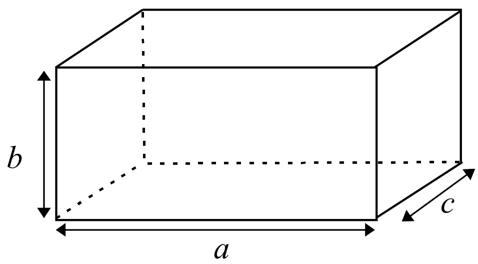
Pour un cube, le problème est plus simple, car les six faces sont six carrés identiques. En voici un exemple :

Chapitre 1	Le Pavé droit



V. Aire d'un pavé ou d'un cube

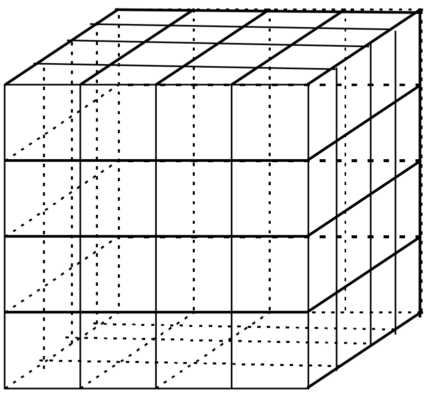
Un solide(pavé ou cube), comme nous l'avons vu, est constitué de faces planes qui sont des rectangles ou des carrés. On appelle aire du solide l'aire totale des six faces .
Pour le pavé qui est constitué de trois paires de triangles, on peut faire la somme de toutes ces aires. On appelle a, b et c les trois dimensions du pavé.



Il y a deux rectangles dont les dimensions sont a et b, et dont l'aire vaut $a \times b$
Il y a deux rectangles dont les dimensions sont a et c, et dont l'aire vaut $a \times c$
Il y a deux rectangles dont les dimensions sont b et c, et dont l'aire vaut $b \times c$
Soit au total : $2\times a\times b + 2\times a\times c + 2\times b\times c$ *ou* $\mathbf{2\times(ab + ac + bc)}$

Dans un cube où les six faces sont des carrés de côté a (comme arête), l'aire totale est égale à : $\mathbf{6 \times a^2}$**.**

VI. Unités de volumes



Ce cube est formé de cubes plus petits .
Il est composé de quatre couches superposées qui sont formées chacune de 16 (4×4) cubes. Il y a donc 64 ($4 \times 4 \times 4$) petits cubes dans le grand.
On peut donc dire que lorsque l'on multiplie les dimensions d'un cube par 4, le volume est 64 (4^3) fois plus grand.

De la même manière, si on multiplie les dimensions d'un cube par 10, le volume sera 1 000 fois plus grand. C'est pourquoi on peut dresser le tableau de conversion suivant :

Chapitre 1

Le Pavé droit

hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
0,000001	0,001	1	1 000	1 000 000	1 000 000 000

Il existe un autre système d'unités qui est utilisé couramment pour les liquides que contiennent les solides. On les appelle les unités de capacité. La principale est le litre.
Un litre est la contenance d'un solide de volume 1 dm^3. .

m^3	dm^3	cm^3
1 000 l	1 l	1 ml

Ces unités sont chacune dix fois plus grande que celle qui lui est juste inférieure.

hl	dal	l	dl	cl	ml
0,01	0,1	1	10	100	1 000

VII. Calcul du volume d'un pavé ou d'un cube

Mesurer le volume d'un solide, c'est déterminer le nombre de volumes unité que l'on peut placer dans ce solide. Si l'on place trois cubes côte à côte, on obtient une bande de trois cubes. Si l'on accole quatre bandes identiques, on obtient une épaisseur de 12 cubes. si l'on entasse 5 épaisseurs identiques, on obtient un gros cube de 60 petits cubes.
Si l'on prend le petit cube pour unité, le volume du gros cube ainsi formé est 60.

Le volume d'un cube s'obtient en calculant le produit $a \times a \times a$ qui s'écrit plus simplement sous la forme de puissances : $\underline{\boldsymbol{V = a^3}}$ *où a est la longueur de l'arête.*
c'est parce que ce calcul permet de connaître le volume d'un cube qu'on lui donne le nom de ***cube de a****.*

Il est utile de connaître la valeur du cube des premiers nombres entiers :

a	1	2	3	4	5	6
a^3	1	8	27	64	125	216

Le ***volume d'un pavé*** *s'obtient en calculant le produit* $\boldsymbol{a \times b \times c}$ *où a, b et c sont les trois dimensions du pavé.*