

SESSION 2010

**AGREGATION
CONCOURS EXTERNE**

Section : GÉNIE ÉLECTRIQUE

**COMPOSITION D'AUTOMATIQUE
ET D'INFORMATIQUE INDUSTRIELLE**

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout autre dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

Contrôle anti-ballant sur une grue à tour expérimentale

Sommaire :

Partie A :	Présentation	Page 2
Partie B1 :	Modélisation du système	Page 5
Partie B2 :	Asservissement anti-ballant	Page 8
Partie B3 :	Commande en vitesse du chariot	Page 14
Partie B4 :	Traitement numérique des informations	Page 17
Documentation	DOC1	Page 20
Documents réponse	DR1, DR2, DR3	Pages suivantes

Avertissement :

Les quatre parties de cette composition sont indépendantes mais, pour une meilleure compréhension, il est conseillé de les traiter dans l'ordre.

Chaque partie devra être rédigée sur une (des) copie(s) séparée(s).

Le questionnement dans chaque partie est généralement progressif : Il est donc recommandé de traiter les questions dans l'ordre proposé.

Si au cours de l'épreuve, le candidat détecte ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale par écrit dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant précisément les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

A : Présentation

Contexte

Les conducteurs de grue doivent actuellement gérer le déplacement utile de la charge et maîtriser les balancements indésirables de celle-ci. Ce savoir-faire exige une grande expérience.

Les industriels qui utilisent intensivement des grues cherchent à apporter une aide à la conduite de celles-ci, ou même à entièrement les automatiser.

Décharger le grutier de cette tâche délicate qui consiste à compenser les balancements de la charge, c'est à coup sûr, augmenter la productivité et permettre au grutier de se concentrer sur l'aspect sécurité. C'est aussi normaliser les mouvements, éviter les fortes contraintes mécaniques et donc diminuer les coûts de maintenance.

Divers fabricants ou équipementiers de grues ont déposé des brevets autour de cette problématique (Liebherr, Bertin, ABB, Schneider ...) Les grues portuaires sont principalement visées par ces techniques anti-ballant, grâce à la bonne connaissance du modèle mécanique (déplacement à longueur de câble fixe, suite de mouvement 1D, volume et forme des containers connus ...)

Les grues à tour ou grues de chantier sont plus complexes à contrôler car elles transportent diverses charges sur des hauteurs variables et avec des mouvements combinés.

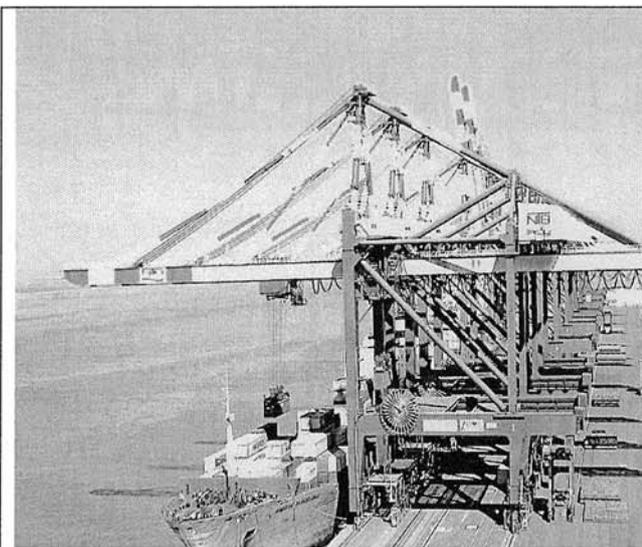


Figure 1 Grue portuaire : portique à containers



Figure 2 Grue à tour ou grue de chantier

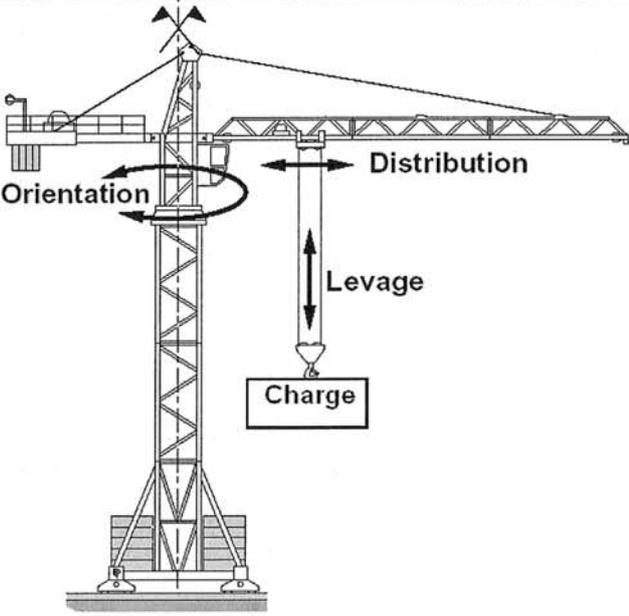
Cette étude aborde le contrôle anti-ballant sur une grue à tour expérimentale, à échelle réduite, développée à l'Ecole des Mines de Paris.

Présentation de la grue expérimentale

La grue expérimentale mesure environ 2m80 de hauteur et permet de déplacer des charges de 12 kg sur un rayon de 1m80 et une hauteur d'environ 2m. Les performances dynamiques sont volontairement élevées pour permettre l'expérimentation de divers algorithmes de commande.

Le pilotage s'effectue à l'aide de deux manettes type « joystick ». La première contrôle le levage, la seconde contrôle l'orientation et la distribution. Le joystick permet de combiner les deux mouvements.

La commande actuelle autorise deux modes : une commande en position avec une trajectoire optimisée ou une commande en vitesse. Dans les 2 modes les balancements de la charge sont quasi inexistantes.

	<p><u>Vitesses et accélérations nominales du chariot :</u></p> <p>Le chariot, en translation sur la flèche assure le mouvement de distribution.</p> <p>Distribution : vitesse : 2 m/s accélération : 20 m/s²</p> <p>Levage : vitesse : 1 m/s accélération : 8 m/s²</p> <p>Orientation : vitesse : 1 rad/s accélération : 2 rad/s²</p> <p>Longueur du câble : $0,3 \text{ m} \leq L \leq 2 \text{ m}$</p>		
<p>Figure 3</p>	<p>Les mouvements</p>	<p>Figure 4</p>	<p>Performances</p>

Ce prototype est motorisé par des servomoteurs synchrones LEXIUM 05 de chez Schneider Electric. Les résolveurs intégrés aux moteurs et des capteurs de prise d'origine permettent de connaître la position absolue de la charge dans un repère lié au bâti de la grue.

Un capteur d'angle solidaire du chariot mesure l'orientation du câble par rapport à la verticale et selon 2 axes en quadrature. Un gyromètre 2 axes, à transmission radio fréquence, est fixé sur le crochet et informe des vitesses angulaires de celui-ci.

La commande utilise un calculateur temps réel sous LabVIEW qui contrôle les 3 axes par l'intermédiaire d'un bus de terrain. Voir **Figure 5**.

Organisation du sujet

L'étude comporte quatre parties :

La première partie porte sur la modélisation mécanique du système et sur la commande anti-ballant en boucle ouverte par planification de trajectoire.

La seconde partie traite de la commande en boucle fermée par utilisation de capteurs d'angles sur le câble et d'un gyromètre à communication sans fil sur le crochet.

La troisième partie concerne la chaîne de motorisation du chariot, le réglage du variateur et l'étude d'un comportement oscillatoire constaté expérimentalement, sur la réponse à un échelon de vitesse.

La dernière partie aborde les aspects liés au traitement numérique des informations lors de la mise en place de la chaîne de régulation/commande sur un calculateur.

Architecture de la commande de la grue expérimentale

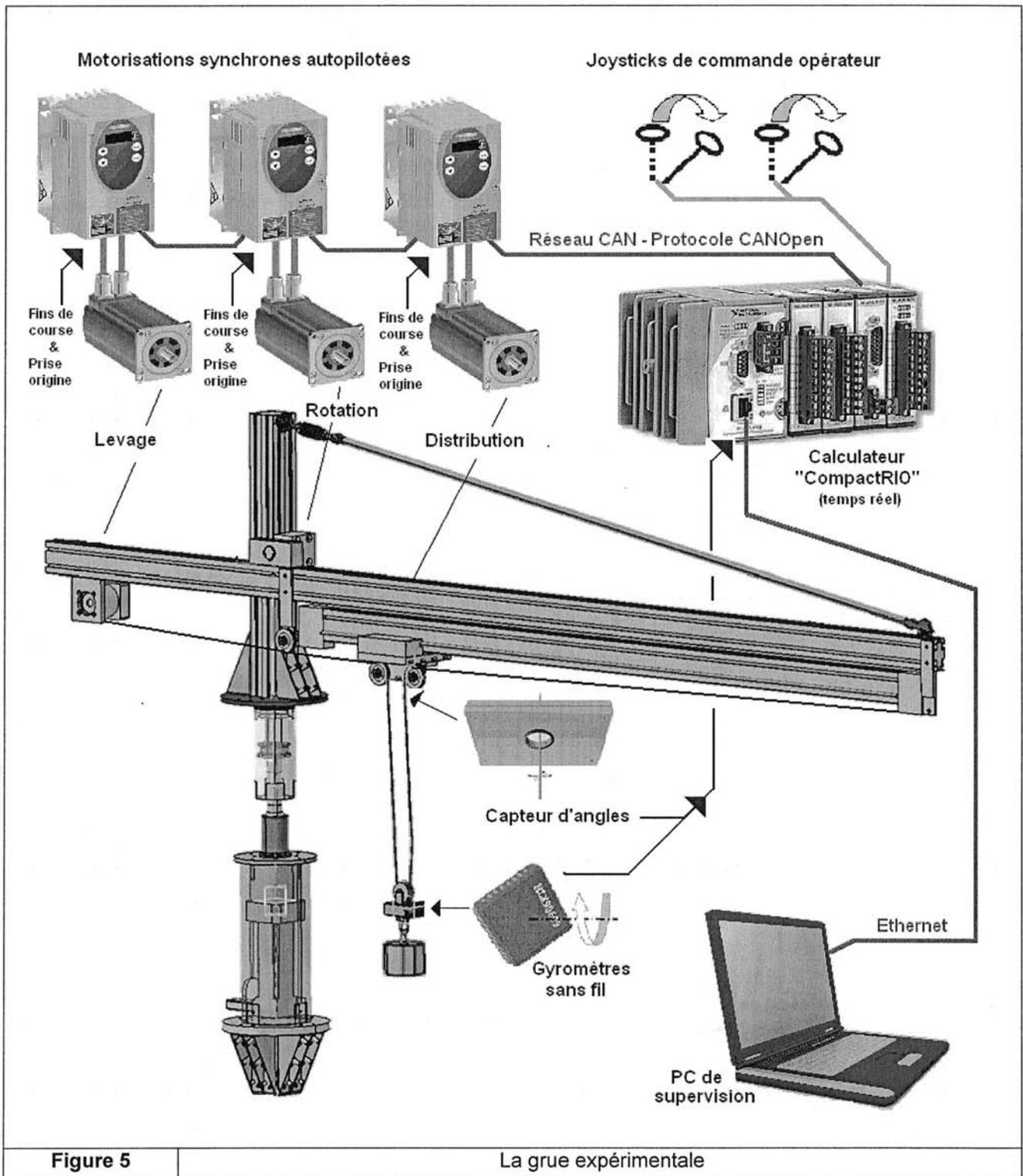
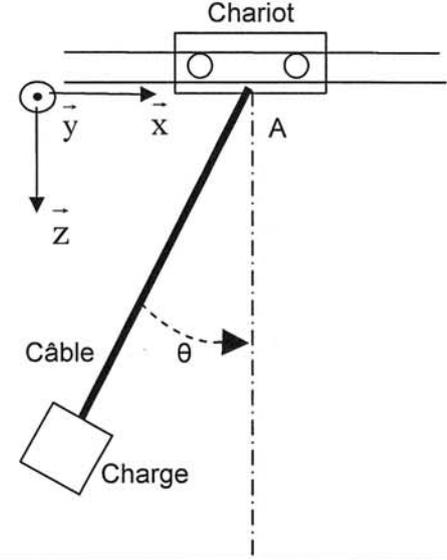


Figure 5

La grue expérimentale

B1 : Modélisation du système

Dans cette partie, on s'intéresse à un déplacement de la charge dans un plan vertical (O, \vec{x}, \vec{z}) . Voici les hypothèses, données et valeurs numériques des grandeurs utilisées.

<p>La grue peut être modélisée comme un pendule dont le point d'accroche se déplace. Les équations du pendule sont connues depuis bien longtemps (Huygens 1673).</p> <p>On considère le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié au bâti de la grue. Le chariot a une liaison glissière avec la flèche de la grue pour réaliser le mouvement de distribution.</p> <p>Compte tenu des accélérations mises en jeu, les 2 câbles de masse négligeable, sont assimilés à un seul lien formant avec la charge un solide indéformable, en liaison pivot d'axe (A, \vec{y}) avec le chariot.</p> <p>La charge est assimilée à une masse ponctuelle placée au centre de gravité.</p> <p>Sans indication contraire, les frottements sont négligés.</p>	 <p style="text-align: center;">Figure 6 Pendule</p>
--	--

Les principales grandeurs mécaniques instantanées qui caractérisent le mouvement de la charge sont :

L : longueur du câble entre le point d'accroche et le centre de gravité de la charge : $0,3 \text{ m} \leq L \leq 2 \text{ m}$

P_x, V_x et a_x : respectivement position, vitesse et accélération de la charge projetées selon l'axe \vec{x}

P_c, V_c et a_c : respectivement position, vitesse et accélération du chariot projetées selon l'axe \vec{x}

P_z, V_z et a_z : respectivement position, vitesse et accélération de la charge projetées selon l'axe \vec{z}

θ : angle entre le câble et la verticale dans le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) ; Il est orienté comme sur la **Figure 6** et compté positivement dans le sens trigonométrique.

Ω : vitesse angulaire de la charge par rapport à l'axe (A, \vec{y})

E_c : énergie cinétique de la charge

E_p : énergie potentielle de la charge, considérée nulle pour $\theta = 0$

T : tension du câble

Les principales grandeurs constantes dans le cadre de l'étude sont :

M : masse de la charge = 12 kg

a_{cMAX} : accélération maximale imposable au chariot = 20 m/s²

g : module de l'accélération de la pesanteur = 9,81 m/s²

Le chariot et le levage sont à l'arrêt.

On considère qu'à l'instant initial la charge est immobile et que $\theta = \theta_0$, non nul à cause du vent constant. Le vent cesse brutalement. On peut établir l'équation différentielle du mouvement d'oscillations à partir de la conservation de l'énergie mécanique.

Q1.1 : Exprimer l'énergie cinétique puis l'énergie potentielle de la charge en fonction de M, L, g et θ .

Q1.2 : Dédurre l'équation différentielle, en la variable θ , régissant le mouvement de la charge.

Q1.3 : Linéariser cette équation en considérant que θ reste faible. Préciser l'intervalle angulaire (en degrés) pour lequel cette linéarisation entraîne une erreur inférieure à $\pm 5\%$.

Q1.4 : Donner la solution de cette équation linéarisée. Préciser la fréquence d'oscillation. Indiquer par un graphique l'allure du chronogramme $\theta(t)$ si on considère seulement pour cette question des frottements aérodynamiques proportionnels à Ω .

Le chariot est en mouvement, le levage est à l'arrêt.

Q1.5 : Donner la relation entre P_c , P_x , L et θ .

Q1.6 : Donner l'équation traduisant le principe fondamental de la dynamique appliqué à la charge. En déduire une relation entre $\sin(\theta)$ et a_x , a_z et g .

Q1.7 : Des hypothèses simplificatrices nous amènent à négliger certains termes dans la relation précédente et on retient $\sin(\theta) \approx \frac{a_x}{g}$. En linéarisant selon l'hypothèse de la question Q1.3 et en utilisant le résultat de la

question Q1.5, exprimer la fonction de transfert $H(p) = \frac{V_x(p)}{V_c(p)}$ (p variable de Laplace).

Q1.8 : Représenter sur un graphique, sous forme de croix, les pôles de $H(j\omega)$. Où se déplacent ces pôles si on considère des frottements aérodynamiques proportionnels à Ω ? Les représenter sous forme de point. Conclure sur la stabilité de $H(p)$ dans les 2 cas.

Commande de vitesse en boucle ouverte avec compensation du ballant.

L'objectif est maintenant de générer la commande de vitesse $V_c(t)$ du chariot à partir de la consigne utilisateur $V_u(t)$. Cette commande doit respecter les limitations imposées dans le tableau de la **Figure 4** et les mouvements de balancement de la charge doivent être totalement compensés. Le grutier souhaite déplacer la charge selon x en passant de l'arrêt à la vitesse de 1,8 m/s. Pour cela, à l'aide du joystick, il impose un échelon $V_u(p) = \frac{1,8}{p}$. La fonction $F(p)$ conditionne ce signal pour en faire une consigne $V_{xu}(p)$ compatible avec les exigences de la fonction de compensation. Voir **Figure 7**.

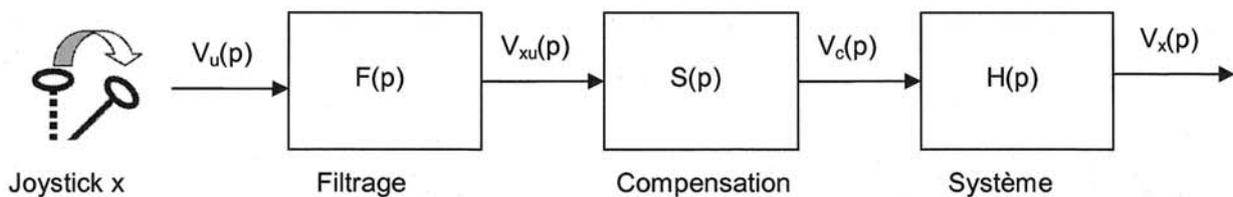


Figure 7

Q1.9 : Donner la fonction de transfert $S(p) = \frac{V_c(p)}{V_{xu}(p)}$ qui permet une compensation parfaite.

Q1.10 : En tenant compte de la compensation parfaite définie par $S(p)$ à la question précédente, énoncer la propriété mathématique que doit vérifier la fonction $V_{xu}(t)$ pour que l'accélération du chariot $a_x(t)$ soit définie en tout point. En déduire si un profil temporel trapézoïdal convient.

On choisit finalement pour $F(p)$ un filtre passe bas du 3ème ordre, à réponse de Butterworth (-3dB à la cassure), de gain statique unitaire et de pulsation de cassure ω_F . Ce filtre doit avoir la bande passante la plus large possible pour optimiser les performances dynamiques du système, tout en respectant l'accélération maximale a_{cMAX} du chariot.

Q1.11 : En considérant que l'accélération maximale du chariot est atteinte à l'instant d'application de l'échelon, déterminer la bande passante maximale du filtre en fonction de a_{cMAX} . On fera l'application numérique pour la longueur L la plus défavorable.

Commande de vitesse en B.O. avec accélération planifiée et ballant compensé.

La fonction filtrage de la **Figure 7** est remplacée par un générateur de profil en « S ». Le grutier dispose d'un joystick à crans avec 5 vitesses prédéfinies. Lors du passage d'un cran à un autre, le profil d'accélération est automatiquement généré afin d'augmenter la vitesse V_{xu} de la quantité ΔV nécessaire, en une durée T .

On définit le profil d'accélération que doit suivre la charge :

$$a_x = Kt^2.(T-t)^2 \quad \text{pour } 0 \leq t \leq T$$
$$a_x = 0 \quad \text{pour } t > T$$

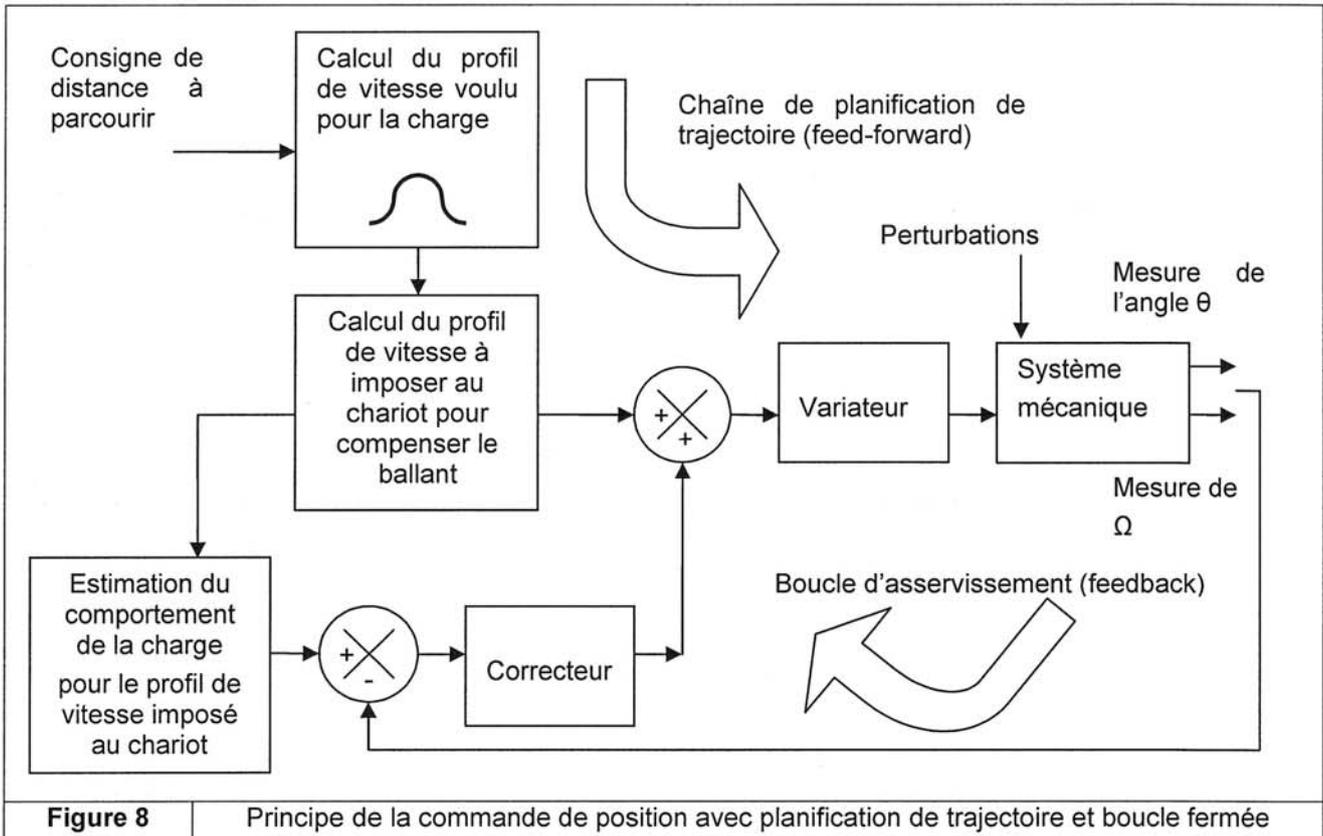
Q1.12 : En considérant la vitesse V_x initialement constante et notée V_{x0} , tracer l'allure des profils d'accélération $a_x(t)$ et de vitesse $V_x(t)$. Exprimer K en fonction de T et ΔV .

Q1.13 : Pour les profils précédents, exprimer la consigne $V_c(t)$ à fournir au variateur pour compenser le ballant. On présentera la réponse sous forme développée suivant les puissances descendantes de t .

B2 : Asservissement anti-ballant, en position

La commande en boucle ouverte ne peut pas compenser la totalité du mouvement de balancement. Ceci, à cause des perturbations imprévisibles (coup de vent ...) mais aussi à cause des imperfections du modèle considéré (frottements aérodynamiques non négligeables pour les charges légères, imprécision sur la distance entre le crochet et le centre de gravité de la charge...)

Dans cette partie, on s'intéresse à des techniques d'asservissement en boucle fermée (feed-back) destinées à améliorer les résultats de la technique de compensation en boucle ouverte (feed-forward). C'est le mode de commande en position qui est abordé ici. Voir **Figure 8**.



La commande en boucle fermée fait intervenir 2 types de capteurs : capteurs d'angles et gyromètres. On ne s'intéresse ici qu'aux balancements dans le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) donc au capteur mesurant θ et au gyromètre mesurant $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$.

Asservissement utilisant le gyromètre.

Identification

Gyromètre

La fonction de transfert du gyromètre se décompose en un gain statique en série avec un filtre du premier ordre. Le système étant à l'arrêt, on a effectué un « essai de lâcher » pour obtenir un mouvement de balancement et enregistré le signal numérique fourni par le gyromètre à liaison bluetooth. Voir **Figure 9**.

Le capteur gyroscopique MLX90609

Il délivre en sortie un nombre en binaire.

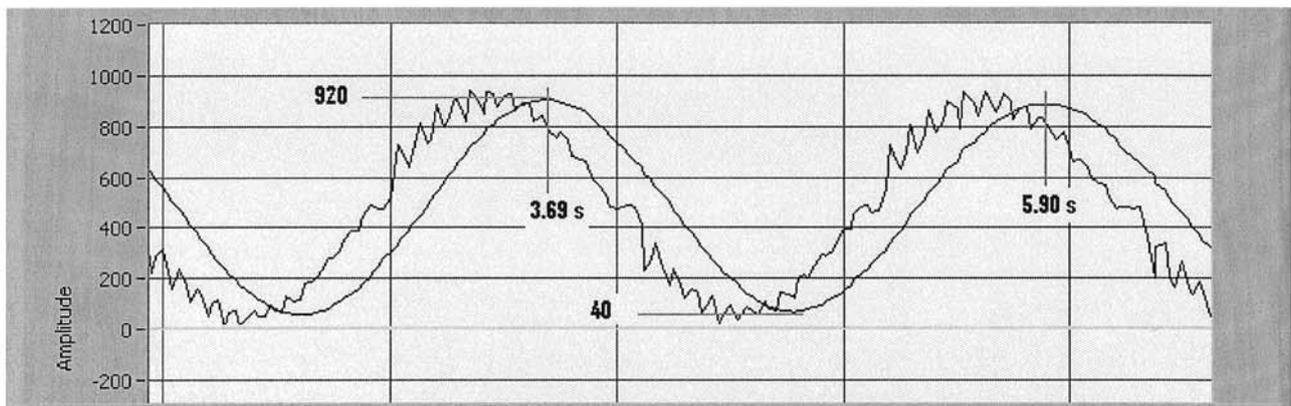
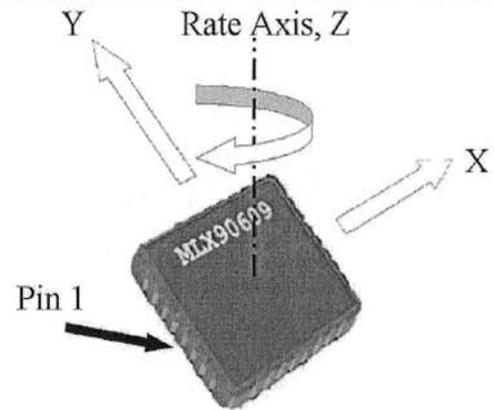
Sensibilité : 6.4 LSB/(°/s)

Plage de mesure (pleine échelle) : ±150 °/s

Bande passante : 36 Hz

The MLX90609 Angular Rate Sensor is a full gyroscopic system. A single SMD package contains a high performance silicon micro machined sensor with signal conditioning circuitry. It operates from 5V supply and is designed for demanding automotive applications.

* LSB : Less Significant



Chronogramme numérique fourni par le gyromètre et ce même signal filtré par un passe bas du 1^{er} ordre.

Figure 9

Essais du capteur gyroscopique

Ensemble variateur – moteur - chariot.

Le moteur est commandé en vitesse. La consigne de vitesse (**en tr/mn**) est transmise au variateur via le réseau de terrain. Compte tenu sa grande dynamique vis-à-vis de la fréquence maximum de balancement, l'ensemble sera considéré comme un gain statique. Voir **Figure 10**.

Ensemble câble - charge

On considèrera que cet ensemble est régi par les équations différentielles suivantes :

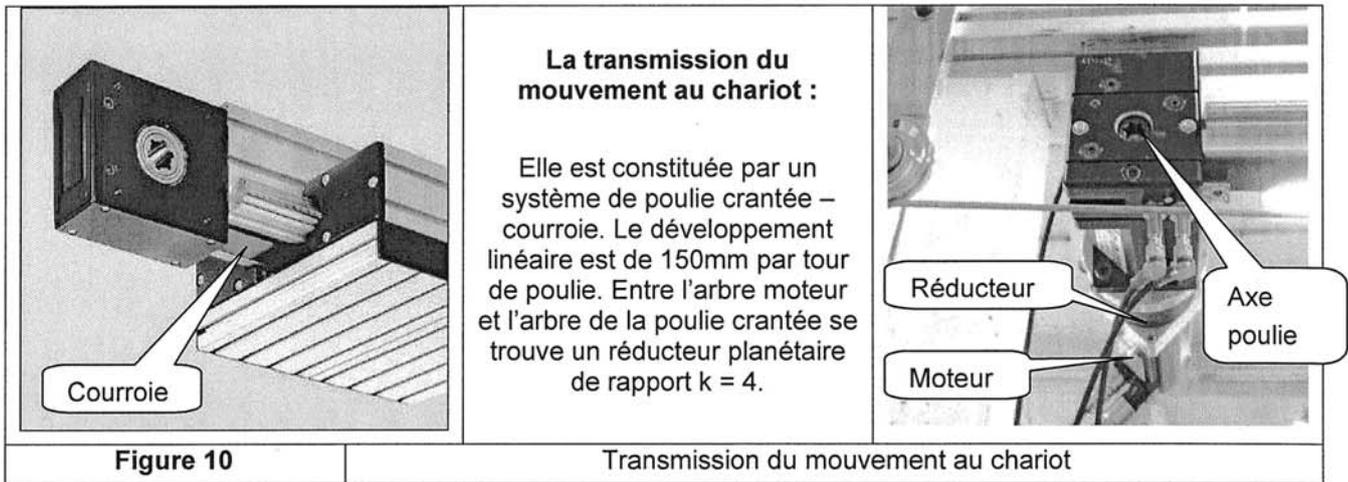
$$10.\theta = \frac{dV_x}{dt}$$

$$V_c = V_x + \frac{L}{10} \frac{d^2V_x}{dt^2}$$

Q2.1 : Calculer, en degrés, l'amplitude du mouvement pendulaire qui correspond au relevé de la **Figure 9**. Calculer la longueur de câble L correspondante.

Q2.2 : Etablir la fonction de transfert de l'ensemble { gyromètre, filtre }, $B(p) = \frac{N(p)}{\Omega(p)}$, dans laquelle N est le signal filtré, considéré en temps continu.

Q2.3 : Compléter les blocs 1 à 4 du schéma fonctionnel du document réponse **DR1**.



Correction.

On considère le principe de commande en position décrit sur la **Figure 8**. Aucune trajectoire n'est en cours d'exécution. Pour simuler une perturbation, on crée manuellement un mouvement de balancement avant de mettre en service la boucle de correction.

Correction proportionnelle.

On considère l'ensemble { correcteur, variateur, moteur, chariot, gyromètre } (ensemble des blocs 1,5,6 du document réponse de la question Q2.3) comme un gain statique : $C(p) = K$.

Q2.4 : compléter le schéma fonctionnel à retour unitaire du document réponse **DR1**.

Q2.5 : On notera $\omega_0 = \sqrt{\frac{10}{L}}$. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $G(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$.

Q2.6 : Exprimer les pôles $G(p)$ en fonction de ω_0 et K puis conclure sur l'effet de K et la stabilité du système.

Correction proportionnelle intégrale.

Q2.7 Donner la fonction de transfert $C(p)$ d'un tel correcteur (forme parallèle) et l'allure de ses diagrammes asymptotiques de Bode.

Q2.8 Donner la forme du dénominateur de $G(p)$. Le système converge-t-il vers un équilibre stable ? Justifier la réponse.

Q2.9 La correction PI peut-elle avoir une utilité ? Justifier la réponse. Le terme intégral de la correction peut-il présenter un inconvénient lorsque Ω_c est nulle et que le pendule est dans sa position d'équilibre stable ? Justifier la réponse puis conclure sur l'intérêt de ce type de correction.

Correction par filtre du 2nd ordre.

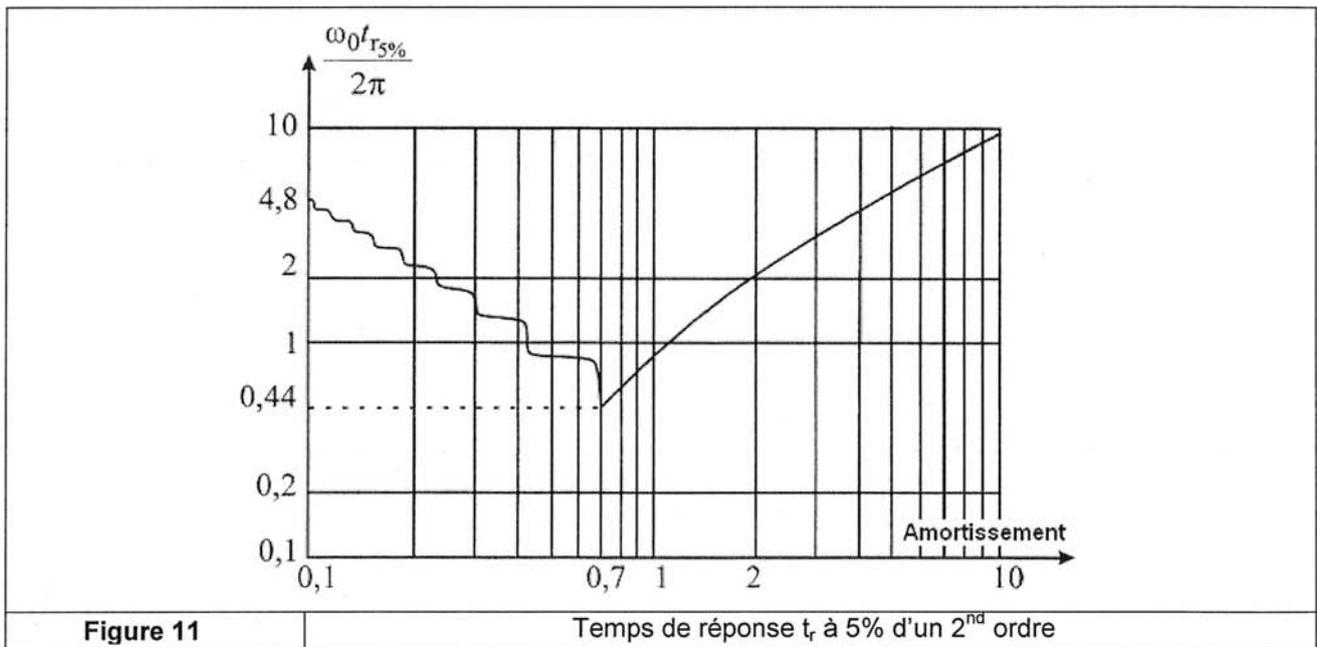
On choisit finalement un correcteur de fonction de transfert $C(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_F^2} + \alpha.p + 1}$. On prend $\omega_F = \omega_0$ pour conserver une bonne dynamique. K et α restent les propriétés réglables du correcteur.

Q2.10 : Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $G(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$.

Q2.11 : mettre le dénominateur de $G(p)$ sous la forme $\left(\frac{p^2}{\omega_0^2} + a.p + 1\right) \cdot \left(\frac{p^2}{\omega_0^2} + b.p + 1\right)$ avec a et b réels, puis identifier a et b en fonction de K et α .

Q2.12 : On souhaite optimiser le temps de réponse. Voir **Figure 11**. Exprimer a et b puis K et α en fonction de ω_0 .

Q2.13 : Calculer K et α pour $L = 1.2$ m.

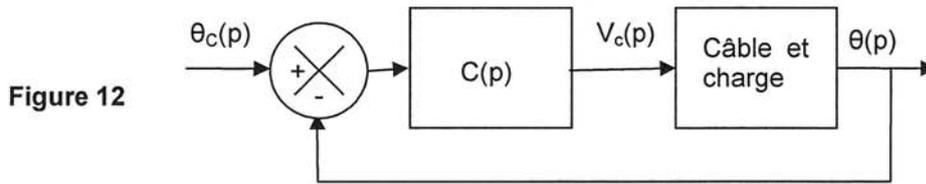


Asservissement utilisant le capteur d'angle.

La mesure est réalisée à partir d'un capteur optique. Un émetteur est installé en bout de câble et le récepteur se situe sur le chariot. Un conditionneur permet d'obtenir une information temps réel proportionnelle à θ .

Correction proportionnelle.

On considère l'ensemble { correcteur, variateur, moteur, chariot, capteur angulaire } comme un gain statique : $C(p) = K$.



Q2.14 : On notera $\omega_0 = \sqrt{\frac{10}{L}}$. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, $F_1(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$.

Q2.15 : Calculer K pour optimiser le temps de réponse lorsque $L = 1,2$ m.

Amélioration de la correction.

Dans la recherche d'une amélioration du temps de réponse, on envisage d'implanter un correcteur de la forme : $C(p) = K.(a.p + 1)$

Q2.16 : Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, $F_2(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$. On note ω_1 la nouvelle pulsation propre du système. Identifier ω_1 en fonction de ω_0 et des paramètres du correcteur.

Q2.17 : Discuter de la stabilité du système ainsi corrigé en fonction de a et K.

Q2.18 : On souhaite obtenir $\omega_1 = 2.\omega_0$ et un amortissement $m = 0.7$ pour le système. Exprimer K et a en fonction de ω_0 . Effectuer l'application numérique pour $L = 1.2$ m.

Q2.19 : Sur le document réponse **DR2**, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode :

- 1) du correcteur $C(p)$
- 2) du système en boucle ouverte.

Q2.20 : En boucle ouverte $\left| \frac{\theta(j\omega)}{\theta_c(j\omega)} \right|$ est unitaire pour une pulsation de 66 rad/s. Calculer la marge de phase du système.

Q2.21 : Les chronogrammes ci-dessous représentent la stabilisation du ballant pour un angle initial $\theta_0 = 0.5$ rad et pour les deux types de correction étudiées précédemment. Indiquer sur le document réponse **DR2** les avantages et inconvénients de chacune des corrections.

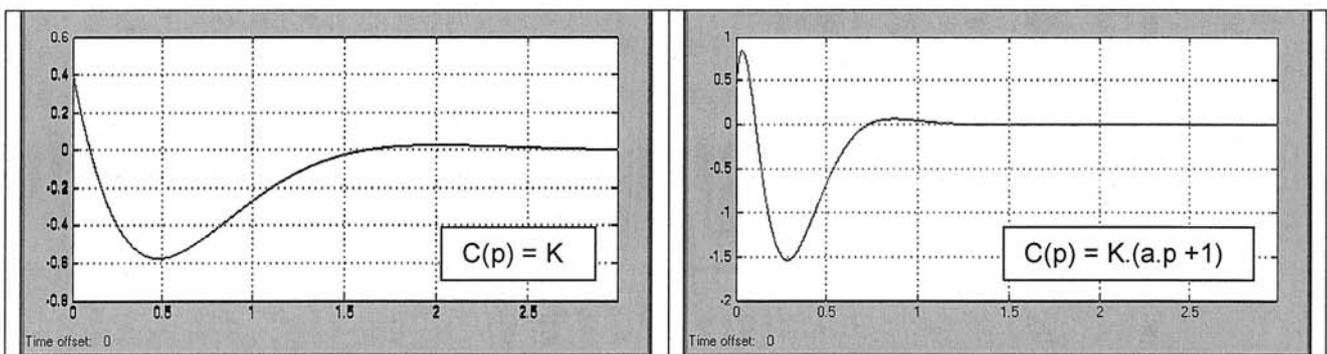


Figure 13

θ en fonction du temps pour les 2 types de correction avec $\theta_0 = 0.5$ rad et $L = 1.2$ m

Modèle d'état.

A partir des équations différentielles régissant l'ensemble { câble – charge }, on peut établir pour ce système une représentation d'état :

$$\left[\frac{dX}{dt} \right] = [A][X] + [B][U] \quad \text{et} \quad [Y] = [C][X] \quad \text{dans laquelle} \quad [X] = \begin{bmatrix} \theta \\ V_x \end{bmatrix} \quad \text{est le vecteur d'état, } [Y] = [V_x]$$

le vecteur de sortie et $[U] = [V_c]$ le vecteur d'entrée du système.

Q2.22 : Déterminer la matrice d'évolution $[A]$, la matrice de commande $[B]$ et la matrice de sortie $[C]$

Q2.23 : Déterminer la matrice de commandabilité du système. Est-il commandable ? Justifier la réponse.

Q2.24 : Déterminer la matrice d'observabilité du système. Est-il observable ? Justifier la réponse.

Pour piloter en vitesse le chariot, on envisage une commande par retour d'état. La loi de commande s'écrit : $[U] = [K][X]$. On note k_{ij} les différents termes de la matrice $[K]$ (i étant le numéro de la ligne et j celui de la colonne).

Q2.25 : Déterminer la matrice d'évolution $[A_{BF}]$ du système en boucle fermée, en fonction de k_{ij} et de L .

Q2.26 : Quelle(s) condition(s) doit vérifier la matrice $[A_{BF}]$ pour que le système en boucle fermée soit stable ?

Q2.27 : Donner les conditions sur les éléments du gain K pour que le retour d'état soit stabilisant.

Q 2.28 : Refaire le même calcul en passant par la forme compagne de commande.

B3 : Commande en vitesse du chariot

Dans cette partie, on s'intéresse à la chaîne de motorisation du chariot, au réglage du variateur et à l'étude d'un comportement oscillatoire constaté expérimentalement, sur la réponse à un échelon de vitesse.

Le cas le plus défavorable correspond à la position haute de la charge. Dans ces conditions, on considèrera comme hypothèse simplificatrice que l'ensemble charge plus chariot forme une masse ponctuelle.

Le principe mécanique de la transmission du mouvement au chariot est présenté **Figure 10**. Le réducteur planétaire, en liaison rigide avec l'arbre moteur, est considéré parfait. Pour la suite, on utilisera les grandeurs définies ci-dessous :

Grandeurs mécaniques instantanées :

C_r : Couple résistant, mesuré sur l'arbre de la poulie motrice et considéré constant = 0,5 Nm

C_t : Couple transmis par la poulie motrice.

C_m : Couple moteur.

Ω_m : vitesse angulaire de l'arbre moteur (rad/s)

θ_e : position angulaire de la poulie motrice.

θ_c : position angulaire de la poulie motrice représentant celle du chariot au repos: lorsque $\theta_c = \theta_e$, aucun effort n'est transmis au chariot par la courroie élastique.

Grandeurs indépendantes du temps :

C_r : Couple résistant, mesuré sur l'arbre de la poulie motrice et considéré constant = 0,5 Nm

J_e : moment d'inertie de l'ensemble { courroie crantée, chariot, charge nominale }, ramené sur l'arbre de la poulie motrice (arbre de sortie du réducteur) = 85 kg.cm²

J = Moment d'inertie de l'ensemble moteur – réducteur planétaire vu coté arbre moteur = 0,93 kg.cm²

$K = 13,33 \cdot 10^{-3}$ rad/(Nm) : c'est le coefficient d'allongement de la courroie sous l'effort ($7,6 \cdot 10^{-6}$ m/N) ramené en angle de rotation de la poulie motrice par rapport au couple transmis.

k : rapport de réduction du réducteur planétaire = 4

d : développement linéaire de la poulie motrice = 0,0239 m/ rad = 0,15 m/tr

Dimensionnement moteur

Q3.1 Etablir un schéma de principe ou schéma cinématique qui présente la transmission du mouvement au chariot.

Q3.2 Exprimer puis calculer le couple moteur C_{m0} correspondant au régime permanent de vitesse.

Q3.3 Exprimer puis calculer le couple moteur C_{mMAX} correspondant au régime d'accélération nominale défini sur la **Figure 4**.

Q3.4 Sur la caractéristique moteur du document réponse **DR3**, tracer le lieu du point de fonctionnement pour un démarrage sous l'accélération nominale jusqu'au régime permanent de vitesse nominale.

Réglage du variateur et réponse du système à un échelon de vitesse.

La documentation **DOC1** jointe en annexe fait apparaître le schéma synoptique des boucles de régulation du variateur LEXIUM en mode régulation de vitesse.

La consigne de vitesse est notée $_n_ref$ (en tr/mn), la mesure de vitesse est notée $_n_act$.

Le régulateur de vitesse est de type proportionnel intégral, forme série (pulsation de cassure indépendante du gain). Afin de faciliter l'écriture des équations, son gain CTRL_KPn et sa constante de temps d'intégration CTRL_TNn seront notés respectivement A et T.

Le filtre de la valeur de référence du régulateur de courant est un 1^{er} ordre dont la constante de temps CTRL_TAUref sera notée τ : $\tau = 1,2$ ms.

La consigne de courant est notée $_iq_ref$.

Le couple C_m est proportionnel à $_iq_act$. Compte tenu de la grande dynamique de la boucle de courant, on admettra que $C_m = 0,55 _iq_ref$.

Schéma fonctionnel.

Q3.5 : Compléter, sur le document réponse **DR3** (cadre pointillé), le schéma fonctionnel qui modélise les fonctions linéaires de régulation, internes au variateur.

Q3.6 : Compléter, sur le document réponse **DR3**, le reste du schéma fonctionnel pour prendre en compte l'élasticité de la courroie.

Elasticité de la courroie crantée.

Q3.7 : En considérant $C_r(p) = 0$, exprimer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_m(p)}$ sous la forme

$$\left(\frac{1}{(J + \frac{J_e}{16}) \cdot p} \right) \cdot \left(\frac{(a \cdot p^2 + 1)}{(b \cdot p^2 + 1)} \right).$$

On notera que la première parenthèse correspond à la fonction de transfert $H_1(p)$

dans le cas d'une transmission (courroie) rigide.

Q3.8 : Définir la pulsation de résonance ω_{RES} et calculer sa valeur numérique pour $J_e = 85$ kg.cm² puis pour $J_e = 17$ kg.cm² ; cette dernière valeur correspondant à la grue à vide.

Q3.9 : En considérant $C_m(p) = 0$, exprimer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$ sous la forme

$$\left(\frac{1}{(J + \frac{J_e}{16}) \cdot p} \right) \cdot (\dots\dots\dots).$$

Q3.10 : Exprimer $\Omega_m(p)$ en fonction de $C_m(p)$ et $C_r(p)$.

Réglage du correcteur de la boucle de vitesse par la méthode de l'optimum symétrique.

Sauf indication contraire, on considère par la suite :

- $C_r(p) = 0$
- Une liaison (courroie) rigide : $K=0$.
- $J_e = 85$ kg.cm² et $J = 0,93$ kg.cm².

Q3.11 : Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte: $G(p) = \frac{-n_{act}(p)}{-n_{ref}(p)}$ en fonction de A, T et τ .

Q3.12 : En prenant $T = \tau$, que vaut l'argument de $G(j\omega)$? Conclure sur la stabilité de la commande de vitesse en boucle fermée dans ce cas.

Q3.13 : On prend finalement $T = a\tau$ avec $a = 7,548$: Représenter, sur le plan de Bode, le diagramme asymptotique de phase de $G(j\omega)$ et l'allure de la courbe réelle.

Q3.14 : Calculer la pulsation ω_c pour laquelle la phase de $G(j\omega)$ est maximale dans $[-180^\circ, +180^\circ]$. Préciser sa valeur φ_M en degrés.

Q3.15 : Pour cette pulsation, exprimer le module $|G(j\omega_c)|$.

Q3.16 : Calculer A, gain du correcteur, pour que la marge de phase M_φ du système soit optimale. Préciser la valeur de M_φ .

Q3.17 : Quelle est la bande passante ω_{BP} (sur diagramme asymptotique de Bode) de la commande de vitesse en boucle fermée. En déduire le temps de réponse t_r en admettant que $t_{R(5\%)} = \frac{5.6}{\omega_{BP}}$.

Q3.18 : Sur le relevé de la documentation **DOC1**, mesurer la pulsation de résonance ω_{RES} et le temps de réponse t_r . Comparer aux résultats obtenus en Q3.8 et Q3.17. Conclure.

Q3.19 : Le réglage a été étudié en négligeant le couple résistant C_r . Celui-ci a-t-il une influence sur :

- la marge de phase de la commande de vitesse ?
- la précision de la commande de vitesse en boucle fermée ?

Justifier les réponses. Qu'en serait-il dans le cas d'un couple résistant proportionnel à la vitesse.

B4 : Traitement numérique des informations

Echantillonnage des informations.

On considère dans cette partie l'asservissement anti-ballant utilisant un gyromètre, présenté en début de la partie B2.

La correction est réalisée par un calculateur qui échantillonne les informations à la fréquence $f_e = 1/T_e$ et qui transmet à cette même fréquence la commande de vitesse au variateur (voir **figure 5**), via le bus déterministe CANOpen. Sauf indication contraire, l'échantillonnage est synchrone, le temps de calcul et de communication est négligé.

Pour la boucle considérée, il est possible d'établir le schéma fonctionnel de la **Figure 14** dans lequel $BOZ(p)$ est la fonction de transfert d'un bloqueur d'ordre 0 et $H(p)$ celle du processus.

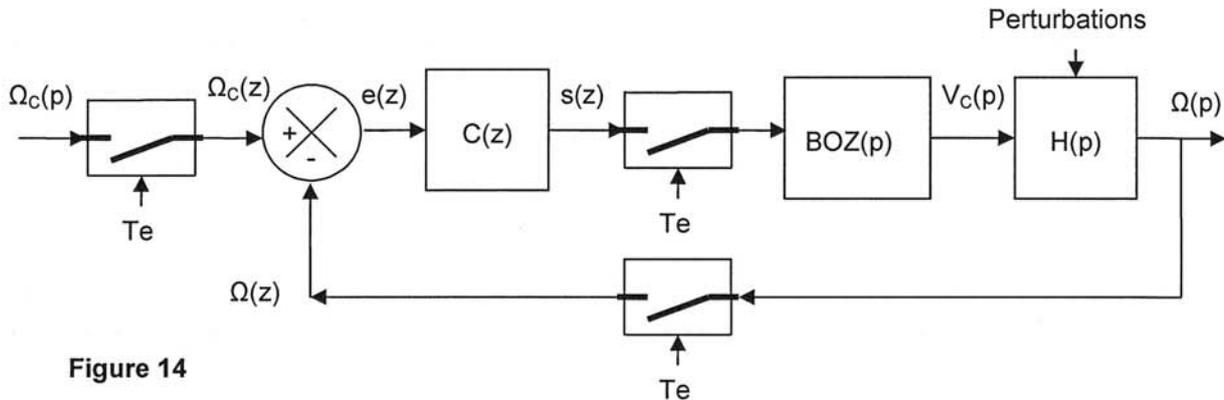


Figure 14

Q4.1 : Dans quel composant matériel est située le « bloqueur d'ordre 0 » ? Exprimer sa fonction de transfert $BOZ(p)$. Justifier votre réponse en traçant sa réponse impulsionnelle.

Q4.2 : Le correcteur implanté a une fonction de transfert $C(p) = \frac{s(p)}{e(p)} = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_e^2} + \alpha.p + 1}$. Exprimer l'équation différentielle liant $s(t)$ et $e(t)$.

On rappelle que la méthode d'Euler (ou méthode des rectangles) permet d'approximer la dérivée d'un signal $x(t)$ à l'instant $t = kT_e$, à partir de la connaissance des échantillons $x(k)$ et $x(k-1)$.

Q4.3 : Exprimer l'approximation de $\frac{ds(t)}{dt}$ à l'instant kT_e en fonction de $s(k)$ et $s(k-1)$. En utilisant la même approximation, exprimer $\frac{d^2s(t)}{dt^2}$ à l'instant kT_e en fonction de $s(k)$, $s(k-1)$ et $s(k-2)$.

Q4.4 : Rappeler la définition de la variable z dans la transformée en z puis donner la fonction de transfert du correcteur $C(z)$ dans l'approximation d'Euler. La présenter sous la forme $C(z) = \frac{a_0}{b_2.z^{-2} + b_1.z^{-1} + b_0}$ puis identifier les coefficients.

On propose d'implanter le correcteur sous la forme présentée sur le schéma fonctionnel de la **Figure 15**.

Q4.5 : Sur le document réponse **DR4**, compléter en langage C ANSI la boîte de calcul de la fonction LabVIEW qui réalise ce correcteur :

- Calcul des coefficients avec un minimum d'opération (5 lignes maximum)
- Calcul de la sortie (2 lignes maximum)

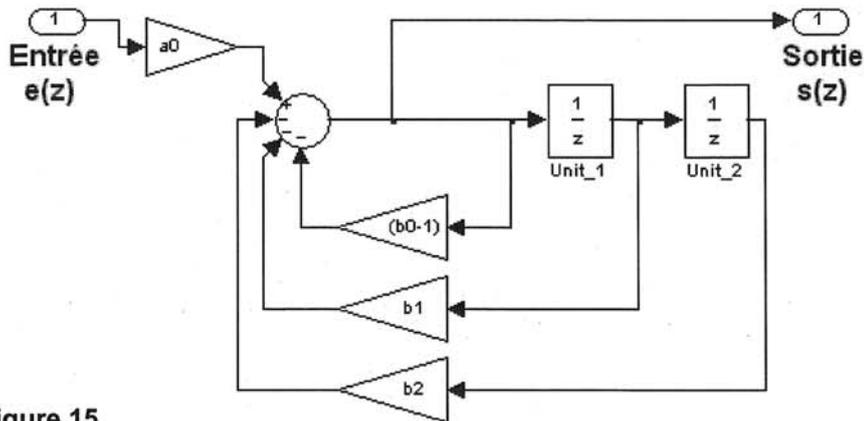


Figure 15

Q4.6 : On appelle $H(z)$ la transformée en z de $H(p)$. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(z)$ en fonction de $H(z)$ et $C(z)$.

Q4.7 : Quelle est la condition à vérifier sur $H_{BF}(z)$ pour que le système soit stable ?

On linéarise la fonction échantillonneur – bloqueur afin de conserver les études conduites sur le plan de Bode.

Q4.8 : Préciser la période maximale d'échantillonnage T_{eMAX} pour que la marge de phase du système, de pulsation critique $\omega_C = 5 \text{ rad/s}$, ne soit pas dégradée de plus de 5° , à cause de l'échantillonnage - blocage. Faire l'application numérique.

Décodage des données du gyromètre.

Le gyromètre est en fait l'un des capteurs d'un boîtier, le WiTilt, qui renferme aussi trois accéléromètres. Ce boîtier est alimenté par une batterie LiPo et le dialogue à distance utilise les radiofréquences (2.4 GHz) selon la norme bluetooth. Sur le ordinateur, une interface de bas niveau permet au logiciel de l'application de dialoguer avec le gyromètre par l'intermédiaire d'un port série asynchrone virtuel.

En accord avec le WiTilt, le port série doit être configuré pour échanger avec un débit de 115200 bauds, 1 bit de start, 8 bits de donnée, pas de bit de parité, 1 bit de stop.

L'échange de données utilise ensuite le protocole de la **Figure 17**.

Q4.9 : En considérant que le WiTilt émet ses trames de données sans aucune temporisation intermédiaire, calculer la période T_{eMIN} d'émission des trames.

Les informations émises (accélérations, tension de batterie et vitesse angulaire) sont codées en binaire sur 2 octets mais seuls les 10 bits de poids faible sont utilisés. Le zéro du signal est décalé comme le montre l'essai du gyromètre sur la **Figure 9**. Les bits de poids fort non utilisés sont à zéro.

Première méthode de lecture: « scrutation »

L'émission du flux binaire est déclenchée par l'envoi de la commande «Start», octet 0x53. La période d'échantillonnage T_e du ordinateur est asynchrone et très grande devant T_{eMIN} . Pour obtenir l'information du gyromètre, le ordinateur va ensuite, chaque T_e , exécuter l'algorithme suivant :

- Effacer le tampon de mémoire FIFO de réception.
- Scruter le flux binaire jusqu'à détecter des deux premiers caractères de la trame (suite #@).
- Lire les 12 octets suivants : le 11^{ème} et le 12^{ème} correspondant à l'information du gyromètre.
- Retour

Q4.10 : Quelle probabilité a-t-on de rencontrer cette suite (#@) ailleurs qu'en début de la trame et d'effectuer ainsi une mauvaise synchronisation.

Q4.11 Proposer une méthode de synchronisation qui ne tolère aucune erreur.

Seconde méthode de lecture: « poignée de main »

On envisage d'utiliser les commandes du WiTilt pour instaurer un « poignée de main », comparable au protocole XON / XOFF des communications séries asynchrones.

Q4.12 Proposer un algorithme, présenté comme celui de 1^{ère} méthode, en 6 points au maximum.

Surveillance de la batterie LiPo.

Le calculateur va également lire à chaque échantillonnage l'information de tension de batterie U_m et appliquer le traitement : $V_{BAT} = 0,999.V_{BAT} + 0,001.U_m$; (syntaxe du langage C ANSI)

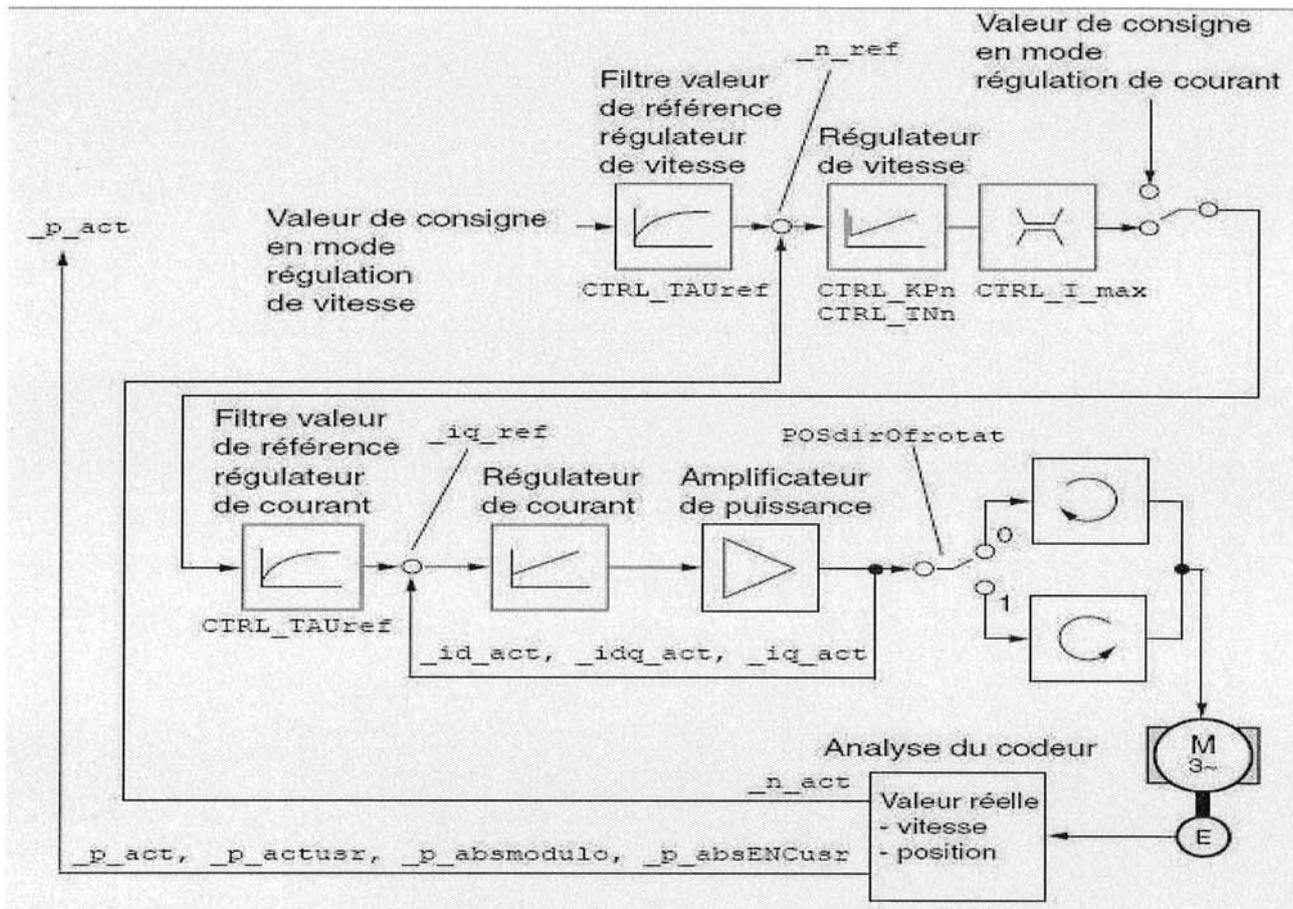
V_{BAT} est une variable, image de la tension de batterie, initialisée à la valeur correspondant à la tension nominale.

Q4.13 Quelle fonction est ici réalisée ? Dans quel but ? Préciser les caractéristiques de cette fonction linéarisée.

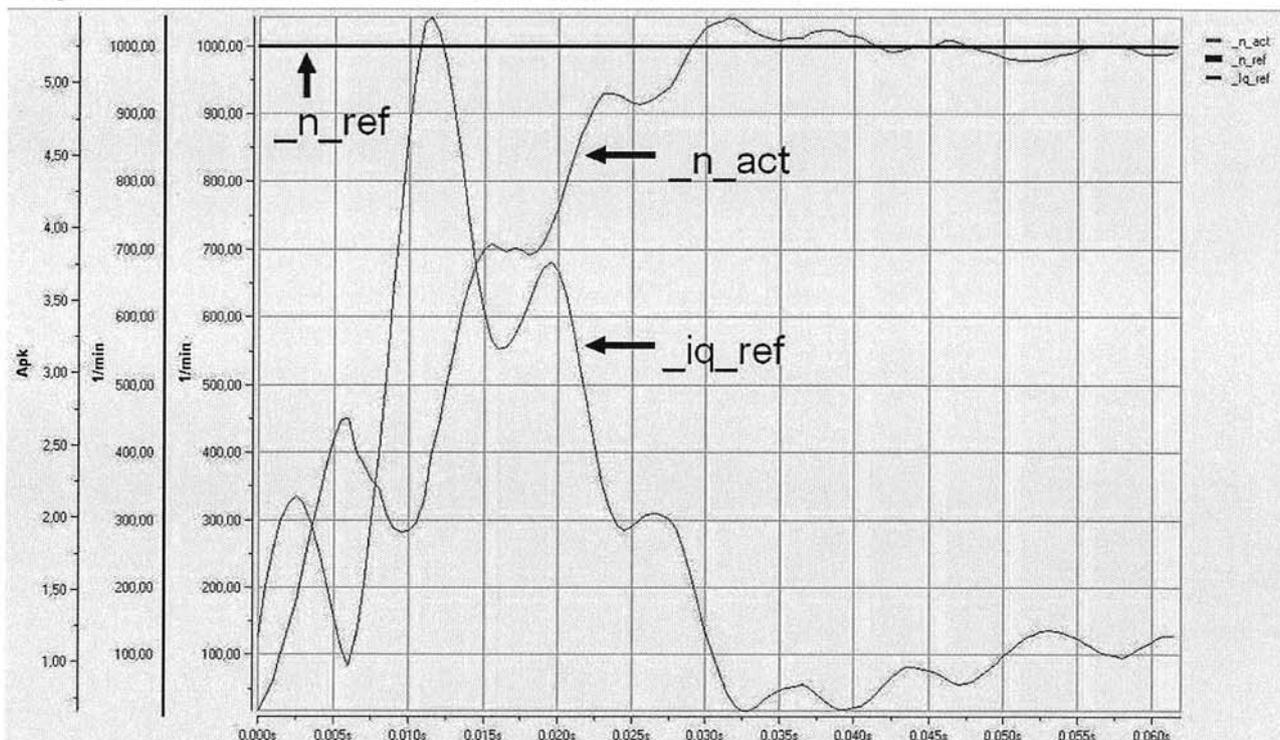
<p>Le WiTilt possède un mode réglage et un mode exploitation.</p> <p>Dans son mode exploitation, le WiTilt émet 3 caractères à la mise sous tension pour signaler qu'il est prêt : #R\$, soit les octets 0x23, 0x52, 0x24.</p> <p>Il attend ensuite l'une des 3 commandes suivantes :</p> <p>R (« Ready », octet 0x52) provoque le renvoi du message #R\$. Ceci permet de vérifier que le WiTilt V3 est toujours en ligne.</p> <p>S (« Start », octet 0x53) provoque le renvoi du message #R\$ puis l'émission en boucle de la trame présentée dans la table ci contre.</p> <p>A (« Abort », octet 0x52) provoque l'arrêt de l'émission de la trame puis le renvoi du message #R\$. Depuis cet état, le caractère « espace » permet de retourner au menu de configuration. Les caractères R et S sont interprétés comme précédemment.</p>	<p>Table 1: Binary Data String: Binary Output Format</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Byte</th> <th>Description</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>Start Character – always '#' (0x23)</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>Data Output Designator – always '@' (0x40)</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Sample Number High Byte</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Sample Number Low Byte</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>X Axis High Byte</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>X Axis Low Byte</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>Y Axis High Byte</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>Y Axis Low Byte</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>Z Axis High Byte</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>Z Axis Low Byte</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>Battery Value Low Byte</td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>Battery Value High Byte</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>R Value High Byte</td> </tr> <tr> <td>13</td> <td>R Value Low Byte</td> </tr> <tr> <td>14</td> <td>End Character – always '\$' (0x24)</td> </tr> </tbody> </table> <p>Compteur qui s'incrémente à chaque envoi de trame. Recycle après 65535</p> <p>Accéléro. selon X</p> <p>Accéléro. selon Y</p> <p>Accéléro. selon Z</p> <p>Tension de la batterie</p> <p>Signal du gyromètre</p>	Byte	Description	0	Start Character – always '#' (0x23)	1	Data Output Designator – always '@' (0x40)	2	Sample Number High Byte	3	Sample Number Low Byte	4	X Axis High Byte	5	X Axis Low Byte	6	Y Axis High Byte	7	Y Axis Low Byte	8	Z Axis High Byte	9	Z Axis Low Byte	10	Battery Value Low Byte	11	Battery Value High Byte	12	R Value High Byte	13	R Value Low Byte	14	End Character – always '\$' (0x24)
Byte	Description																																
0	Start Character – always '#' (0x23)																																
1	Data Output Designator – always '@' (0x40)																																
2	Sample Number High Byte																																
3	Sample Number Low Byte																																
4	X Axis High Byte																																
5	X Axis Low Byte																																
6	Y Axis High Byte																																
7	Y Axis Low Byte																																
8	Z Axis High Byte																																
9	Z Axis Low Byte																																
10	Battery Value Low Byte																																
11	Battery Value High Byte																																
12	R Value High Byte																																
13	R Value Low Byte																																
14	End Character – always '\$' (0x24)																																
<p>Figure 17</p>	<p>Protocole d'échange de données avec le WiTilt</p>																																

Documentation DOC1 :

Variateur Lexium



Réponse du moteur à un échelon de vitesse.



MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : _____ Session : _____

Concours : _____

Spécialité/option : _____ Repère de l'épreuve : _____

Intitulé de l'épreuve : _____

NOM : _____

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

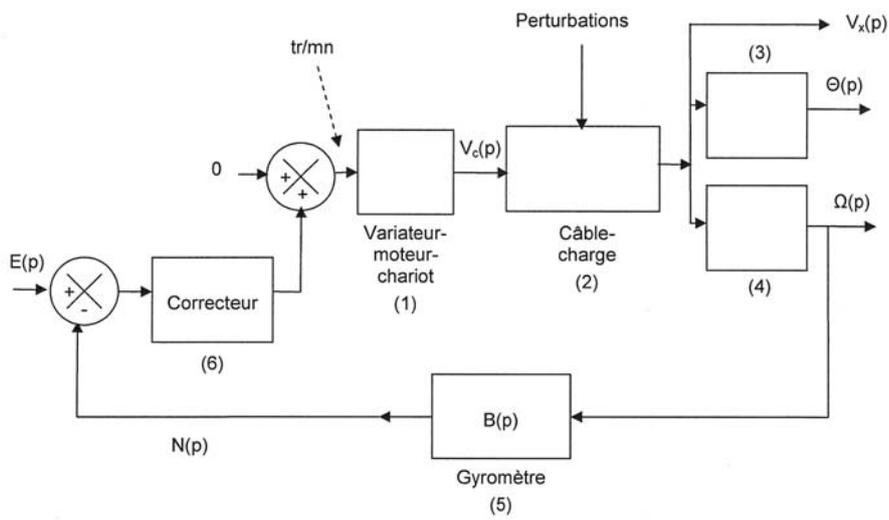
Prénoms : _____ N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

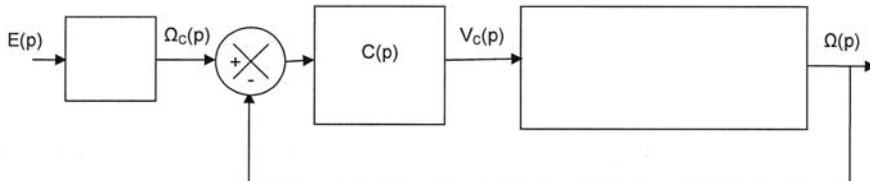
EAE GEE 1

Documents réponse DR1 :

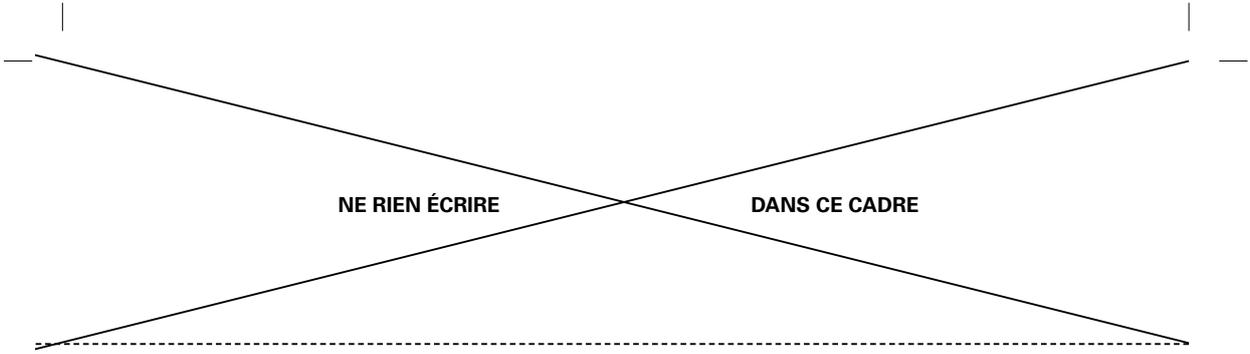
Question Q2.3



Question Q2.4

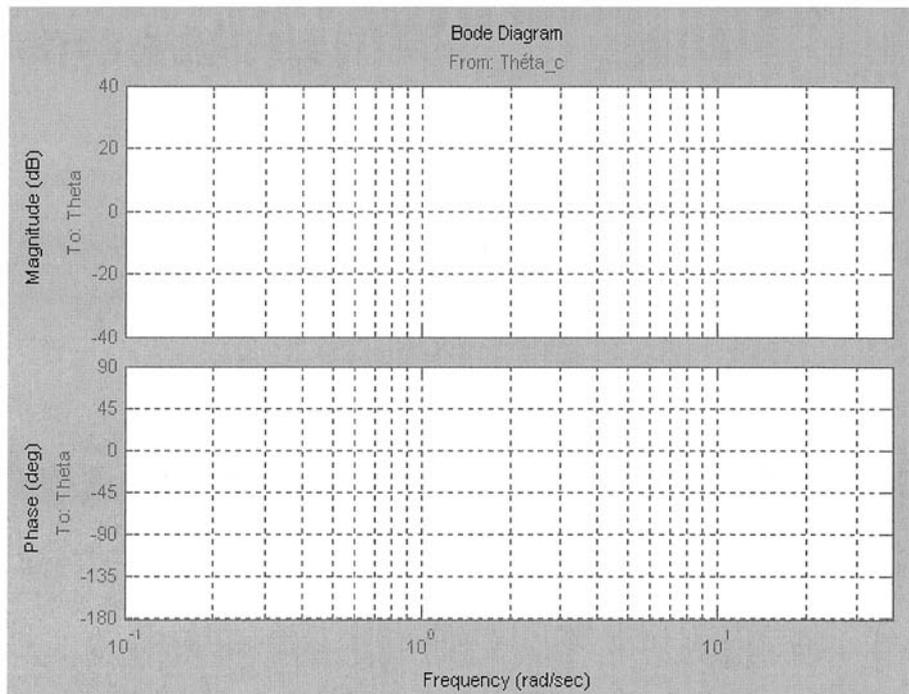


NE PAS DÉGRAFER CETTE LIASSE



Documents réponse DR2 :

Question Q2.19



Question Q2.21

Correcteur	Avantages	Inconvénients
$C(p) = K$		
$C(p) = K.(a.p + 1)$		

NE RIEN ÉCRIRE

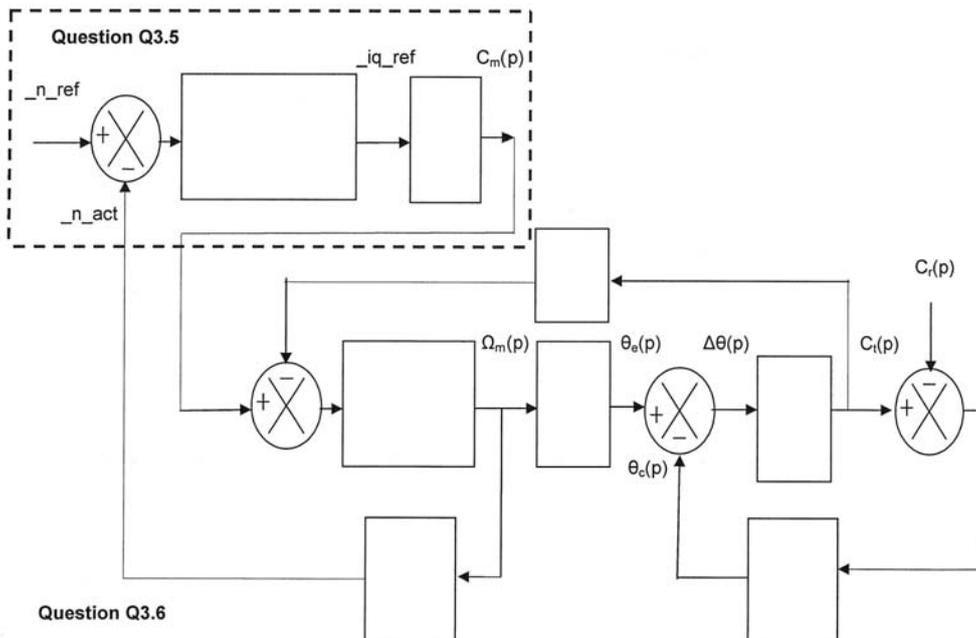
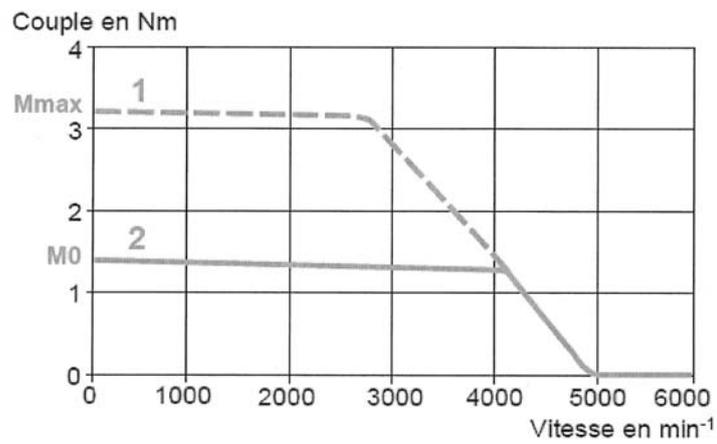
DANS CE CADRE

Documents réponse DR3 :

Question Q3.4

Servo moteur BSH 0701P alimenté par un variateur LXM05AD10M2 monophasée 230V

1 : régime transitoire 2 : régime permanent

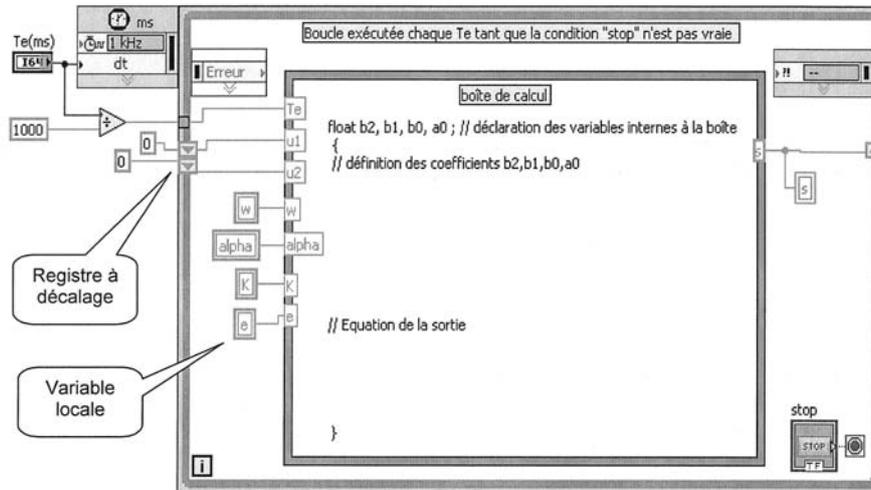


NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Documents réponse DR4 :

Question Q4.5



Registre à décalage

Variable locale

<p>Registres à décalage</p> <p>Les registres à décalage vous permettent d'accéder aux données provenant d'itérations précédentes de la boucle. Les registres à décalage empilés conservent en mémoire les valeurs des itérations précédentes. Dans l'exemple de droite, les résultats des 2 dernières itérations seront utilisés dans l'itération suivante. Pour la première itération, le registre d'entrée est initialisé à (0, 1).</p>	
<p>Boîte de calcul</p> <p>Évalue les formules et expressions mathématiques du diagramme dont la syntaxe est similaire au langage C.</p> <p>Les instructions doivent être séparées par un point-virgule (;) comme en C. La priorité des opérateurs dans la boîte de calcul est selon l'ordre ci-dessous :</p> <ul style="list-style-type: none"> + , - : addition , soustraction *, / : multiplication , division ** : exponentiation () : expression <p>Le signe égal (=) représente une affectation</p> <p>Les commentaires débutent après un double slash (//) et se termine en fin de ligne.</p>	<p>variable d'entrée (optionnel)</p> <pre>int32 y; if(x>=0) y = 1; else y = -1;</pre> <p>variable de sortie (optionnel)</p> <p>Types de variables</p> <p>Les types des variables sont déclarés. Exemple : float, float32, float64 pour les variables réelles suivant la précision recherchée. int, int 32 ... pour les variables entières.</p>
<p>Variables locales</p> <p>Permet de transmettre une variable d'une tâche à une autre dans un même programme. Exemple : une tâche de fond transfère une variable à une tâche cadencée en temps réel. Celle-ci, prioritaire, interrompra la tâche de fond ou sera exécutée par un autre processeur, et actualisera une autre variable locale qui pourra être utilisée par la tâche de fond. Voir l'exemple ci-contre dans lequel on calcul l'approximation en temps réel de :</p> $\text{Sortie} = \frac{1}{100} \int_0^1 \text{Entrée} dt$	