



Contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes C 2, C3 et C4

Roland Charnay,

**Professeur honoraire de mathématiques,
IUFM de Lyon**

**Mathématiques au cycle 3
Quelques pistes de réflexion**

octobre 14

Mathématiques au cycle 3

Quelques pistes de réflexion

Roland Charnay¹

Note préalable : Ce texte pour le cycle 3 comporte des parties communes avec celui proposé pour le cycle 2.

1. Quelques réflexions à propos des programmes précédents pour le cycle 3 (CE2, CM1, CM2).

1.1 Des éléments de consensus.

À la lecture des programmes antérieurs, un premier élément de consensus semble être trouvé sur un enjeu essentiel de l'enseignement des mathématiques. Il concerne **la capacité des élèves à affronter des situations et résoudre des problèmes en utilisant les connaissances acquises**. En 2002, le programme du cycle 3 précise : *La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées*. Cette orientation est largement reprise dans le document d'application et dans les documents d'accompagnement liés à ce programme. Dans le programme de 2008, l'affirmation est moins forte et se trouve plutôt formulée dans l'introduction aux tableaux donnant des repères pour organiser la progressivité des apprentissages : *La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages*.

Un deuxième élément de consensus concerne **l'équilibre à tenir entre construction du sens, compréhension et automatisation** (pour reprendre les recommandations du CSP en date du 15 mai 2014). Le programme de 2002 indique que *l'élaboration des connaissances se réalise au travers de la résolution de problèmes, leur maîtrise nécessite des moments d'explicitation et de synthèse, et leur efficacité est conditionnée par leur entraînement dans des exercices qui contribuent à leur*

¹ Professeur agrégé de mathématiques, formateur en Ecole Normale et en IUFM, chargé de recherche à l'INRP (co-responsable du groupe ERMEL), membre du groupe d'experts pour les programmes 2002 (responsable de la commission Mathématiques), responsable scientifique de la partie Mathématiques du site TFM (TéléFormation Français et Mathématiques).

octobre 14

mémorisation. Dans le programme de 2008, il est indiqué que *l'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification*.

Un troisième élément de consensus concerne **la place et le rôle du calcul mental** dans les apprentissages mathématiques. Le programme de 2002 précise, dans la rubrique Calcul, que *les compétences en calcul mental (résultats mémorisés, calcul réfléchi exact ou approché) sont à développer en priorité*. Celui de 2008 indique que [...] *l'entraînement quotidien au calcul mental portant sur les quatre opérations favorise une appropriation des nombres et de leurs propriétés*.

1.2 Des points noirs concernant les contenus.

Le programme de 2002 avait cherché un équilibre qui tienne compte de l'organisation des savoirs mathématiques, des possibilités des élèves de chaque âge et du temps d'enseignement disponible. L'articulation avec le collège avait été particulièrement prise en compte (cf. le document d'accompagnement « Articulation école-collège »). Cet équilibre peut bien entendu être discuté. Le programme de 2008 l'a assez fortement remis en cause, en augmentant les exigences en termes de contenus, ce qui a eu pour conséquence une diminution de la part faite à l'investigation. Quelques exemples peuvent en être donnés pour le cycle 3 (CE2, CM1, CM2 à l'époque), avec **des connaissances exigées en fin de CM2 (voire en fin de CM1) dans le programme de 2008 alors qu'auparavant (dans les programmes de 2002) elles ne l'étaient qu'au collège** et que les actuels programmes de collège ne les considèrent exigibles qu'en fin de Sixième, voire de Cinquième. Il faut parfois se référer aux tableaux donnant des repères pour organiser la progressivité des apprentissages pour avoir les précisions utiles (ce qui pose une question sur l'articulation des différents documents et leur statut : instruction, recommandation ou d'aide) :

- multiplication posée de deux nombres décimaux ;
- division posée d'un nombre décimal par un nombre entier ;
- division décimale de deux entiers ;
- hauteur d'un triangle ;
- cylindre, prisme ;
- longueur d'un cercle ;
- aire d'un triangle ;
- règle de trois ;
- pourcentage, échelle, vitesse moyenne.

Il faut noter également dans les programmes 2008 une moindre insistance, et même un manque d'indications, sur le nécessaire travail sur les grandeurs préparant celui de leur mesure (même si le terme Grandeurs est utilisé en titre).

De la même façon, le travail sur les représentations planes d'objets de l'espace n'est pas évoqué (maquette, plan, carte).

octobre 14

Enfin, pour **les problèmes**, les compétences énoncées en 2008 ne font pas référence aux ambitions affichées auparavant à propos de la pratique de la recherche de problèmes nécessitant une investigation.

1.3 Des points aveugles.

Si on considère, en s'inspirant des travaux de Gérard Vergnaud, qu'un concept peut être caractérisé par les problèmes qu'il permet de résoudre, par les procédures, techniques, propriétés qui lui sont liées et les éléments de langage (notamment verbaux et symboliques) qui permettent de l'exprimer pour effectuer et justifier des calculs, il apparaît que les programmes précédents sont muets sur un certain nombre de points qui mériteraient d'être précisés :

- **Quelles catégories de problèmes** sont envisageables à tel moment de la scolarité ? Quels modes de résolution peut-on attendre, enseigner, exiger ? Sur ce point, les éléments d'aide à la programmation situés en fin des documents d'application des programmes 2002 fournissaient des repères utiles pour le cycle 2, mais pas pour le cycle 3 ;
- **Les techniques de calcul posé** sont bien précisées dans les programmes de même que les **faits numériques** qui doivent être mémorisés. Il n'en va pas de même pour le **calcul mental réfléchi**. Sa pratique est encouragée, mais les enseignants manquent de repères pour concevoir une programmation (pour cela, ils peuvent cependant se reporter au document d'accompagnement des programmes 2002 « Le calcul mental à l'école élémentaire », non retenu pour les programmes 2008).
- **Les propriétés des opérations** permettent d'explicitier et de justifier aussi bien les techniques de calcul posé que les procédures de calcul réfléchi. Le plus souvent, elles sont mobilisées en acte, mais gagneraient à être explicitées si on souhaite qu'elles puissent être mobilisées avec une certaine généralité (ce qui ne signifie pas qu'elles doivent être nommées ou exprimées en langage symbolique). Jusqu'à maintenant, les programmes (aussi bien de 2002 que de 2008) ne fournissent aucun repère aux enseignants à ce sujet.
- Concernant les **éléments langagiers (expressions verbales ou symboliques)**, ils sont parfois précisés dans le domaine de la géométrie et beaucoup plus rarement (ou pas du tout) dans le domaine numérique. Des précisions à ce sujet seraient nécessaires dans la mesure où tous les termes ne présentent pas la même difficulté d'usage pour les élèves (exemples : *fois*, *multiplié par*, *produit*, *facteur*... pour la multiplication) et où il est possible (voire souhaitable !) de travailler une opération avant que ne soit introduit le symbolisme mathématique.

2. Quelques réflexions à propos des éléments avancés dans la conférence sur l'enseignement des mathématiques (13 mars 2012).

(Cf. : <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale>)

octobre 14

Des éléments avancés au cours de cette conférence, dont certains sont résumés dans le bilan du Comité scientifique, et pour ce qui touche plus spécifiquement aux programmes, semblent particulièrement à retenir :

- **La familiarité nécessaire des élèves avec les nombres** doit occuper une place centrale dans l'enseignement des mathématiques : *le système de la numération décimale de position fonde les techniques de calcul et les algorithmes opératoires ; les élèves doivent avoir sur ces questions une maîtrise pratique, théorique et technique.* On peut souligner que cela vaut autant pour les nombres décimaux que pour les nombres entiers. L'idée de nombres vivants doit y être rattachée, à la fois du point de vue arithmétique (relations entre nombres, caractéristiques de certains nombres...), de leurs usages « pratiques » avec l'exemple des diviseurs ou multiples de nombres clés comme 100, 60, 1 000..., des rapports entre les 3 domaines « grandeurs, nombres et numération »...

- Les liens à établir entre **numération décimale et systèmes de mesure**, notamment avec le travail sur les nombres décimaux.

- **La modélisation des problèmes et leur organisation en types ou classes, ce qui donne accès aux sens des opérations** et à la reconnaissance du fait qu'elles permettent de résoudre les problèmes de certains types (ou classes de problèmes).

- **Dans le domaine de l'enseignement du calcul**, les équilibres à trouver entre automatisation et flexibilité, l'importance du calcul raisonné (cf. texte de Michèle Artigue avec l'idée de valence pragmatique et épistémique des techniques), des estimations et des ordres de grandeur (plutôt pour la fin du cycle 3 pour ces aspects).

- **La capacité des élèves à affronter et résoudre des « problèmes nouveaux »**. Cf. le texte de Denise Grenier : *autrement dit, sur leur capacité à « faire vraiment des mathématiques »*.

Il faut y ajouter les considérations d'Yves Chevallard sur **ce que devrait être un programme**, avec un critère à deux degrés : *toute œuvre figurant dans un programme sera conservée si (et seulement si) l'on peut 1) en énoncer une raison d'être clé au niveau d'enseignement visé (qui ne se réduise pas, bien sûr, à prétendre que « C'est formateur » ou qu'« on l'a toujours fait ») ; 2) produire une AER (activité d'étude et de recherche) – une situation – compatible avec les conditions d'enseignement, où cette œuvre apparaisse comme éminemment utile, sinon indispensable. [...] Un programme acceptable doit se référer à des types de tâches nettement définis, des techniques efficaces et des technologies génératrices d'intelligibilité.*

3. Principaux paliers pour les cycles 1, 2 et 3

octobre 14

Remarque initiale: Le nouveau découpage des cycles paraît plus adapté que le précédent pour définir les principaux paliers pour les apprentissages mathématiques, ce qui peut être rapidement résumé dans les tableaux suivants (sans détail des compétences attendues).

Nombres et calcul

Cycle 1 (Maternelle)	Cycle 2 (CP, CE1, CE2)	Cycle 3 (CM1, CM2, 6 ^e)
- Concept de nombre en lien avec les quantités (et l'expression des rangs).	- Nombres entiers (inférieurs au million).	- Nombres entiers (« grands nombres », supérieurs au million). - Nombres décimaux. - Nombres en écriture fractionnaire (fraction liée au partage de l'unité et fraction quotient).
- Désignations analogiques, verbales et symboliques des nombres.	- Maîtrise des principes de la numération décimale de position. - Maîtrise du calcul (mental, posé, instrumenté) avec 3 opérations (addition, soustraction, multiplication) et approche de la division. - Première structuration arithmétique des nombres (sur des nombres « clés »).	- Maîtrise des principes de la numération décimale de position. - Maîtrise du calcul sur les nombres naturels (mental exact et approché, posé, instrumenté) avec les 4 opérations (addition, soustraction, multiplication, division euclidienne). - Maîtrise du calcul sur les nombres décimaux (mental exact et approché, posé, instrumenté) avec 4 opérations (addition, soustraction, multiplication, division), la division faisant intervenir des nombres décimaux pouvant être réservée à la classe de 6 ^e .

octobre 14

		<ul style="list-style-type: none"> - Écritures fractionnaires égales. - Structuration arithmétique des nombres entiers : multiple, diviseur.
- Résolution de premiers problèmes sur les quantités (sans recourir aux opérations)	- Résolution de problèmes soit par recours direct à une opération connue (à préciser dans le programme), soit en mobilisant des stratégies originales.	- Résolution de problèmes soit par recours direct à une ou plusieurs opérations connues (à préciser dans le programme), soit en mobilisant des stratégies originales.

Espace, formes, géométrie

Cycle 1 (Maternelle)	Cycle 2 (CP, CE1, CE2)	Cycle 3 (CM1, CM2, 6 ^e)
- Repérage, déplacement dans l'espace ordinaire.	- Repérage, orientation, différentes vues d'un objet ou d'un dispositif.	- Plans.
- Reconnaissance et agencement de formes simples (planes ou en 3 dimensions)	- Propriétés élémentaires permettant de caractériser des objets plans ou spatiaux : alignement, égalités de longueurs, perpendicularité, axes de symétrie.	<ul style="list-style-type: none"> - Propriétés permettant de caractériser des objets plans ou spatiaux : cf. Cycle 2 + parallélisme, angles. - Représentations planes de solides (patrons, perspective)
	- Résolution de problèmes : description, reproduction, construction, agencement, décomposition.	- Résolution de problèmes : idem Cycle 2 + représentations, agrandissement, réduction, transformations (symétrie axiale).

Tant pour les propriétés que pour les problèmes, il est nécessaire de préciser quels objets géométriques ils peuvent concerner.

octobre 14

Grandeurs et mesure

Cycle 1 (Maternelle)	Cycle 2 (CP, CE1, CE2)	Cycle 3 (CM1, CM2, 6 ^e)
- Repérage dans le temps et notion de durée.	- Dates et durées (jour, heure, minute, seconde).	- Durées : calcul de durées et d'horaires.
- Comparaison, classement, rangement d'objets selon différentes grandeurs : longueur, masse, contenance.	- Grandeurs : longueurs, masses, contenances.	- Grandeurs : longueurs, masses, aires, volumes, angles.
	- Mesure : unités usuelles pour les 3 grandeurs considérées. - Périmètre d'un polygone.	- Mesure : unités légales pour longueurs, masses, aires et usuelles pour volumes. - Périmètre d'un polygone, d'un cercle, aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle rectangle, volume d'un pavé droit.
	- Résolution de problèmes (en relation avec le thème Nombres et calcul).	- Résolution de problèmes (en relation avec le thème Nombres et calcul).

Organisation et gestions de données

Cycle 1 (Maternelle)	Cycle 2 (CP, CE1, CE2)	Cycle 3 (CM1, CM2, 6 ^e)
- Organisation d'objets selon un ou deux critères (liste, approche du tableau à double entrée).	- Tableaux, premiers graphiques (très simples au cycle 2).	- Repérage sur un axe. - Diagrammes en bâtons, circulaires, cartésiens.
		- Résoudre des problèmes de proportionnalité, principalement en utilisant les propriétés de linéarité ou le coefficient de proportionnalité (dans des cas appropriés).

octobre 14

4. Quelques réflexions à propos de l'organisation des connaissances et des compétences attendues en fin de cycle 3 (maintenant CM1, CM2, Sixième).

Dans cette partie, il n'est pas proposé un inventaire précis et complet des connaissances et compétences à atteindre au cycle 3, mais plutôt une mise en relief des points essentiels autour desquels les apprentissages peuvent être organisés et dont un défaut de maîtrise aurait des conséquences négatives sur d'autres apprentissages. Ces points essentiels devraient être mis en valeur dans le texte du programme.

Dans les propositions ci-dessous, on ne rentre donc pas dans le détail des connaissances et compétences à acquérir, mais on cherche à mettre en évidence des points autour desquels le programme pourrait être structuré.

À propos des nombres entiers et décimaux

- L'aspect essentiel concerne **l'écriture chiffrée des nombres, avec les mêmes principes pour les nombres décimaux que pour les nombres entiers** : valeur positionnelle des chiffres et les relations de valeurs entre deux rangs, notamment consécutifs (en lien avec des groupements, des échanges, des fractionnements). Cette connaissance fondamentale serait mieux marquée si on suggérait des procédures qui soulignent la cohérence entre écriture des nombres entiers et décimaux, notamment :

- les procédures de comparaison des nombres : pour les entiers comme pour les décimaux, il suffit de comparer les chiffres de même rang, en commençant par le rang le plus élevé et, en cas d'égalité à un rang donné, de considérer chaque fois le rang inférieur (alors que les procédures habituellement enseignées sont différentes pour les entiers et les décimaux : longueur des écritures pour les nombres entiers non pertinente pour les nombres décimaux) ;
- les procédures de multiplication et division par 10, 100... : il suffit, par exemple, de considérer que multiplier par 10 revient à donner à chaque chiffre une valeur 10 fois supérieure pour obtenir des procédures identiques pour les nombres entiers et les nombres décimaux ;
- les techniques de calcul posé (en particulier celles de l'addition et de la soustraction peuvent être facilement étendues des nombres entiers aux nombres décimaux).

Remarques :

- Trop souvent, la virgule est présentée comme un séparateur alors qu'elle est avant tout un indicateur du rang des unités.

octobre 14

- Le plus souvent les nombres décimaux sont présentés à partir des fractions décimales (après un travail sur des fractions simples) et pour cela l'écriture fractionnaire est utilisée dès le CM1. Plusieurs évaluations montrent que cette écriture fractionnaire fait difficulté pour beaucoup d'élèves. Il peut être envisagé de conserver le principe de cette présentation des nombres décimaux, mais sans nécessairement utiliser dès le départ l'écriture fractionnaire. Il est en effet possible de travailler sur les fractions en utilisant leurs désignations verbales : *un demi, trois-quarts, cinq-tiers* pour les fractions simples ou avec les mots *dixième, centième...* pour les fractions décimales (en continuité alors avec les termes *dizaine, centaine...*). Dans cet esprit, la notation fractionnaire pourrait n'être envisagée qu'en Sixième.

Cela permettrait d'insister sur le fait que le système d'écriture des nombres décimaux obéit aux mêmes règles que celui des nombres entiers, en relation avec des groupements ou des fractionnements successifs par 10, sans que l'écriture fractionnaire ne vienne « faire écran » à cette continuité.

Cela irait d'ailleurs dans le sens de l'actuel programme de Sixième qui pointe comme non exigibles, au niveau de cette classe, la plupart des compétences relatives aux nombres en écriture fractionnaire (voir ci-dessous le point concernant les nombres en écriture fractionnaire).

Ce choix qui bousculerait des pratiques bien établies nécessiterait cependant d'être solidement argumenté.

- Un deuxième aspect concerne **les points de rupture entre certaines propriétés des nombres entiers et des nombres décimaux** : notion de successeur (valable seulement pour les entiers), encadrement, intercalation et approximation (sans limitation pour les décimaux)...

Les étapes actuellement recommandées relativement à la taille des nombres entiers peuvent être conservées : nombres inférieurs au milliard au CM1, plus grands nombres ensuite. Concernant les nombres décimaux, il semble raisonnable de formuler des compétences exigibles pour des nombres écrits jusqu'au centième au CM1, au millième au CM2 et au-delà à partir de la Sixième, mais en suggérant que des nombres comportant davantage de décimales peuvent être rencontrés.

À propos des nombres en écriture fractionnaire

- L'aspect essentiel concerne **la mise en relation des deux significations principales de l'écriture fractionnaire**, en référence au partage de l'unité ($7/3$ c'est 7 fois un tiers) et au quotient de deux entiers ($7/3$ c'est le quotient de 7 par 3).

Suite à la remarque faite à ce sujet dans le point précédent (Nombres entiers et décimaux), il pourrait être envisagé de n'introduire l'écriture fractionnaire qu'en classe de Sixième.

À propos du calcul

octobre 14

- Le premier aspect concerne **la résolution de problèmes**. Le programme devrait donner des indications, pour chaque opération, sur les problèmes dont on attend une résolution rapide en mobilisant cette opération (cf. problèmes basiques selon l'expression de Catherine Houdement) et ceux dont on attend une résolution personnalisée.

Des modulations doivent être apportées en fonction des nombres en jeu, le recours à l'opération canonique pouvant, dans certains cas, ne pas être la solution la plus rapide : exemple d'une situation où doit être calculé le nombre de groupements de 12 objets qu'il est possible de réaliser avec 120 objets (où il n'est pas nécessairement pertinent de passer par le calcul de $120 : 12$!).

- Le deuxième aspect concerne **le calcul mental** à propos duquel le programme devrait apporter des précisions :
 - sur les faits et procédures numériques disponibles ou retrouvés immédiatement et sur ce que suppose cette disponibilité (par exemple, capacité à donner les produits, les facteurs, les quotients, les décompositions liées au répertoire multiplicatif) ;
 - sur les types de calcul qui peuvent être traités à l'aide d'un raisonnement (calcul réfléchi), en précisant les propriétés des opérations que les élèves doivent pour cela utiliser « en acte » (et qui sont verbalisées par l'enseignant sans pour autant faire l'objet d'un enseignement formalisé) ;
 - sur les types de calcul pour lesquels un calcul approché (ordre de grandeur) peut être envisagé.

Sur ce 2^e aspect, le document d'accompagnement des programmes 2002 consacré au calcul mental peut fournir d'utiles repères aux auteurs des nouveaux programmes.

- Le troisième aspect, lié au précédent, concerne **une structuration arithmétique des nombres**, notamment à travers les relations multiplicatives qu'entretiennent des nombres d'usage courant (multiple, diviseur, critères divisibilité).

Remarques :

- Le calcul posé et le calcul instrumenté ne doivent pas être oubliés pour autant. Mais le calcul posé doit principalement être entraîné dans des cas où, comme le précise l'actuel programme de Sixième, *les nombres doivent rester de taille raisonnable et aucune virtuosité technique n'est recherchée*. Dans ce sens, les techniques de calcul posé usuelles ne devraient être proposées aux élèves que lorsque ceux-ci disposent des connaissances sur la numération décimale, d'une pratique des propriétés des opérations et des résultats élémentaires qui permettent d'en comprendre le fonctionnement (pour la division, la pose des soustractions intermédiaires devrait être recommandée).

- L'affirmation précédente est renforcée par le fait qu'une mise en place prématurée du calcul posé nuit à une bonne pratique du calcul mental, dans la mesure où certains élèves ont alors tendance à « poser les opérations dans leur tête ».

octobre 14

- Dans le cadre de la résolution de problèmes, les élèves devraient être incités à utiliser l'outil de calcul le plus efficient (calcul mental, calcul écrit standard ou non, calculatrice), le choix du mode de calcul pouvant parfois varier d'un élève à l'autre.

À propos de la représentation de l'espace et de la géométrie

- Le premier aspect concerne **les représentations planes de l'espace ou d'objets 3D** : plans, patrons, représentations en perspective, systèmes de repérage.
- Le deuxième aspect concerne **les propriétés et relations géométriques**. Au cycle 3, dans le prolongement du cycle 2, ces propriétés et relations sont enrichies et restent essentiellement contrôlées à l'aide d'instruments, mais de premiers raisonnements et de premières preuves peuvent être mis en place. Le programme peut donc être organisé autour de la maîtrise de ces propriétés et relations (alignement, égalité de longueurs ou d'angles, perpendicularité, parallélisme, symétrie axiale, médiatrice, bissectrice) qui permettent de contrôler l'usage des instruments et de justifier des techniques de tracé, de caractériser des objets géométriques, de les décrire (description verbale ou schéma à main levée codé), de prendre des informations pour les reproduire, de les construire d'après une description ou un programme de construction.

Remarque : Concernant les figures planes et solides étudiés, il convient de veiller à une progressivité sur l'ensemble du cycle 3, en étant particulièrement attentif à ne pas anticiper au CM des études qui relèvent de la classe de Sixième.

À propos de la connaissance des grandeurs et de la mesure

- Le premier aspect concerne **la mise en évidence de nouvelles grandeurs (non encore mesurées)** qui permettent de caractériser des objets géométriques ou non géométriques, en insistant sur les actions qui peuvent être réalisées sur chacune des grandeurs : comparaison, classement, rangement, addition (et soustraction), multiplication par un nombre entier, partage. Il s'agit de permettre aux élèves de prendre conscience de ce que sont ces grandeurs avant de les mesurer. Pour le cycle 3, cela concerne principalement les aires, les volumes et les angles.
- Le deuxième aspect concerne **la mesure des grandeurs considérées précédemment ou déjà abordées au cycle 2**. L'idée importante à mettre en évidence dans le programme est que **mesurer c'est choisir une unité (ou plusieurs) et la (les) reporter** autant de fois que nécessaire, en mettant en évidence que la mesure peut être obtenue soit par mesurage (à l'aide d'un instrument), soit par

octobre 14

calcul (formules qui permettent une première approche des écritures littérales, raisonnement...).

- Le troisième aspect concerne **la structuration des systèmes de mesure** avec les unités usuelles et en cohérence avec le système d'écriture chiffrée des nombres entiers et décimaux.

À propos de « l'organisation et de la gestion de données »

- L'organisation des données (listes, tableaux...) et leur représentation (diagrammes, graphiques...) sont à relier aux traitements qu'on souhaite effectuer à leur sujet. De ce point de vue, la question peut être posée d'envisager un travail sur les premières notions statistiques (fréquence, moyenne...) plus précocement au cours du cycle 3.

Remarque : Sur ces questions, il serait utile de s'intéresser à l'influence de certains choix (origine, graduation...) sur ce que peut suggérer une représentation.

À propos de la proportionnalité

- Le premier aspect concerne **les raisonnements relatifs à la proportionnalité**. Sur l'ensemble du cycle 3, il peut être envisagé de limiter le travail sur la proportionnalité à la résolution de problèmes en faisant appel à des raisonnements qui s'appuient, en acte, sur les propriétés de linéarité (le passage à l'unité en étant un cas particulier) ou sur le coefficient de proportionnalité, essentiellement dans le cas d'une relation entre grandeurs de même nature (agrandissement de figures, par exemple).

Remarques :

- Dans cette optique, l'étude de la proportionnalité pour elle-même (tableau de proportionnalité, représentation graphique) ne commencerait qu'en Cinquième.

- La référence à la « règle de trois » devrait être bannie, dans la mesure où cette expression recouvre des significations diverses et n'éclaire pas les enseignants sur le travail à réaliser.

- Le deuxième aspect concerne **les applications de la proportionnalité** (pourcentages, échelles, vitesse moyenne, proportions...). Dans un premier temps, et dans des cas qui le permettent, les problèmes posés pourraient être résolus en utilisant les raisonnements évoqués dans le point précédent (propriétés de linéarité, coefficient), des procédures générales étant alors mises en place à partir de la classe

octobre 14

de Cinquième (appliquer ou calculer un pourcentage, une échelle, relation entre distance, vitesse et durée...).

Remarque : Cette proposition est faite pour que d'abord soient mises en place les notions (pourcentage, échelle...) avant que ne soient enseignées des méthodes générales de traitement des questions relatives à ces notions.

À propos de « la résolution de problèmes »

Le fait que la résolution de problèmes fasse l'objet d'une rubrique à part dans les programmes fait débat, ce qui se comprend dans la mesure où cela concerne tous les contenus mathématiques enseignés. Cependant, il apparaît nécessaire de développer chez les élèves la démarche d'investigation et de leur permettre de s'approprier des stratégies particulières comme : partir des données (stratégie descendante), partir de la question (stratégie ascendante), faire des essais et ajuster en fonction des résultats obtenus, faire un inventaire des possibles, s'appuyer sur un cas générique, estimer la validité d'une réponse, utiliser un contre-exemple, rédiger une solution...

Ces compétences, non mentionnées dans le programme de 2008, étaient situées en prologue de celles qui concernent les différents domaines dans le programme de 2002. Il peut être suggéré de revenir à cette orientation dans le futur programme.

5. Quelques réflexions à propos des liens possibles avec d'autres disciplines.

Quatre pistes peuvent être envisagées à ce sujet :

- La première piste concerne **l'utilisation ou l'apprentissage d'outils mathématiques dans le cadre d'autres disciplines** scientifiques ou non, en veillant à articuler leur étude dans les séquences de mathématiques et dans celles relevant de ces autres disciplines ou dans des séquences communes à plusieurs disciplines. La mise en langage mathématique des situations concernées, les traitements mathématiques et l'interprétation des résultats obtenus constituent alors des étapes à mettre en évidence.
- La deuxième piste concerne **les questions relatives à l'usage de la langue en mathématiques**, que ce soit en situation de lecture, d'expression orale ou d'écriture, en distinguant trois registres différents :
 - celui des écrits de recherches dans lesquels les exigences de correction langagière ne doivent pas nuire au travail de recherche lui-même ;
 - celui des oraux ou écrits utilisés pour rendre compte d'un travail effectué (résolution de problèmes, par exemple). Dans ces moments, les exigences deviennent plus importantes à la fois pour les terminologies propres aux

octobre 14

mathématiques et pour la qualité d'expression en langage ordinaire (en variant les exigences selon que ces oraux ou écrits sont destinés à être discutés en classe ou à être évalués) ;

- celui des écrits de référence (traces écrites, résumés...) qui doivent être rédigés dans une forme correcte sur tous les plans.

Une attention particulière doit être apportée aux significations données en mathématiques à des mots ou expressions du langage ordinaire (angle droit, sommet, milieu, facteur, produit...).

Ces considérations ont été particulièrement développées dans le document d'application des programmes 2002 (voir pages 8 et 9 pour le cycle 2).

- La troisième piste concerne **le rapport au vrai et au faux** en mathématiques et dans d'autres disciplines. A l'école élémentaire, la vérité d'un énoncé mathématique relève soit d'une validation expérimentale en s'appuyant sur son interprétation dans un domaine de réalité ($0,3 > 0,14$ est vérifié par le recours à des longueurs de segments, par exemple) ou par un raisonnement qui s'appuie sur des connaissances partagées (*$0,3 > 0,14$ est vrai parce que $0,3$ c'est 3 dixièmes alors que $0,14$ c'est 1 dixième et 4 centièmes que 4 centièmes c'est moins que 1 dixième*).
- La quatrième piste concerne la possibilité de fournir aux élèves quelques éléments relatifs à **l'histoire des maths**, par exemple au cycle 3 à propos de techniques écrites de calcul, de l'évolution des machines à calculer, de l'utilisation de la virgule pour l'écriture des nombres ou des systèmes de mesure qui ont précédé l'actuel système métrique.

6. Sur la forme et l'écriture des futurs programmes.

Je me limite à 4 propositions :

- **Une cohérence parfaite et explicite avec le texte sur le socle commun** de connaissances, de compétences et de culture : cela semble aller de soi, mais l'expérience des programmes précédents pour l'école primaire montre que la vigilance est de mise sur ce point ; les enseignants doivent disposer d'une lecture facile et immédiate de cette cohérence.
- **Un programme rédigé autour des aspects essentiels de chaque domaine** (voir point 4 ci-dessus) et y rattachant ensuite les connaissances et compétences attendues.
- **Une distinction claire entre les objectifs à atteindre, les commentaires** visant à leur compréhension (ce que souhaitaient proposer les documents d'application des programmes 2002 ou ce que propose la colonne « Commentaires » des actuels programmes de collège) **et les documents d'accompagnement (ou documents ressources)** (destinés à aider les enseignants et à leur fournir des pistes de travail variées). Ces derniers ne devraient pas être inclus dans le programme.
- **Des éléments d'aide à la programmation sur l'ensemble du cycle** (cf. ceux qui étaient inclus dans les documents d'application des programmes de 2002 ou ceux publiés en annexe des programmes de 2008). Ils sont souhaités par les enseignants. Mais une double vigilance s'impose. Premièrement, ils ne doivent

octobre 14

pas « devenir le programme », comme cela a été le cas pour les programmes 2008. Deuxièmement, ils ne doivent pas « aller au-delà du programme »... De ces deux points de vue, les situer comme document d'accompagnement (et non d'application) et leur donner une forme plus proche de celle de 2002 que de 2008 pourrait être prudent si on veut conserver l'idée fondamentale de programmes par cycles et laisser aux équipes enseignantes les marges de manœuvre nécessaires.

octobre 14