

---

# Quelques spécificités de l'enseignement des mathématiques en France

LE GROUPE MATHÉMATIQUES de l'inspection générale de l'Éducation nationale

## **Quelques considérations historiques**

Dans le système français des années cinquante, les mathématiques enseignées étaient très différentes dans les domaines de l'enseignement primaire, du collège et lycée, et de l'enseignement technique.

### **> Dans l'enseignement primaire**

Les mathématiques étaient essentiellement utilitaires, en rapport avec les problèmes dits de la vie courante (prix d'achat et prix de vente, mesure, partage et aménagement de terrains, croisement de trains, problèmes de robinets, etc.). On pouvait parler, au niveau du certificat d'études de "mathématiques du citoyen", en tous cas du citoyen d'une société majoritairement rurale qui était en train de disparaître lentement.

### **> Au lycée, dès la classe de 5<sup>e</sup>**

On commençait l'étude de la géomé-

trie déductive, basée sur les constructions à la règle et au compas et les cas d'égalité des triangles et celle de l'algèbre (calcul littéral) conduisant à la résolution d'équations et d'inéquations. Les mathématiques enseignées étaient caractérisées par une forte mobilisation de la mémoire et des automatismes (identités remarquables, formules) et le développement du raisonnement déductif. La plupart des problèmes posés à partir de la classe de 4<sup>e</sup> étaient abstraits (géométrie pure, équations avec ou sans paramètres).

### **> Dans l'enseignement technique**

Les mathématiques enseignées étaient utilitaires, orientées vers les applications et reliées aux disciplines techniques utilisatrices de mathématiques.

Avec la révolution des "mathématiques modernes", à la fin des années

“ Les mathématiques sont devenues une discipline de sélection ”

■ ■ ■ soixante, le caractère abstrait des mathématiques enseignées s’est accentué et s’est généralisé dans l’enseignement secondaire. Les enfants ont été entraînés à calculer dans n’importe quelle base, la géométrie s’est coupée de tout repère sensible (pas de dessin), le formalisme a envahi l’activité mathématique. Le langage de la théorie des ensembles et les raisonnements abstraits qu’il peut engendrer sont devenus le *nec plus ultra* de l’enseignement des mathématiques. À l’école primaire, cependant, même si les programmes avaient été touchés par la mode des “mathématiques modernes”, on continuait heureusement à enseigner les bases du calcul et de la géométrie représentative.

Dans le même temps, les mathématiques ont remplacé les langues anciennes dans leur rôle de discipline de sélection. Les caractères supposés de simplicité et d’objectivité de l’évaluation en mathématiques ont conduit à donner à notre discipline un rôle prépondérant.

C’est également à cette époque que naissent les instituts de recherche pour l’enseignement des mathématiques (IREM) dont l’activité bénéfique, essentielle pour la formation continue des enseignants et la réflexion didactique et pédagogique a perduré.

L’échec pédagogique des “mathématiques modernes”<sup>1</sup> et la mise en place du collège unique se sont accompagnés d’un important retour de balancier. Les changements de programme se sont succédé à un rythme soutenu. Ils ont accompagné une décroissance

générale des horaires de mathématiques. L’accent est désormais mis sur la résolution de problèmes, l’activité de l’élève, la suppression de tout formalisme.

**L’importance des programmes**

Les mathématiques sont présentes dans toutes les séries du lycée général ou technologique, et chaque série dispose de programmes propres, traditionnellement construits par réductions successives à partir du programme de la série scientifique<sup>2</sup>. Les publications les plus récentes se distinguent par l’introduction d’une différenciation tenant compte des objectifs des séries et des poursuites d’études correspondantes.

La manière dont les programmes sont rédigés et présentés est une de nos spécificités. Munis de préambules souvent très développés annonçant les objectifs de formation, déclinés en contenus largement commentés, ils sont complétés par des documents d’application et des documents d’accompagnement destinés aux enseignants.

On peut lire ainsi dans les objectifs des nouveaux programmes de collège : “Au collège, les mathématiques contribuent, avec d’autres disciplines, à entraîner les élèves à la pratique d’une démarche scientifique. L’objectif est de développer conjointement et progressivement les capacités d’expérimentation et de raisonnement, d’imagination et d’analyse critique. Elles contribuent ainsi à la formation du futur citoyen. À travers la résolution de problèmes, la modélisa-

tion de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution. [...]

Les méthodes mathématiques s'appliquent à la résolution de problèmes courants. [...]

Leur emploi dans la prévision et l'aide à la décision est précieux dans de multiples circonstances, de la gestion familiale à l'activité scientifique ou professionnelle."

Cette richesse des textes officiels<sup>3</sup> comporte des avantages et des inconvénients. La précision ainsi renforcée rassure les enseignants et encadre le travail des auteurs de manuels. Mais en revanche, tout mot ne figurant pas dans les textes est considéré comme hors programme<sup>4</sup>.

Force est de constater que bien qu'ils soient précis et détaillés et en dépit de la présence dans les classes des corps d'inspection, certains programmes ne sont pas respectés<sup>5</sup>, en raison, notamment de la non-évaluation dans les examens de certains champs du programme (voir ci-dessous). De plus, pour beaucoup d'enseignants, les préambules des programmes (comme celui cité ci-dessus) constituent un discours convenu sur des exigences qu'ils s'empressent d'oublier.

### L'importance des examens

Réputés être objectifs et garantir l'impartialité, les examens ont en mathématiques une incidence directe sur l'enseignement. Les compétences non évaluées à l'examen sont souvent ignorées dans les classes. C'est le cas au collège, par exemple, pour le calcul mental ou l'utilisation du tableur. La pression des familles et des élèves, relayée par l'institution et renforcée par les publications de mesures de la performance des établissements, conduit à placer au premier plan la réussite à l'examen au détriment de la qualité de la formation, indispensable à une poursuite d'études réussie.

Malheureusement, la réussite à l'examen ne garantit pas toujours la qualité de la formation reçue : en effet, la forme traditionnelle d'une épreuve d'examen en mathématiques consiste en un certain nombre d'exercices ou problèmes, comportant des questions enchaînées. L'exigence de ne pas pénaliser pour la suite les élèves ayant donné une réponse erronée conduit à fournir les réponses des questions intermédiaires, la tâche de l'élève se réduisant alors à une simple vérification : c'est le contraire de l'activité mathématique telle qu'elle est décrite dans les programmes. Dans certaines classes, où le professeur laisse une trop grande part à la préparation mécanique à l'examen ("bachotage"), c'est pratiquement le seul type d'exercice proposé pendant l'année aux élèves.

Depuis trois ans, le groupe des mathématiques de l'inspection générale de l'éducation nationale travaille à une



## “ La démonstration est constitutive de l'activité mathématique ”

- ■ ■ modification de la forme (définition des épreuves avec la suppression, par exemple, du traditionnel problème et de l'utilisation d'un formulaire) et du contenu des sujets d'examen (introduction de restitution de connaissances, de questionnaires à choix multiples, de questions ouvertes, ...). L'évolution est lente, certes, parce que sa réussite est conditionnée à l'adhésion des acteurs mais elle est déjà sensible dans les séries concernées. Elle sera complétée par une évolution des pratiques de notation que nous mettons en œuvre. L'expérimentation d'une épreuve pratique de mathématiques au baccalauréat S devrait permettre aussi une prise en compte effective de compétences actuellement souvent délaissées<sup>6</sup> faute d'évaluation à l'examen.

### Les caractéristiques essentielles de l'enseignement français

#### > La place de la démonstration

“La démonstration est constitutive de l'activité mathématique et les élèves doivent en prendre conscience. Faire en sorte que les élèves puissent concevoir des démonstrations dans leur globalité, puis en détailler les différentes étapes, a toujours été et reste un objectif essentiel de tout enseignement des mathématiques en France.”

C'est une caractéristique essentielle des objectifs de l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux. Les nouveaux programmes de collège, par exemple, mettent l'accent sur l'importance de la démonstration, non seulement dans le domaine géométrique – ce qui est traditionnel – mais aussi dans le domaine numérique. Mais tant au collège qu'au lycée, la pratique

réelle est parfois bien éloignée de ces objectifs et, sous l'influence en particulier des éditeurs de manuels,<sup>8</sup> la démonstration est remplacée trop souvent par une simple vérification sur quelques exemples ou sur un dessin.

Le retour de balancier qui a suivi l'abandon des “mathématiques modernes” a entraîné la fin de tout enseignement systématique des règles de la logique. La nécessité de l'entraînement à la recherche de contre-exemples, pourtant proclamée, est loin d'être appliquée dans toutes les classes. Notre travail sur les épreuves du baccalauréat, évoqué plus haut, vise aussi à corriger ces lacunes.

#### > La place du traitement des données et de la statistique

Cette partie des mathématiques était peu présente dans nos programmes, contrairement à ceux de pays voisins. Son importance s'est développée dans la dernière décennie, suivant en cela l'évolution de la discipline. Ce développement a été facilité en particulier par l'introduction comme outil du tableur-grapheur qui est utilisé en mathématiques dès la classe de 4<sup>e</sup> (et même en 5<sup>e</sup> dans les nouveaux programmes).

Convaincre le corps enseignant n'a pas été facile, en raison d'une part, de la nouveauté d'un domaine auquel les professeurs, dans leur majorité, n'étaient pas initialement formés et, d'autre part, de l'image des statistiques, considérées longtemps comme un domaine secondaire par rapport aux enjeux et aux querelles soulevés à l'époque des “mathématiques modernes”.

Ce domaine des mathématiques sera certainement renforcé par l'introduction, dans les futurs programmes de 3<sup>e</sup>, d'une familiarisation des élèves à la notion de chance ou de probabilité, permettant de donner du sens aux notions du programme et de faire le lien avec les informations de la vie courante.

### > Les exercices et problèmes posés aux élèves

Il est indispensable pour un élève de "faire des gammes" et de travailler les automatismes, en particulier dans le domaine du calcul mais, malheureusement, dans certaines classes, l'hétérogénéité des élèves conduit les enseignants à ne pas quitter ce registre. Les exercices de mathématiques se réduisent alors à des énoncés techniques et répétitifs qui n'ont rien d'attirant pour les élèves. Les critiques des enseignants des niveaux supérieurs ("les élèves ne savent plus calculer") montrent que ces travaux n'atteignent pas leurs objectifs. Pourtant, lorsque l'on regarde les exercices, dits de synthèse ou d'approfondissement, proposés dans les manuels, on ne peut qu'être frappé par la richesse et la qualité des énoncés, qui se réfèrent très souvent à des situations concrètes de la vie courante ou des autres sciences.

### > La série scientifique

La série S actuelle est toujours réputée être une série d'excellence, donnant une bonne formation et ouvrant un maximum de portes. Mais le goût pour les études scientifiques, et en particulier pour les mathématiques, n'est pas en fait la motivation la plus

importante des élèves. Et il arrive en revanche que des élèves capables et désireux d'entreprendre des études scientifiques ne soient pas admis en série S à cause de l'insuffisance de leurs résultats dans les autres disciplines !

Nous devons également nous interroger sur la chute continue des effectifs en spécialité mathématique de la terminale S<sup>9</sup>. Cette chute est évidemment liée à la représentation de la discipline, et à ce qu'en transmettent les enseignants par leurs exigences. Une des conséquences lourdes en est la désaffection pour les filières scientifiques universitaires.

### > L'enseignement des mathématiques en lycée professionnel

Les programmes (en tout cas ceux qui ont été rénovés) sont rédigés en termes de compétences et sont bien adaptés aux objectifs de formation dans cette voie où les mathématiques sont avant tout une discipline de service. La pédagogie est basée sur la construction des savoirs et des savoir-faire à partir d'activités issues, dans la mesure du possible, de situations technologiques ou professionnelles. Les enseignants ont généralement le souci de contextualiser pour un meilleur apprentissage.

La bivalence (mathématiques et sciences physiques) des professeurs et des inspecteurs est un facteur positif dans cet enseignement : elle simplifie la nécessaire interdisciplinarité dans un enseignement tourné vers la vie professionnelle et contribue à donner aux élèves une image positive des mathématiques.



“ Donner  
à la discipline  
un aspect  
plus attractif ”

■ ■ ■ Dans les CAP (tertiaires et industriels), les changements de programmes mis en place en 2003 et des modalités d'évaluation certificatives en CCF (contrôle en cours de formation) ont été très positifs, tant au niveau de la formation qu'au niveau de l'évaluation. La très forte hétérogénéité des publics accueillis, la grande difficulté de certains ont nécessité une remise en question des pratiques. La motivation de l'élève est placée au premier rang des préoccupations de l'enseignant.

**Les évolutions en cours**

> **Les calculatrices et l'ordinateur**

Depuis une vingtaine d'années, l'usage des calculatrices est prôné par les programmes de mathématiques. Contrairement à ce qui se passe dans la plupart des pays, le régime est celui de la liberté complète : tous les modèles sont autorisés – pourvu qu'ils ne soient pas communicants – dans les classes comme aux examens. Or, dans une classe, le professeur peut parfois compter une dizaine de modèles différents, ce qui interdit pratiquement de bâtir un enseignement cohérent de l'utilisation de la calculatrice. L'apprentissage est alors laissé à la discrétion de chaque élève. Dans un souci d'équité, les sujets d'examen sont conçus pour ne pas favoriser les élèves disposant des calculatrices les plus performantes. On perd ainsi une grande partie des avantages liés à la bonne utilisation de ces outils.

En ce qui concerne l'utilisation de logiciels informatiques la situation est encore plus paradoxale. Cette utilisation est préconisée dans les programmes dès la classe de 5<sup>e</sup> : cela permet de traiter des problèmes de la vie courante

et rapproche les élèves de ce qu'est actuellement la pratique des mathématiques. Mais cette utilisation de logiciels est interdite de facto à l'examen – vu la forme de celui-ci – et cette absence de prise en compte conduit nombre d'enseignants à négliger cet aspect de la formation. Seule l'introduction dans les examens d'épreuves pratiques de mathématiques nécessitant l'usage d'outils informatiques pourrait permettre de sortir de cette situation défavorable. L'expérimentation d'une telle épreuve en série S aura lieu pendant l'année scolaire 2006-2007.

> **Clubs, ateliers et compétitions mathématiques**

Encouragés par l'institution, mais fondés sur le bénévolat des enseignants, les clubs ou ateliers mathématiques permettent de donner un aspect ludique et plus attractif à cette discipline, tout en réattribuant une place essentielle aux approches inductives. La création, en 1998, de l'association Animath<sup>10</sup> est un bon outil pour aider et fédérer ces initiatives. Nous avons noté avec intérêt que le rapport de la mission parlementaire insiste à plusieurs reprises sur la mise en place et le développement de ces laboratoires.<sup>11</sup>

Les compétitions mathématiques se sont largement développées et répandues. La plupart des académies ont mis en place des rallyes ou des compétitions s'adressant à des élèves d'un niveau donné (collège ou lycée) sous forme individuelle ou en groupe. En 1999, ont été créées les olympiades académiques de mathématiques (pour les classes de première). Le succès de ces compétitions trouve un écho dans

les classes, par l'exemple qu'il donne de mathématiques pratiquées "pour le plaisir", et par le développement d'une émulation appréciée.

Ces actions ont certainement contribué à la fin de la baisse des performances des compétiteurs français aux olympiades internationales de mathématiques. Actuellement classée, bon an mal an, autour de la 30<sup>e</sup> place, il reste néanmoins à la France du chemin à parcourir pour retrouver le "TOP 10" où elle se situait il y a 25 ans !

### L'évaluation PISA

L'évaluation PISA de 2003 avait pour but de tester, sur un échantillon représentatif d'élèves de 15 ans, la culture mathématique définie comme "l'aptitude d'un individu à identifier et comprendre le rôle des mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques en fonction des exigences de sa vie, en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi". On peut dire que cela ne correspond pas aux objectifs de l'enseignement des mathématiques en France. Il est révélateur d'ailleurs de constater que, d'une part, tous les exercices proposés par la délégation française ont été rejetés et que, d'autre part, certains exercices retenus correspondaient à des éléments de programme inconnus d'un élève français en fin de seconde !

Les résultats de la France se situent légèrement au-dessus de la moyenne des pays de l'OCDE, mais leur dispersion est particulièrement grande. Si l'on s'en tient aux élèves "à l'heure"

dans leur cursus, les résultats sont très satisfaisants. En revanche, nos 20 % d'élèves les plus faibles obtiennent des résultats très inférieurs à ceux des élèves correspondants dans les autres pays.

### Quelques mots de conclusion

Une des caractéristiques fortes de l'enseignement des mathématiques en France réside dans les ambitions excessives des programmes. La diminution des horaires de mathématiques, effective à tous les niveaux depuis plusieurs années, ne s'est pas accompagnée d'une diminution proportionnelle du volume des programmes. Ces derniers sont inadaptés à un enseignement de masse car il est, par exemple, actuellement impossible de faire acquérir à tous les élèves l'ensemble des connaissances et des compétences inscrites dans les programmes de collège. À cet égard, la définition d'un socle commun indispensable de connaissances et de compétences – dont on a pris soin de préciser qu'il n'est pas tout le programme – est révélatrice de cette impossibilité : dans d'autres pays européens, c'est ce socle des compétences-clés qui constitue l'intégralité des programmes de la scolarité obligatoire.

D'un autre côté, une des conséquences des exigences de nos programmes, dans le domaine de la démonstration en particulier, est certainement la qualité de l'école mathématique universitaire française. Les élèves qui arrivent à suivre en mathématiques y prennent plaisir et en reçoivent une formation de qualité. Mais le prix à payer est lourd, lorsque l'on pense à tous les élèves que les mathématiques mettent en échec.<sup>12</sup>



- ■ ■ Et que dire des enseignants, déchirés entre le désir de la réussite de tous et la nécessité de conduire les meilleurs élèves au succès en leur donnant le goût des mathématiques ?

Les défis actuels que doit relever l'enseignement des mathématiques sont de trois ordres :

- assurer les connaissances et les compétences de base pour l'ensemble des élèves, mais aussi assurer une "culture mathématique" qui permette de situer le rôle de cette discipline dans les sociétés techniques avancées ;
- lutter contre l'image souvent négative des mathématiques dans la société, en liaison en particulier avec leur rôle – réel ou supposé – dans la sélection ;
- contribuer à maintenir une formation de haut niveau pour un nombre important d'élèves, en particulier pour alimenter les filières scientifiques de l'enseignement supérieur, où les mathématiques jouent un rôle déterminant.

Il faut reconnaître qu'actuellement nous ne relevons pas ce défi :

- la démonstration en géométrie au collège, par exemple, reste inaccessible à beaucoup ;
- les exercices proposés dans les classes sont souvent coupés de tout contexte et ne présentent pas d'intérêt pour les élèves : ils contribuent à l'image négative d'une discipline ressentie comme uniquement scolaire et "éloignée de la vie" ;
- les élèves qui aiment les mathématiques s'ennuient souvent en classe et ne trouvent à s'épanouir que dans des activités périscolaires, lorsqu'elles existent (clubs, rallyes).

Une piste réside certainement dans une plus grande différenciation :

- différenciation des objectifs de formation et des programmes, déjà effective entre les différentes voies et séries du second cycle de l'enseignement secondaire, qu'il faut certainement accentuer ;
- différenciation des niveaux de compétence visés dans le cadre d'un même programme qui sera bientôt en œuvre au collège du fait de la définition d'un socle commun indispensable ;
- différenciation des tâches données aux élèves et des méthodes à l'intérieur des classes par une personnalisation plus grande de l'enseignement : la suppression progressive des modules au lycée ne favorise pas cette différenciation.

En mathématiques, on peut certainement donner une formation de qualité à tous les élèves, si l'on ne s'impose pas de donner la même à tous !

L'enseignement des mathématiques est en évolution et cette évolution est positive. Une continuité plus affirmée des programmes entre l'école primaire et le collège, le rapprochement avec les autres disciplines scientifiques qui s'amorce dans l'introduction des thèmes de convergence au collège, la différenciation des programmes de lycée, la prise en compte, aujourd'hui dans les programmes de mathématiques et demain dans l'évaluation, des outils logiciels, la définition d'un socle commun comprenant les principaux éléments de mathématiques contribuent à cette évolution. Dans le prolongement de nos initiatives pour la modernisation des sujets d'examen et



grâce au travail d'animation et de formation impulsé par les corps d'inspection, nous constatons un retour à une activité mathématique plus authentique dans les classes.

Mais, au niveau du collège, dans les années qui viennent, il va falloir choisir entre donner une culture mathématique à tous – correspondant au socle commun – ou maintenir la fiction d'un enseignement exigeant pour tous

conduisant à l'échec d'un grand nombre d'élèves.<sup>13</sup> Dans ce cadre, l'institution devra trancher sur la place respective du programme et du socle commun.

Enfin, si les examens gardent leur poids actuel dans notre système, il faudra bien qu'ils permettent d'évaluer effectivement les compétences inscrites dans les programmes ! Pour cela il est indispensable de développer

- 
- > <sup>1</sup> Cet enseignement a permis une excellente formation secondaire des futures élites scientifiques mais a engendré a contrario une absence complète de culture mathématique pour la génération des actuels décideurs qui, pour la plupart, n'ont pas suivi la voie scientifique.
  - > <sup>2</sup> On ne trouve actuellement de programmes modulaires qu'en BTS. Leur extension à diverses séries professionnelles ou technologiques est en projet.
  - > <sup>3</sup> Par exemple, le programme et ses commentaires pour les deux années du cycle terminal de la série sciences et techniques de la gestion (STG) comportent au total 70 pages, correspondant à deux ou trois heures d'enseignement hebdomadaire.
  - > <sup>4</sup> La notion de suite convergente est au programme de terminale S, mais il a fallu préciser dans un document d'application du programme que les élèves devaient comprendre l'expression "suite divergente".
  - > <sup>5</sup> C'est le cas du programme de seconde générale et technologique dans une majorité des classes.
  - > <sup>6</sup> Comme l'utilisation du tableur, d'une calculatrice graphique ou la mise en place d'un algorithme.
  - > <sup>7</sup> Introduction des programmes de la série S.
  - > <sup>8</sup> Dans certains manuels de lycée, le cours ne comporte aucune démonstration.
  - > <sup>9</sup> Depuis la création de la terminale S, la part de la spécialité mathématiques est passée de 37 % à 24 %.
  - > <sup>10</sup> Créée à l'initiative conjointe du groupe des mathématiques de l'IGEN, de la SMF (Société mathématique de France) et de l'APMEP (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public).
  - > <sup>11</sup> Rapport d'information n° 3061 sur "l'enseignement des disciplines scientifiques dans le primaire et le secondaire".
  - > <sup>12</sup> ... et au ressentiment qu'ils en gardent lorsqu'ils accèdent aux responsabilités !
  - > <sup>13</sup> À titre d'exemple, dans l'académie de Versailles à la session 2002, 31 % des candidats ont obtenu une note inférieure à 5 sur 20 à l'épreuve écrite de mathématiques du brevet.

**Note :** Cette étude réalisée par le groupe des mathématiques, ne se présente pas comme un travail de chercheur ou d'universitaire. Elle repose essentiellement sur notre connaissance des pratiques de classes et des textes régissant l'enseignement des mathématiques (programmes, documents d'application ou d'accompagnement). Elle concerne principalement nos domaines statutaires d'intervention : le collège et le lycée, y compris ses classes post-baccalauréat. Pour mettre en évidence les spécificités françaises, nous nous sommes appuyés sur des connaissances relatives à l'enseignement des mathématiques dans quelques pays étrangers, issues de visites et de l'étude de documents.