

Session 2013

PE2-13-PG2

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Vendredi 28 septembre 2012 – de 9h 00 à 13h 00

Deuxième épreuve d'admissibilité

**Mathématiques et sciences expérimentales
et technologie**

Durée : 4 heures

**Note éliminatoire : 0 à l'une ou
l'autre des parties de l'épreuve**

Le candidat doit traiter la partie sciences expérimentales et technologie sur une copie distincte de celle(s) utilisée(s) pour la partie mathématiques.

Rappel de la notation :

- première partie mathématiques : **12 points**
- seconde partie sciences expérimentales et technologie : **8 points**

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1/9 à 9/9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

**N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.
Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.**

Première partie de l'épreuve

EXERCICE 1 (3 points)

Dans cet exercice, quatre affirmations sont proposées. Pour chacune, dire si elle est vraie ou si elle est fausse, puis justifier la réponse.

Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point.

Une réponse fausse n'enlève pas de point.

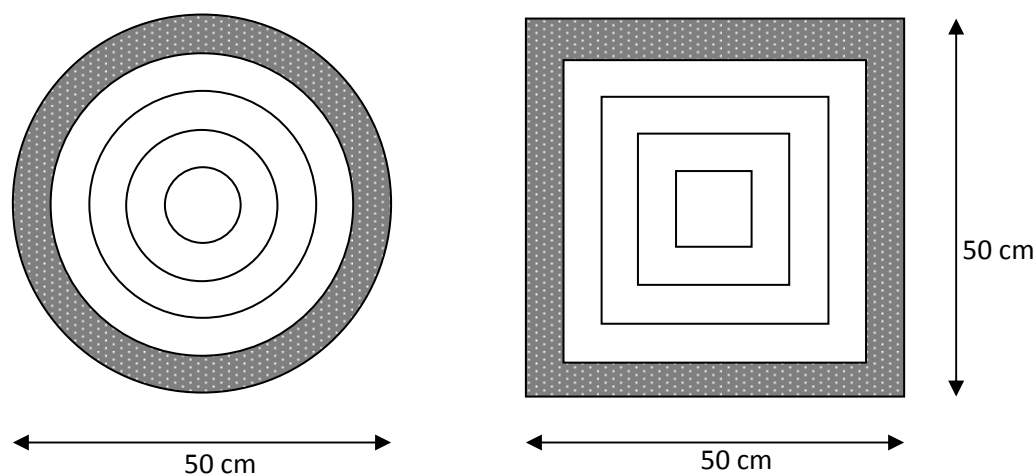
1. **Affirmation 1** : pour tout nombre entier naturel n , le nombre $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7.

2. Aujourd'hui, Martin n'a pas appris sa leçon. Le professeur donne un contrôle dans lequel figure un Q.C.M. qui comporte 3 questions. À chacune des questions, il y a 3 choix possibles dont une seule bonne réponse. Martin répond au hasard à chaque question.

Affirmation 2 : La probabilité que toutes les réponses soient justes est $\frac{1}{27}$.

Affirmation 3 : La probabilité que toutes les réponses soient fausses est $\frac{1}{3}$.

3. On considère les 2 figures suivantes :



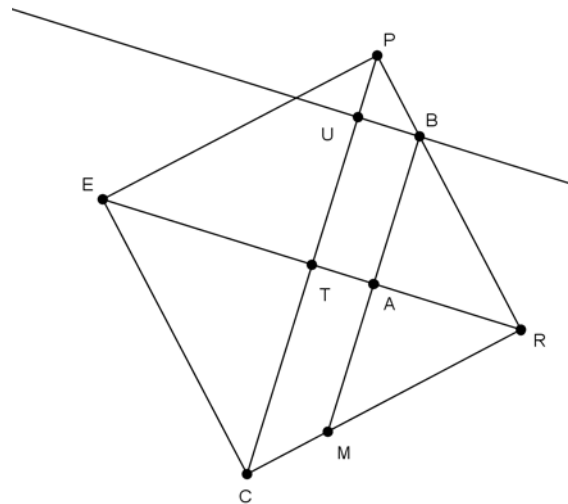
La première est constituée de cinq disques concentriques de rayons respectifs 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm et 25 cm. La seconde est constituée de cinq carrés concentriques à bords parallèles de côtés respectifs 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm et 50 cm.

Affirmation 4 : le rapport entre l'aire du disque central et l'aire grisée dans la figure de gauche est égal au rapport entre l'aire du carré central et l'aire grisée dans la figure de droite.

EXERCICE 2 (5 points)

On considère la figure ci-dessous, dans laquelle :

- EPRC est un carré de centre T ;
- M est un point du segment [CR], distinct de C et de R ;
- B est le point du segment [PR] tel que $CM = PB$;
- A est le point d'intersection des droites (MB) et (ER) ;
- U est le point d'intersection de la droite parallèle à la droite (ER) passant par B et de la droite (PC).



L'objectif de l'exercice est de déterminer la position du point M permettant d'obtenir le quadrilatère BATU d'aire maximale.

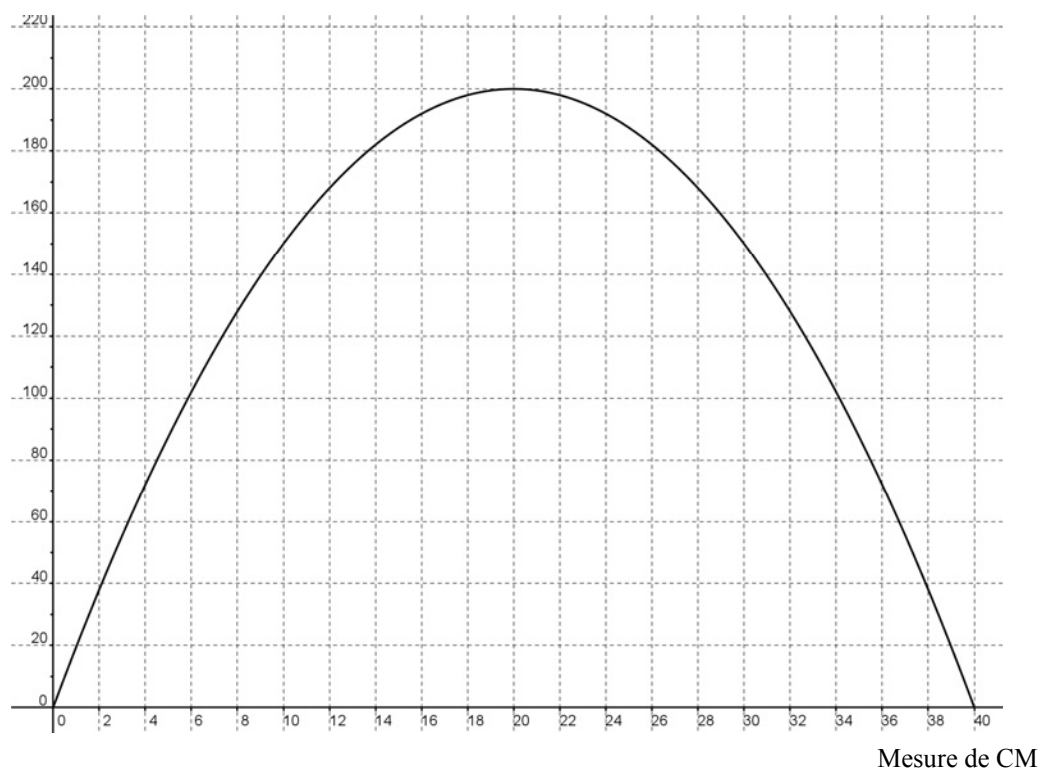
1. Montrer que le quadrilatère BATU est un rectangle.

Dans la suite du problème, on donne $CR = 40$. On pose $CM = x$.

2.
 - a) Dans quel intervalle x varie-t-il ?
 - b) Exprimer UB en fonction de x .
 - c) Exprimer TU en fonction de x .
 - d) Montrer que la mesure de l'aire du rectangle BATU s'exprime en fonction de x par $A(x) = \frac{x(40-x)}{2}$.

3. À l'aide d'un logiciel, on a tracé la courbe représentative de la fonction A :

Mesure de l'aire
du quadrilatère
BATU



Lire sur le graphique la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est maximale.
Quelle est la mesure de cette aire ?

4. Résolution algébrique

- Montrer que $A(x) = \frac{-(x-20)^2}{2} + 200$.
- En déduire que l'aire maximale est atteinte pour $x = 20$.
- Montrer que, lorsque l'aire est maximale, le quadrilatère BATU est un carré.

EXERCICE 3 (4 points)

Françoise désire faire son arbre généalogique. Elle s'intéresse à la façon de numéroté ses ascendants selon la méthode dite « de Sosa ».

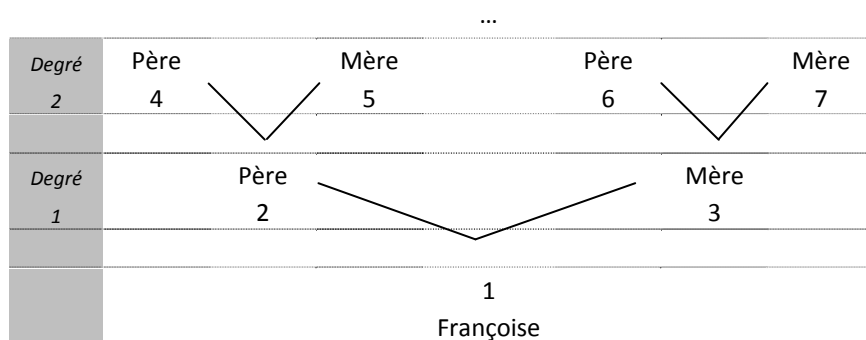
Dans cette numérotation, le sujet, ici Françoise, porte le numéro 1. Elle est située en bas de l'arbre généalogique.

Au degré 1, on trouve son père qui porte le numéro 2 et sa mère qui porte le numéro 3.

Au degré 2, on trouve le père de son père qui porte le numéro 4, la mère de son père qui porte le n° 5, le père de sa mère qui porte le numéro 6 et la mère de sa mère qui porte le n° 7.

Et ainsi de suite...

Dans cette numérotation, à partir du degré 1, chaque degré ne comporte que des couples mixtes. On admet alors que les numéros pairs sont des hommes et les numéros impairs sont des femmes.



1. On s'intéresse au nombre d'ascendants à un degré donné.
 - a) Donner, sans justifier, le nombre d'ascendants au degré 3.
 - b) Donner, sans justifier, le nombre d'ascendants au degré n en fonction de n .
2. On s'intéresse au lien entre une personne apparaissant dans l'arbre et son descendant direct (homme ou femme).
 - a) Soit p le numéro d'un homme de l'arbre généalogique de Françoise. Sans justification, exprimer en fonction de p le numéro de son descendant direct dans cet arbre généalogique.
 - b) Soit m le numéro d'une femme de l'arbre généalogique de Françoise. Sans justification, exprimer en fonction de m le numéro de son descendant direct dans cet arbre généalogique.
 - c) Dominique est la personne de numéro d dans cet arbre. Camille est son descendant direct dans cet arbre. Donner la (ou les) condition(s) sur d pour que Camille et Dominique soient de même sexe. Justifier la réponse.
3. La personne portant le numéro 191 est-elle un ascendant du côté du père de Françoise ou de la mère de Françoise ? Justifier la réponse.
4. Claude est la personne de numéro 257 de l'arbre généalogique de Françoise. Combien compte-t-on d'hommes sur le chemin de l'arbre qui relie Claude à Françoise ? Justifier la réponse.

Seconde partie de l'épreuve

Le sujet comprend trois documents A, B et C.

Question 1 (3points)

- 1.1 Définir les notions d'eau pure, de mélange liquide homogène, de mélange liquide hétérogène. À laquelle de ces trois catégories l'eau de mer de l'étier appartient-elle ? Justifier la réponse.
- 1.2 Sur quel principe physique s'appuie chacune des techniques de séparation suivantes : décantation, filtration, centrifugation, distillation ? On précisera pour quel type de mélange on les utilise.
- 1.3 Qualifier le mélange qui entre dans la vasière et celui qui en sort. Quel est le rôle principal de la vasière ?

Question 2 (2points)

- 2.1 Comment évolue la concentration en sel de l'eau de mer au cours de son parcours dans le marais salant. Pourquoi le sel se dépose-t-il dans les œillets ? Quel paramètre favorise le dépôt du sel.
- 2.2 En utilisant les données du **document A** :
 - Calculer le volume d'eau salée présent dans l'œillet lorsque la solution y est saturée.
 - Calculer la masse de sel récupérée dans chaque œillet par évaporation de l'eau saturée.

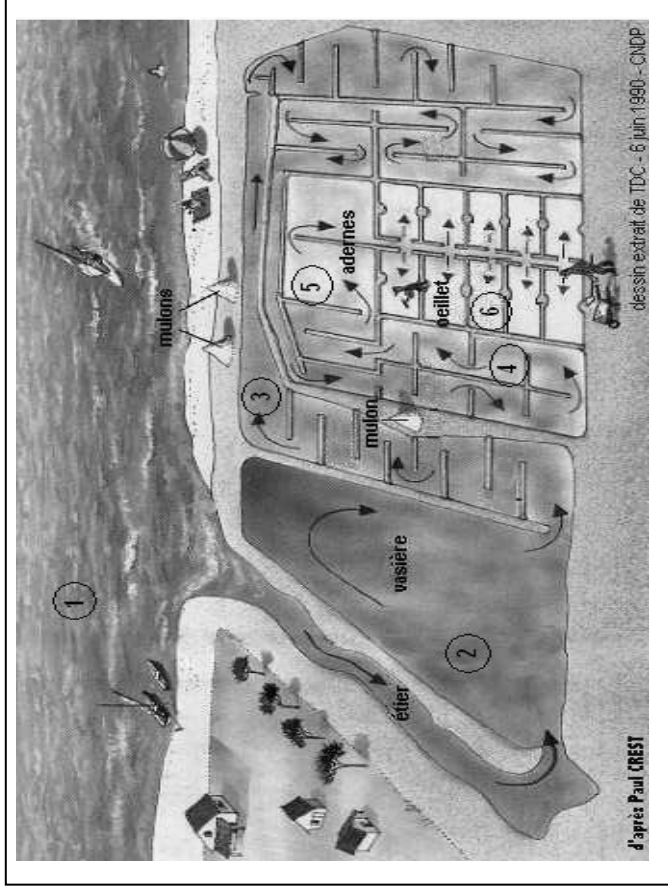
Question 3 (3points)

Dans cette question, vos réponses seront construites à partir de connaissances et de raisonnements scientifiques. Il sera tenu le plus grand compte de la qualité de la formulation scientifique de vos écrits.

Les données et informations nécessaires figurent dans les trois **documents A, B et C**.

- 3.1 Que répondre aux questions que se pose le personnage du **document B-1** : Quel liquide doit contenir le tonneau pour que le sel soit invisible ? Quelle masse de sel peut-on dissimuler dans ce tonneau ?
- 3.2 Aider le centurion de la dernière case du **document B-2** en proposant un protocole expérimental permettant de répondre au problème posé et en le justifiant par un principe physique.

DOCUMENT A : un marais salant



Les œillets ou "tables salantes" sont les derniers bassins du circuit de l'eau : c'est là que le sel cristallise.

L'eau salée s'écoule très lentement de la vasière ② aux bassins de récolte ⑥

Masse de sel contenu dans un litre d'eau

35 g dans la mer ①

35 g dans la vasière ②

90 g en ③

180 g en ④

280 g en ⑤

Solubilité du sel dans l'eau : 357g.L⁻¹

D'après R Tavernier, *Cahier d'activité CE2*, Bordas

La vasière est un grand réservoir, placé au point le plus haut du marais. L'eau y chauffe et commence à se concentrer et elle y abandonne toutes les impuretés et toute la vase qu'elle contient.

L'étier permet d'alimenter le marais salant en eau de mer lors des grandes marées.

Les bassins de récolte ⑥ (œillets) dans lesquels le sel se dépose mesurent 10 m de long sur 6 m de large, la hauteur de l'eau est de 0,5 cm au moment où la solution est saturée.

D'après <http://espace-svt.ac-rennes.fr/travaux/sel/sel12.htm>, consulté le 28/12/2011

DOCUMENT B : « chasse aux faux-sauniers »

Document B-1



Document B-2



d'après *Astérix et la Traviata*,
site de l'Académie de Dijon consulté le 12 janvier 2012.

DOCUMENT C

Le sel ne se dissout pas dans l'huile mais se dissout dans l'eau. Explication : le sel est un composé ionique ; l'eau est un solvant polaire qui facilite la dissolution des composés ioniques (par séparation des deux ions sodium et chlorure qui constituent le sel) alors que l'huile est un solvant non polaire qui ne permet pas cette séparation et par suite ne permet pas la dissolution.

<http://www.lamap.fr> consulté le 8/01/2012

Un solvant polaire possède un moment polaire permanent (eau) ; l'éther, le dioxyde de soufre, le phénol sont peu polaires ; le benzène, les hydrocarbures sont apolaires.

D'après <http://fr.wikipedia.org> consulté le 8/01/2012