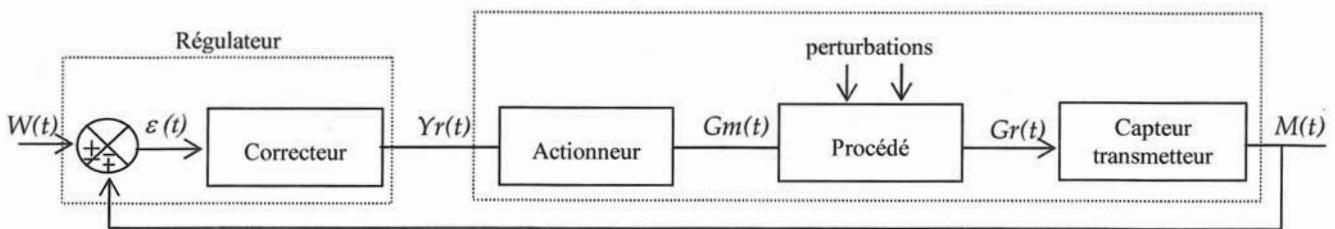


PARTIE 2
Sous partie C

Analyse du fonctionnement du tapis roulant asservi en vitesse : modélisation dynamique de la boucle autour d'un point de fonctionnement stable.

Introduction

Pour réaliser la régulation de vitesse d'acheminement des bagages, il est nécessaire de mettre en œuvre une boucle de régulation (figure 11) dont le schéma fonctionnel général a été proposé au début du sujet sur la figure 3.



$W(t)$ = consigne, $\varepsilon(t)$ = signal d'écart, $Yr(t)$ = signal réglant,
 $Gm(t)$ = grandeur manipulée, $Gr(t)$ = grandeur réglée,
 $M(t)$ = signal mesuré, grandeur image des variations de $Gr(t)$

Figure 11. Schéma fonctionnel général d'une boucle de régulation appliqué à un asservissement de vitesse

Pour des signaux temporels représentant des variations de faibles amplitudes autour d'un point de fonctionnement (M_0, Yr_0), le schéma fonctionnel de la figure 11 peut alors être représenté sous la forme de la figure 12.

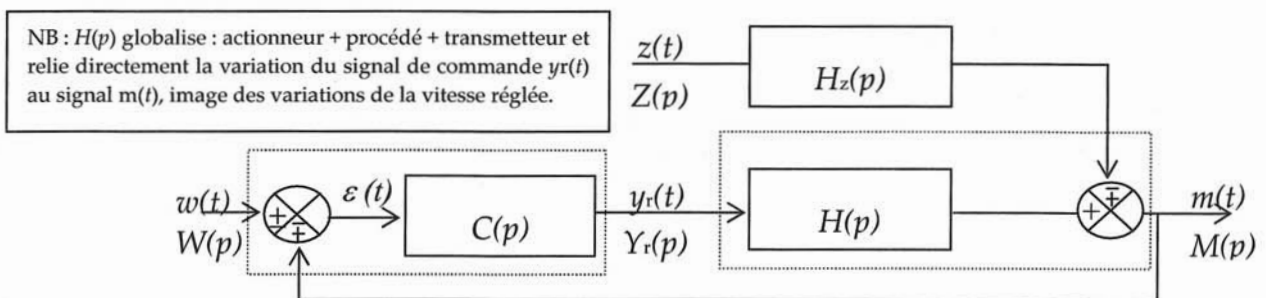


Figure 12. Schéma fonctionnel de l'asservissement de vitesse autour d'un point de fonctionnement

L'hypothèse linéaire pouvant être adoptée, on définit deux fonctions de transfert $H(p)$ et $H_z(p)$ selon :

$$H(p) = \text{fonction de transfert réglante} = \frac{M(p)}{Yr(p)} \quad \text{à } z(t) = 0$$

$$H_z(p) = \text{fonction de transfert perturbatrice} = \frac{M(p)}{Z(p)} \quad \text{à } w(t) = 0$$

L'identification par modèle de connaissance est souvent complexe. D'un point de vue industriel, on adopte généralement divers modèles expérimentaux regroupés en deux familles, présentant chacun avantages et inconvénients :

- méthodes d'analyse de la réponse indicielle, qui supposent le système non perturbé pendant toute la durée de l'analyse,
- méthodes des oscillations « tout ou rien », qui risquent de brutaliser les actionneurs d'un point de vue mécanique.

Q62. D'après les informations ci-dessus, donner un avantage (intérêt) des méthodes d'analyse de la réponse indicielle.

Q63. Même question pour les méthodes des oscillations « tout ou rien ».

L'identification d'un système n'est qu'une étape intermédiaire pour déterminer le réglage des paramètres PID d'un régulateur industriel. Si un tel régulateur dispose d'une fonction d'autoréglage, il est souvent intéressant d'utiliser une modélisation intermédiaire permettant d'aboutir à un réglage satisfaisant quelle que soit la nature du système.

Lorsque deux modèles permettent d'aboutir au même réglage par l'utilisation d'une table de réglage unique en mémoire dans le régulateur, on dit que les deux modèles ont des « signatures » équivalentes.

C.1. Identification par la réponse indicielle

Dans cette étude, suite à une analyse physique du système, le tapis roulant asservi en vitesse a pu être modélisé par la fonction de transfert $H(p)$ suivante :

$$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau_i p)^2} \text{ avec } \tau_i = \text{constante de temps du tapis} = 10\text{s et } K = 1,2$$

Afin de valider ce modèle, valable autour d'un point de fonctionnement, le système est soumis à un échelon de commande unitaire $y_r(t) = E \cdot u(t)$ avec $E = 1$.

Q64. Déterminer l'expression littérale de la réponse indicielle $M(p)$.

Q65. En déduire l'expression littérale de la variation temporelle $m(t)$ qui en découle (*On consultera les tables en Annexe 2*).

Q66. Donner ensuite l'expression de $m(t)$ sous sa forme numérique.

Q67. Tracer l'évolution de $m(t)$ pour t compris entre 0 et 30s sur le **document réponse DR2** fourni en Annexe.

Pour les dispositifs industriels mettant en jeu des transferts d'énergie, il apparaît un retard pouvant être modélisé par un « temps mort ». Le modèle le plus naturel utilisé est alors le modèle de BROÏDA, défini par :

$$H(p) = \frac{M(p)}{Yr(p)} = \frac{K e^{-Tp}}{1 + \tau p}$$

avec K = gain statique, T = temps mort et τ = constante de temps.

Pour une bonne détermination des paramètres du modèle (K , T , τ) et pour une allure de réponse du système réel représenté figure 13, BROÏDA a montré que la réponse indicielle réelle du système et celle de son modèle devaient coïncider en deux points, respectivement définis à 28% et 40% de la stabilisation asymptotique.

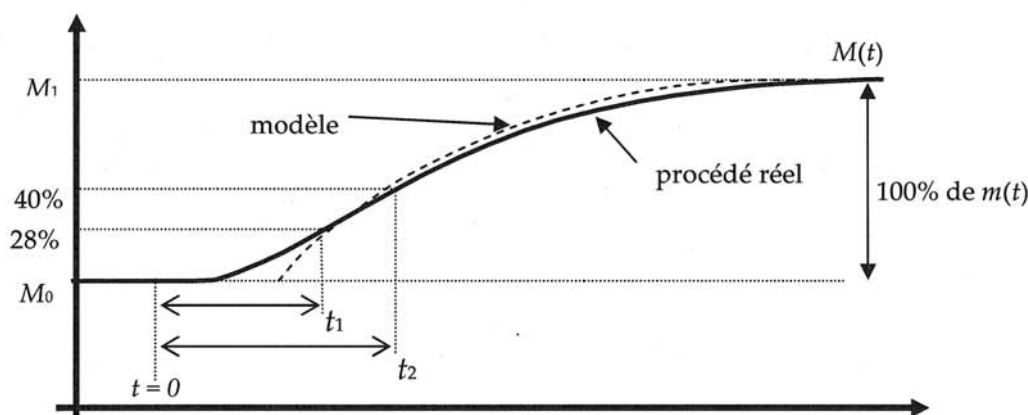


Figure 13. Modèle de Broïda

On est donc amené à envisager deux instants t_1 et t_2 de coïncidence tels que :

$$m(t_1)_{\text{modèle}} = m(t_1)_{\text{réelle}} = 0,28 K.E$$

$$m(t_2)_{\text{modèle}} = m(t_2)_{\text{réelle}} = 0,40 K.E$$

Q68. Déterminer l'instant t_1 pour lequel $m(t_1) = 0,28.KE$ (On pourra utiliser au choix une méthode de résolution graphique ou le solveur d'une calculatrice).

Q69. Déterminer l'instant t_2 pour lequel $m(t_2) = 0,40.KE$.

Q70. En appliquant les formules de Broïda données en Annexe 3, déterminer les valeurs numériques de T et τ issues de ce modèle.

Q71. A partir de l'échelle de réglabilité donnée en Annexe 3 permettant, à partir du rapport T/τ , de choisir le mode de régulation optimal, indiquer le mode à utiliser ici (P, PI, ou PID).

Q72. A partir du tableau 2 de l'Annexe 3 utilisant la méthode de réglage de Ziegler Nichols (valable pour une structure mixte du correcteur), déterminer les valeurs numériques de X_p , T_i et/ou T_d , correspondant au choix précédent de correcteur.

C.2. Principe de l'équivalence des signatures

Le tableau de réglage précédent (Annexe 3 et question Q72) fait intervenir le rapport KT/τ . La quantité $S = KT/\tau$ constitue la « signature » du modèle de Broïda donné par

$$H(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{1 + \tau p}$$

L'autre paramètre de réglage est la valeur du temps mort T .

Q73. Calculer la signature S à partir des valeurs obtenues par la méthode d'identification de Broïda dans la partie C1 précédente (Q70).

Si l'on ne dispose de la réponse indicielle que sur un horizon temporel assez court (ce qui est souvent le cas en pratique), on peut alors faire l'hypothèse d'un système naturellement stable (cas futur 1) ou d'un système intégrateur (cas futur 2), comme illustré sur la figure 14.

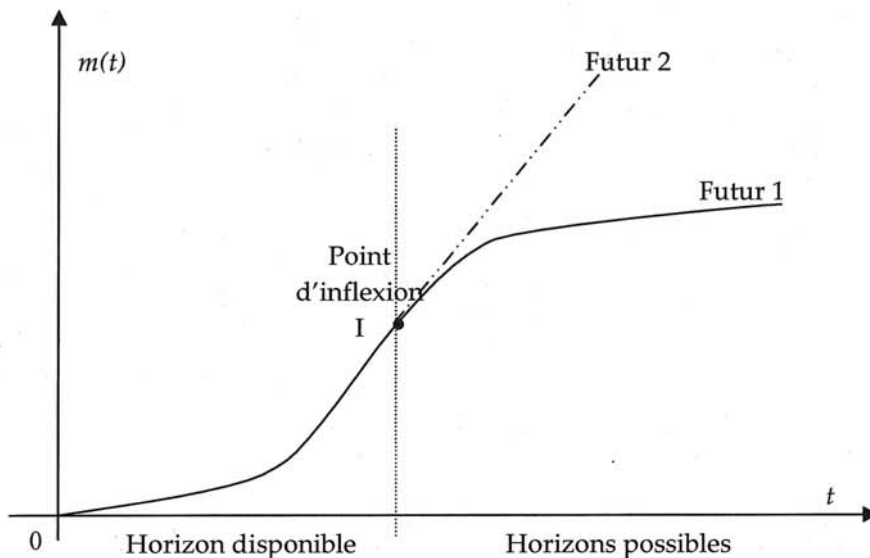


Figure 14. Choix d'un modèle intermédiaire à partir de la réponse indicielle

Dans l'hypothèse du futur 2, Broïda a proposé un modèle intermédiaire intégrateur du type : $H'(p) = \frac{ke^{-T'p}}{p}$ avec k le gain dynamique homogène à l'inverse d'un temps et T' une constante de temps.

Autour d'un point de fonctionnement stable, le système $H'(p)$ est soumis à un échelon de commande unitaire $y_r(t) = E \cdot u(t)$ avec $E = 1$.

Q74. Déterminer l'expression littérale de la réponse indicielle $M(p)$.

Q75. En déduire l'expression littérale de la variation $m(t)$ qui en découle.

Q76. Représenter sommairement l'allure de cette réponse indicielle $m(t)$, en faisant apparaître les points essentiels (coordonnées, pente, asymptote, etc...).

Q77. En reprenant l'expression de $m(t)$ obtenue en question Q66, qui correspond au système réel, déterminer l'instant t_i du point d'inflexion.

Q78. Calculer numériquement la valeur de la dérivée $\frac{dm(t)}{dt}$ à l'instant $t = t_i$.

Q79. Calculer numériquement la valeur de l'ordonnée $m(t)$ à l'instant $t = t_i$.

Q80. En déduire l'équation $y(t)$ de la tangente au point d'inflexion (avec les valeurs numériques) de la réponse indicielle du système réel.

Q81. En fonction du résultat de la question Q75 ci-dessus, déterminer l'abscisse de l'intersection de cette tangente avec l'ordonnée $y = 0$.

Q82. En déduire les valeurs numériques de k et T' du modèle intégrateur $H'(p)$ de Broïda.

Q83. Calculer la signature S' définie par $S' = kT'$, à partir des valeurs obtenues en Q82.

Q84. Comparer S obtenue en Q73 et S' : les deux valeurs sont-elles compatibles ?

Q85. Que pouvez vous dire de la règle d'identification de Broïda associée à l'utilisation des règles de difficulté de réglage ou au tableau de Ziegler Nichols (Annexe 3) ?

C.3. Autre méthode d'identification

L'utilisation de la méthode du modèle intermédiaire de Broïda conduit à un modèle « pessimiste ». Pour le modèle $H(p)$ identifié par la méthode de Broïda, l'utilisation des valeurs du tableau de Ziegler Nichols (table 2 Annexe 3) ne conduit pas à un réglage optimal.

Dans le but d'améliorer le réglage et de faire coïncider les signatures du modèle et du système réel, de nombreux industriels utilisent un modèle intermédiaire fictif à partir de la méthode de Strejc basée sur la tangente au point d'inflexion, figure 15.

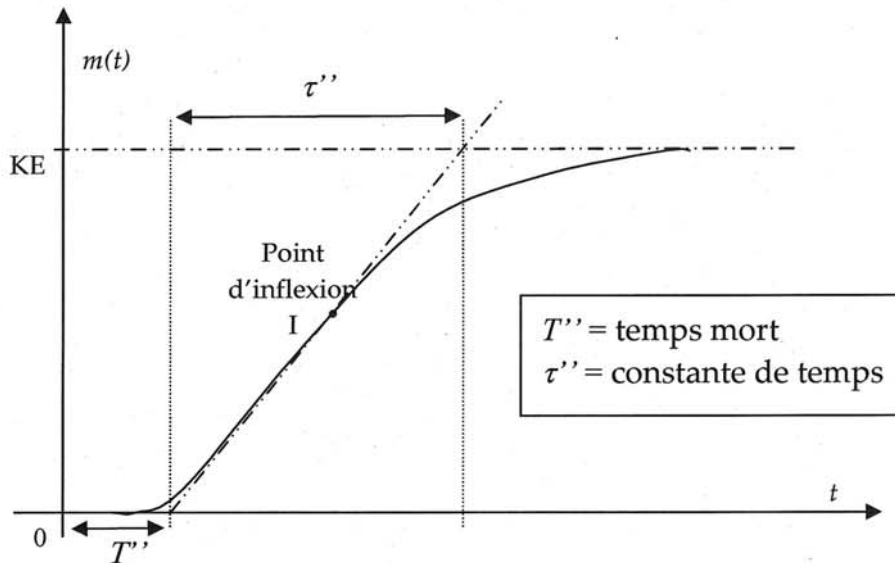


Figure 15. Méthode de Strejc

Q86. A partir de l'équation $y(t)$ de la tangente obtenue en Q80, déterminer numériquement les valeurs de T'' et τ'' d'après la méthode graphique de Strejc illustrée Figure 15.

Q87. Calculer le nouveau rapport de réglabilité T''/τ'' et indiquer le mode de régulation optimal préconisé par cette règle (Annexe 3).

Q88. Déterminer la valeur numérique de la signature $S'' = KT''/\tau''$.

Q89. Comparer les valeurs de S' et S'' . Commenter.

Q90. Quel peut être l'intérêt de travailler avec une signature plus faible que celle du système réel ?

Q91. Dans la pratique, la méthode dite de l'échelon initial conduit l'algorithme d'autoréglage à appliquer un échelon important au démarrage du système, sans prendre en compte la consigne réelle. Cet algorithme enregistre le début de la réponse indicielle jusqu'à la détection du point d'inflexion.

Quels paramètres du modèle deviennent alors accessibles ?

Après cette phase de démarrage, le régulateur passe en mode automatique avec une consigne dite de substitution. Expliquer s'il faut alors choisir cette consigne de substitution supérieure ou inférieure à la consigne réelle.

PARTIE 2
Sous partie D

Analyse d'un dispositif d'autorégulation interne au régulateur et des conséquences sur la robustesse des paramètres du réglage de la vitesse.

On rappelle qu'un réglage est robuste si la boucle conserve un fonctionnement satisfaisant lorsque la fonction de transfert réelle $H(p)$ du système évolue, par exemple suite à un changement du point de fonctionnement sous l'influence d'une perturbation. Pour satisfaire cette exigence de robustesse, la modélisation et le tableau de réglage doivent a priori être pessimistes et aboutir à des marges de stabilité plus faibles qu'en réalité.

Dans cette partie, on s'intéressera donc à la notion de marge de phase, notée φ_m , qui permettra de connaître les performances en terme de marge de stabilité.

On rappelle le schéma fonctionnel de l'asservissement étudié, soit la figure 12.

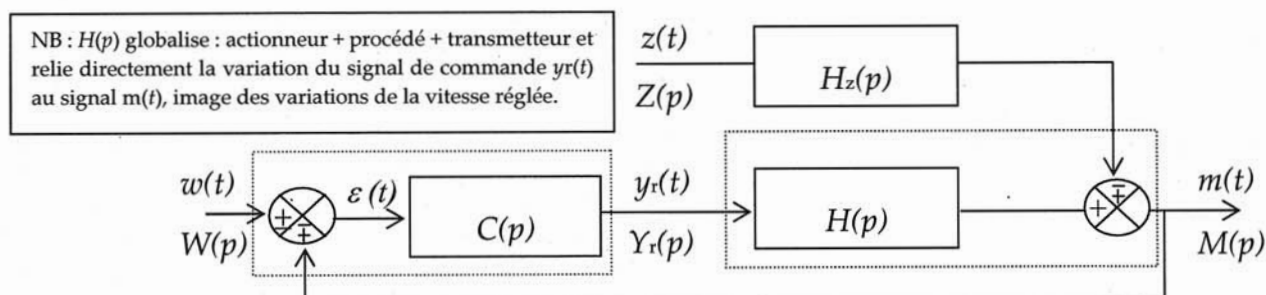


Figure 12. Schéma fonctionnel de l'asservissement de vitesse autour d'un point de fonctionnement

L'hypothèse linéaire pouvant être adoptée, on définit deux fonctions de transfert $H(p)$ et $H_z(p)$ selon :

$$H(p) = \text{fonction de transfert réglante} = \frac{M(p)}{Yr(p)} \quad \text{à } z(t) = 0$$

$$H_z(p) = \text{fonction de transfert perturbatrice} = \frac{M(p)}{Z(p)} \quad \text{à } w(t) = 0$$

D.1. Marge de phase associée au modèle intermédiaire issu de la méthode de Strejc

La méthode d'identification de Strejc conduit à un modèle de fonction de transfert $H''(p)$ de la forme :

$$H''(p) = \frac{K'' e^{-T'' p}}{1 + \tau'' p}, \text{ avec comme paramètres } K'' = K = 1,2, T'' = 3 \text{ s et } \tau'' = 27 \text{ s.}$$

Remarque : les valeurs proposées ont été choisies proches de celles calculées dans la partie C, mais différentes, de façon à laisser les parties C et D totalement indépendantes.

Q92. Calculer la nouvelle valeur de la signature S'' définie par $S'' = KT''/\tau''$.

Cette valeur de S'' conduit à préconiser comme correcteur un PI à structure mixte, de fonction de transfert :

$C(p) = A \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ avec A amplification $A = 100/X_p$ et $T_i =$ temps d'action intégrale.

Q93. Justifier le terme « mixte » de structure **mixte** appliqué à $C(p)$.

Q94. A partir du tableau 2 de réglage fourni en Annexe 3, déterminer les valeurs numériques de A et T_i .

Q95. Déterminer en fonction de $C(p)$ et $H''(p)$ l'expression littérale de la fonction de transfert $T(p)$ en boucle ouverte, en fonction de A , T_i , K , T'' et τ'' .

Q96. Exprimer ensuite $T(j\omega)$ en vue de l'analyse fréquentielle, sachant que $\omega = 2\pi f$.

Q97. Déterminer les expressions littérales du module $|T(j\omega)|$ et de l'argument $\text{Arg}[T(j\omega)]$ de la fonction de transfert $T(j\omega)$.

Q98. Déterminer par solveur ou par itération la pulsation ω_m pour laquelle $|T(j\omega)| = 1$ ou encore de façon équivalente $20 \log |T(j\omega)| = 0\text{dB}$ (On pourra poser $\Omega = \omega^2$ pour résoudre plus simplement).

Q99. En déduire la valeur de l'argument de $T(j\omega)$ pour $\omega = \omega_m$.

Q100. Donner la valeur numérique en degrés de la marge de phase φ_{m1} ainsi estimée.

Q101. Cette valeur est-elle compatible avec les valeurs habituellement utilisées ?

D.2. Marge de phase associée au système réel dans le cas de l'asservissement de vitesse du tapis roulant

On rappelle que dans cette étude, suite à une analyse physique du système, le tapis roulant asservi en vitesse a pu être modélisé par la fonction de transfert $H(p)$ suivante :

$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau_t p)^2}$ avec $\tau_t =$ constante de temps du tapis = 10s et $K = 1,2$

On choisit le même correcteur PI qu'en D.1, avec les valeurs numériques trouvées à la question Q94.

Q102. Déterminer la nouvelle expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $T'(p)$ en fonction de A , T_i , K , et T_i .

Q103. Déterminer les expressions littérales du module $|T'(j\omega)|$ et de l'argument $\text{Arg}[T'(j\omega)]$ de la fonction de transfert $T'(j\omega)$.

Q104. Déterminer par solveur ou par itération la pulsation ω'_m pour laquelle $|T'(j\omega)| = 1$ ou encore de façon équivalente $20\log|T'(j\omega)| = 0\text{dB}$.

Q105. En déduire la valeur de l'argument de $T'(j\omega)$ pour $\omega = \omega'_m$.

Q106. Donner alors la valeur numérique en degrés de la marge de phase φ_{m2} réelle.

Q107. Conclure, en particulier sur la robustesse du système ainsi corrigé.

ANNEXE 1

Valeurs numériques et définitionsUnités usuelles : \vec{B} : Induction magnétique en Tesla (T) \vec{H} : Champ magnétique en Ampère/mètre (A/m) \vec{D} : Induction électrique en Coulomb/mètre carré (C/m²) \vec{E} : Champ électrique en Volt/mètre (V/m)Lois constitutives d'un milieu magnétique : $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}$ avec \vec{J} : polarisation magnétique (T) et μ_0 : perméabilité du vide en (H/m)

ou

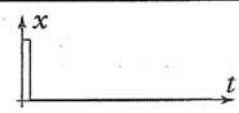
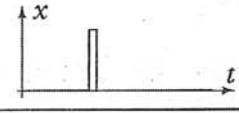
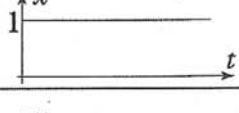
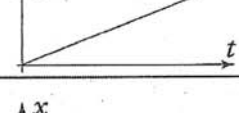
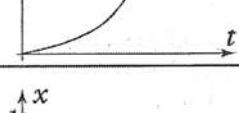
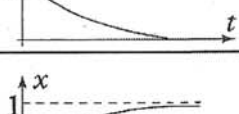
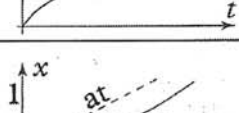
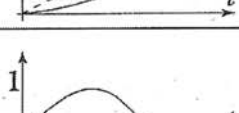
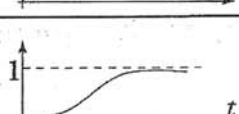
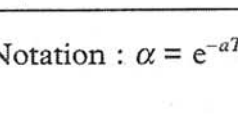
 $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ avec \vec{M} : aimantation magnétique (A/m), soit $\vec{J} = \mu_0 \vec{M}$

Dans le cas d'un matériau linéaire on a : $\vec{J} = \mu_0 \chi \vec{H}$ et $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ avec $\chi = \mu_r - 1$ la susceptibilité magnétique, μ_r la perméabilité relative et μ la perméabilité.

Perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ USI

ANNEXE 2

Table de transformées en p et en z

Variation temporelle	$x(t)$	$X(p)$	$X(z)$
	$\delta(t)$	1	1
	$\delta(t - kT_e)$	$e^{-kT_e p}$	z^{-k}
	$u(t)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$
	$t \cdot u(t)$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{T_e \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$
	$t^2 \cdot u(t)$	$\frac{2}{p^3}$	$\frac{T_e^2 z^{-1} (1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})^3}$
	$e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p + a}$	$\frac{1}{1 - \alpha z^{-1}}$
	$(1 - e^{-at}) \cdot u(t)$	$\frac{a}{p(p + a)}$	$\frac{(1 - \alpha) z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - \alpha z^{-1})}$
	$(at - 1 + e^{-at}) \cdot u(t)$	$\frac{a^2}{p^2(p + a)}$	$\frac{aT_e z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} - \frac{(1 - \alpha) z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - \alpha z^{-1})}$
	$te^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{(p + a)^2}$	$\frac{T_e \alpha z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2}$
	$[1 - (1 + at)e^{-at}] \cdot u(t)$	$\frac{a^2}{p(p + a)^2}$	$\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{1 - \alpha z^{-1}} - \frac{aT_e \alpha z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2}$

Notation : $\alpha = e^{-aT_e}$ où T_e est la période d'échantillonnage.

ANNEXE 3

Identification selon le modèle de Broïda

Méthode de Broïda

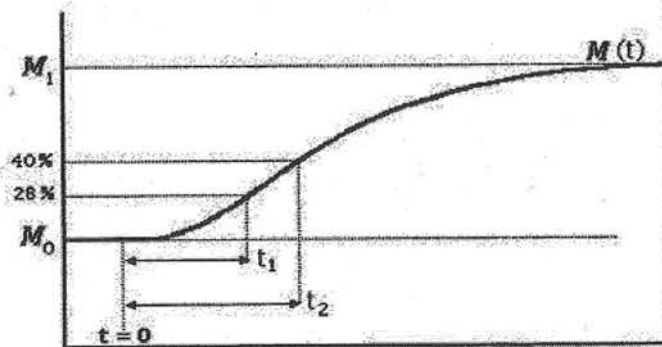
Méthode de Broïda

$$\tau = 5,5 \cdot (t_2 - t_1)$$

$$T = 2,8 t_1 - 1,8 t_2$$

on obtient graphiquement les valeurs de t_1 et t_2 à partir de l'enregistrement de la réponse indicielle.

NB Le repérage de l'instant $t = 0$ est très important.



Règle de choix d'un mode de régulation (critère de réglabilité)

Choix d'un mode de régulation

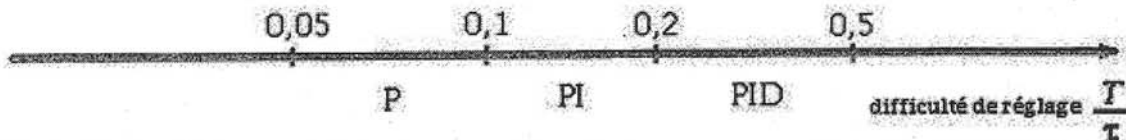


Tableau de réglage selon Ziegler Nichols

Réglage de Ziegler et Nichols : méthode d'identification préalable
tableau 2

Régulation paramètres	P	PI	PID
$X_p \%$	$100 K \frac{T}{\tau}$	$120 K \frac{T}{\tau}$	$80 K \frac{T}{\tau}$
T_i		$3 T$	$2 T$
T_d			$0,4 T$

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : _____ Session : _____

Concours : _____

Spécialité/option : _____ Repère de l'épreuve : _____

Intitulé de l'épreuve : _____

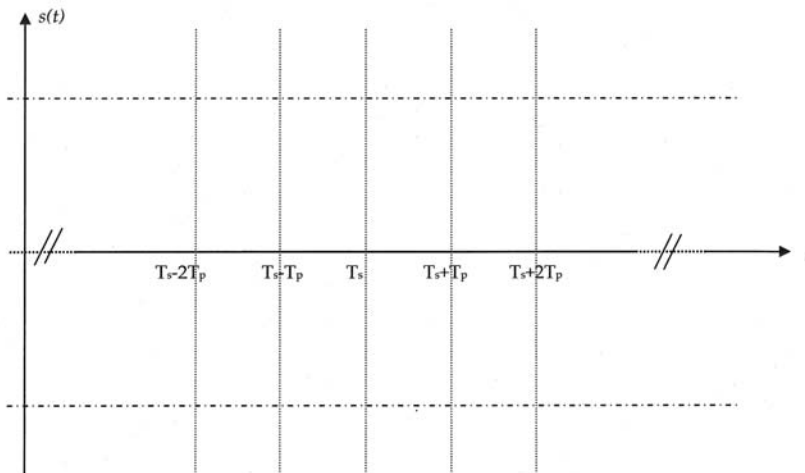
NOM : _____

Prénoms : _____ N° du candidat

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)
(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

EAE SPC 3

Document réponse DR1



D

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : _____ Session : _____

Concours : _____

Spécialité/option : _____ Repère de l'épreuve : _____

Intitulé de l'épreuve : _____

NOM : _____

Prénoms : _____ N° du candidat

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)
(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

EAE SPC 3

Document réponse DR2



E