

SESSION 2016

AGRÉGATION CONCOURS EXTERNE

Section : PHYSIQUE-CHIMIE
Option : CHIMIE

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : *La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

Le spectroscope infra rouge à transformée de Fourier

Parmi les différentes techniques d'analyse, la spectroscopie infrarouge permet l'identification de la structure de composés ou de la composition d'un échantillon. Elle peut être complétée pour la détermination de la structure par d'autres analyses spectroscopiques.

Par l'interaction lumière-matière qu'elle met en œuvre, la spectroscopie infrarouge exploite le fait que les molécules possèdent des niveaux d'énergie discrets associés à des fréquences spécifiques pour lesquelles elles tournent ou vibrent. Un faisceau de lumière infrarouge traverse l'échantillon de matière à analyser et l'examen de la lumière transmise permet d'établir le spectre infrarouge en absorbance ou en transmittance représentant la quantité d'énergie absorbée (ou transmise) à chaque longueur d'onde.

Il existe deux types d'appareillages pour réaliser les spectres infrarouges :

- les spectroscopes infrarouges dits « classique » pour lesquels un faisceau monochromatique traverse l'échantillon. Ils sont dotés d'un système permettant de faire varier la longueur d'onde au cours du temps,
- les spectroscopes infrarouges à transformée de Fourier (IRTF ou en anglais FTIR) pour lesquels un faisceau polychromatique traverse l'échantillon. Un interféromètre et un traitement du signal transmis permettent ensuite d'obtenir l'absorbance de l'échantillon pour chaque longueur d'onde.



FIGURE 1 – Spectroscopie IRTF

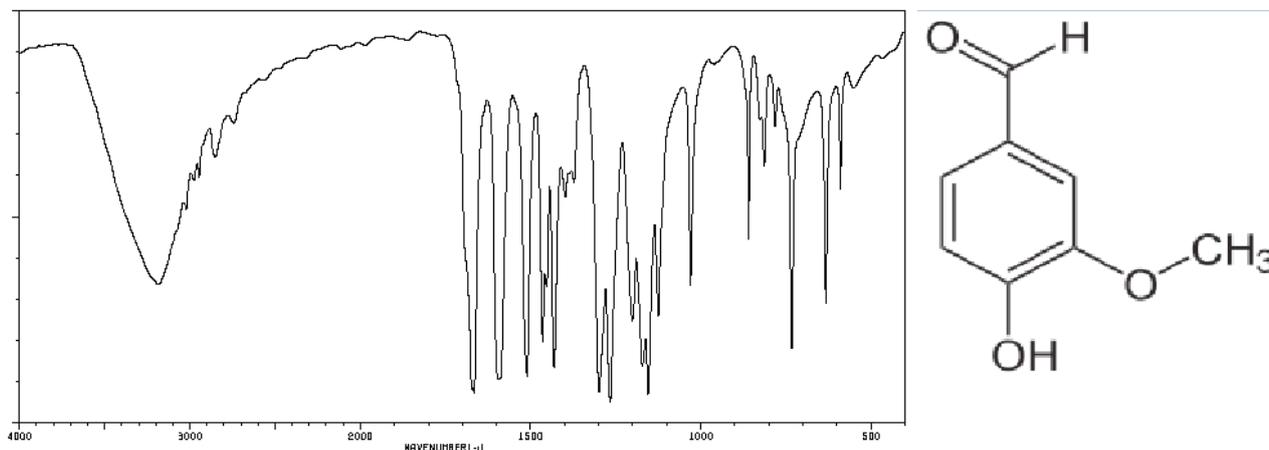


FIGURE 2 – Spectre IR et formule développée de la vanilline.

Ce problème étudie différents éléments constitutifs d'un spectroscope infrarouge à transformée de Fourier depuis la source de lumière jusqu'au détecteur afin d'en comprendre le principe de fonctionnement et de pouvoir en dégager les avantages par rapport à un spectroscope infra rouge n'utilisant pas cette technique de traitement du signal.

Toutes les parties du problème sont d'importance sensiblement égale et elles sont indépendantes entre elles, hormis la dernière qui s'appuie sur l'étude de l'ensemble des éléments du spectroscope. Certaines questions ouvertes nécessitent d'élaborer des stratégies et de développer des démarches en autonomie; leur poids dans le barème prend en compte la durée nécessaire à leur résolution. Certaines questions nécessitent d'ajouter des ordres de grandeurs non fournis dans les données.

Il est attendu un engagement approfondi dans chaque partie traitée plutôt qu'un ensemble de questions abordées sans relation entre elles.

L'importance de la communication écrite pour un futur enseignant conduit à exiger de la clarté dans la présentation, la rédaction et le tracé des schémas.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur ou une imprécision dans l'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

PLAN

Documents	3
Schéma-bloc d'un appareil réalisant une IRTF	3
Document sur le laser	4
Données	6
Formules mathématiques	6
I La source lumineuse	7
I.A La lumière	7
I.B Les domaines des ondes électromagnétiques	7
I.C Le rayonnement du corps noir	7
II L'échantillon analysé	9
II.A Une modélisation de la molécule <i>HCl</i>	9
II.B Intensité lumineuse diffusée par la vibration de la molécule <i>HCl</i>	9
III L'interféromètre de Michelson	10
III.A Éclairage par des lumières de spectres connus	10
III.B Éclairage par une lumière de spectre inconnu	11
III.C Résolution spectrale du spectroscope IRTF	12
IV La chaîne de détection	13
IV.A Détecteur infra-rouge	13
IV.B Traitement analogique du signal	13
IV.C Conversion analogique - numérique du signal	14
V La calibration du spectroscope IRTF grâce au laser hélium-néon	15
V.A Élargissement Doppler de la raie du néon	15
V.B Caractéristiques du laser hélium-néon	15
V.C Effet de la cavité sur la monochromaticité	15
V.D Calibration du spectroscope	15
VI Le refroidissement du détecteur	16
VII Étude globale de l'interférométrie à transformée de Fourier	17
VII.A Autres techniques spectroscopiques	17
VII.B Avantages de la spectroscopie à transformée de Fourier	17
VII.C Synthèse	17

Documents

Schéma-bloc d'un spectroscope IRTF

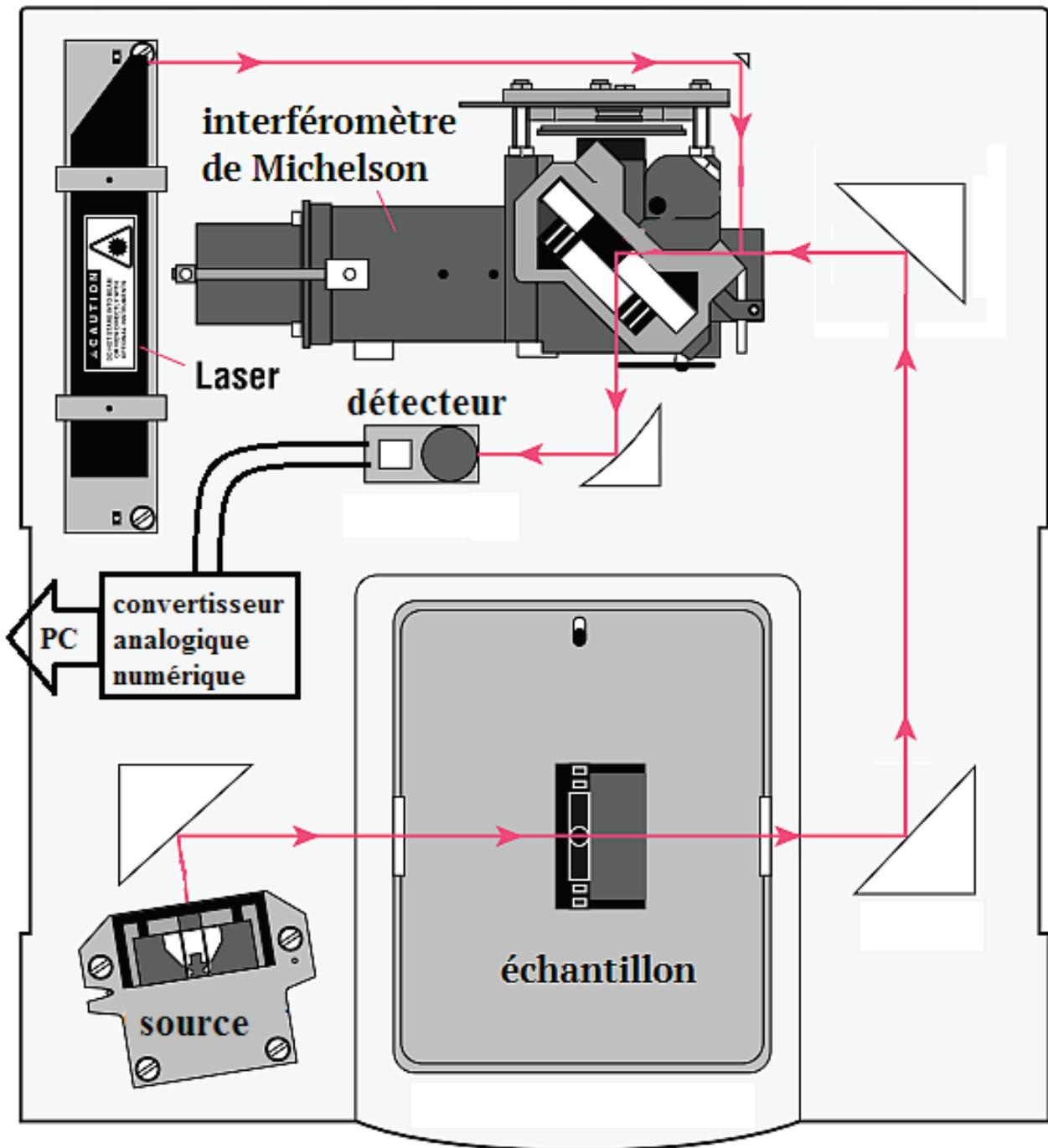


FIGURE 3 – Schéma-bloc d'un spectroscope IRTF

Document sur le laser ¹

Un faisceau laser se reconnaît au premier coup d'œil car il est différent de la lumière ordinaire. Les physiciens disent que c'est un faisceau de lumière cohérente. [...] Les lampes ordinaires [...] émettent leur lumière dans des directions multiples, ce qui est bien adapté pour éclairer une pièce ou une région de l'espace [...]. Au contraire, le faisceau émis par un laser est un fin pinceau se manifestant, lorsqu'il est arrêté par un obstacle tel qu'un mur, par une tache brillante et presque ponctuelle. Lorsqu'il se propage, même sur de grandes distances, le faisceau laser reste bien parallèle et localisé. Cette propriété de la lumière laser s'appelle la cohérence spatiale. Une autre caractéristique du faisceau laser, qui apparaît dans le domaine visible, est sa couleur : une couleur souvent pure, c'est-à-dire non superposée à d'autres couleurs, et qui fait dire qu'elle est monochromatique. Il s'agit ici d'une deuxième propriété, appelée la cohérence temporelle. [...]

Transformer un amplificateur en oscillateur

[On peut] amplifier une onde lumineuse avec des atomes. Ceci est possible dans un milieu atomique ou moléculaire, qu'il soit gazeux, solide ou liquide, à condition d'avoir réalisé l'inversion de population entre les niveaux d'énergie associés à une transition résonante avec l'onde. L'étape suivante pour aboutir à l'effet laser consiste à transformer l'amplificateur de lumière en oscillateur. Une telle transformation est obtenue couramment dans le domaine de l'électronique : en reliant la sortie d'un amplificateur à l'une de ses entrées, c'est-à-dire en réalisant une contre-réaction, le système se met à osciller. Dans l'effet Larsen, si pénible aux oreilles, il s'agit encore d'un amplificateur qui se transforme en oscillateur, mais on est ici dans le domaine électro-acoustique, avec un micro, un amplificateur et un haut-parleur. Si le haut-parleur est dirigé vers le micro, le signal est ré-amplifié plusieurs fois par l'amplificateur en circulant du micro vers le haut-parleur. Celui-ci émet alors un son strident dont la fréquence dépend des caractéristiques de l'amplificateur et de la distance séparant le micro du haut-parleur. Il n'est pas nécessaire de parler dans le micro pour obtenir l'effet Larsen. L'oscillation démarre en effet sur le bruit, c'est-à-dire sur les fluctuations sonores de l'environnement. Le laser fonctionne de façon tout à fait analogue : l'oscillation de la lumière, c'est-à-dire du champ électromagnétique, se met en place dans ce cas à partir de l'émission spontanée qui joue le rôle de bruit. Pour réaliser la contre-réaction optique dans un laser, il faut renvoyer la lumière dans le milieu amplificateur grâce à un jeu de miroirs. Pour que la lumière injectée vienne, à chaque passage dans l'amplificateur, renforcer l'onde lumineuse qui circule dans le laser, il faut que ces ondes soient en phase. En pratique, cela veut dire que l'on doit former avec les miroirs une cavité optique résonante, dont la longueur est un nombre entier de fois la longueur d'onde de la lumière [...].

La cavité Fabry-Perot

La cavité laser la plus simple est constituée de deux miroirs se faisant face. On parle de cavité Fabry-Perot. [...] Dans une telle cavité, l'un des miroirs réfléchit totalement la lumière à la longueur d'onde considérée. L'autre, le miroir de sortie, transmet une petite fraction de la puissance lumineuse présente dans la cavité ; l'onde transmise constitue le faisceau laser. La lumière, réfléchié successivement par les deux miroirs, fait des allers-retours dans la cavité. Le chemin optique dans la cavité, correspondant à un aller-retour, doit être égal à un nombre entier de fois la longueur d'onde. Cette condition permet à la lumière de revenir à son point de départ avec la même phase après avoir fait un aller-retour dans la cavité. C'est la condition de résonance

$$2L = p\lambda \text{ soit } L = \frac{p\lambda}{2}(1)$$

où L est la distance séparant les deux miroirs, λ la longueur d'onde de la lumière et p un nombre entier. Cette condition est nécessaire pour que les ondes présentes soient en phase et donc interfèrent constructivement quel que soit le nombre d'allers - retours qu'elles font dans la cavité. En conséquence, pour une longueur de cavité L fixée, seules les longueurs d'onde vérifiant la relation (1) pourront être présentes dans le faisceau laser.

Les modes de la cavité laser

Une telle condition de résonance se retrouve dans d'autres domaines de la physique, en acoustique par exemple. Ainsi une corde pincée, de longueur L et fixée à ses deux extrémités, possède des modes de vibration résonants ayant un nombre entier de ventres de vibration répartis sur la longueur L ; pour ces modes, L est égale à un nombre entier de demi-longueurs d'onde (voir la figure 4). La longueur d'onde acoustique, de l'ordre d'une fraction de mètre, est telle qu'ici l'entier p est petit (il vaut soit 1, soit 2, sur la figure 4). Au contraire, la valeur de la longueur d'onde optique, de l'ordre du micromètre, est telle que p est très grand pour une cavité optique. Par exemple, pour $L = 1$ m et $\lambda = 500$ nm, on a $p = 4\,000\,000$. Les modes associés aux différentes valeurs de p vérifiant la condition (1) sont appelés modes longitudinaux de la cavité (cf. figure 4). Ils sont nombreux et

1. Extraits de « Qu'est-ce qu'un laser ? » de Lucile JULIEN et Catherine SCHWOB dans « Une introduction au laser » de Fabien Bretenaker et Nicolas Treps, EDP Sciences Paris 2010.

très proches en fréquence dans une cavité optique. L'écart en fréquence entre deux modes voisins est donné par $\delta\nu = c/(2L)$. Comme c vaut environ 3×10^8 m/s, il est de 150 MHz dans l'exemple donné ci-dessus. [...]

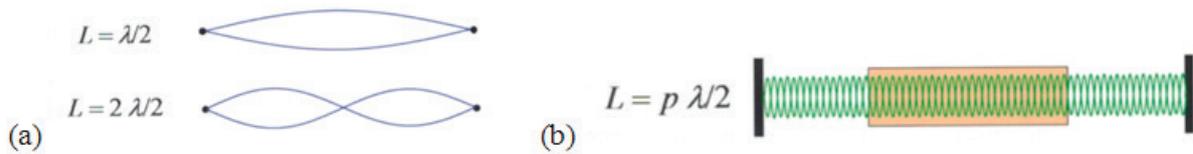


FIGURE 4 – (a) : mode fondamental et premier harmonique des modes résonants d'une corde vibrante. (b) : mode résonant d'une cavité Fabry-Perot.

Conditions d'oscillation laser

[...] Pour que l'oscillation laser ait lieu, il faut que pour chaque passage dans la cavité le gain de l'amplification soit supérieur aux pertes. Le seuil de fonctionnement correspond à la situation où les deux grandeurs, gain et pertes, sont égales. [...] Au-dessus du seuil, un faisceau laser est émis. La principale cause de pertes est due aux miroirs. Ceux-ci ne sont pas totalement réfléchissants. C'est forcément le cas pour le miroir de sortie qui doit laisser passer le faisceau émis par le laser. [...] Le gain d'un laser hélium-néon est de l'ordre de 2 %; les miroirs de la cavité doivent donc être très réfléchissants pour obtenir l'effet laser (typiquement de l'ordre de 99 % pour le miroir de sortie). [...] La condition d'oscillation ci-dessus dépend de la longueur d'onde [...], comme on le voit sur la figure 5. [...] Nous avons vu en outre que la cavité n'est résonante que pour certaines longueurs d'onde bien particulières, associées aux modes longitudinaux de la cavité. On va donc éventuellement avoir plusieurs modes vérifiant la condition gain supérieur aux pertes, chacun pour sa longueur d'onde. On dit dans ce cas que le laser fonctionne en multimode : il émet plusieurs fréquences voisines, séparées de $c/(2L)$. Si au contraire un seul mode vérifie la condition, le laser fonctionne en monomode et n'émet qu'une seule fréquence. Ces deux fonctionnements sont illustrés sur la figure 5.

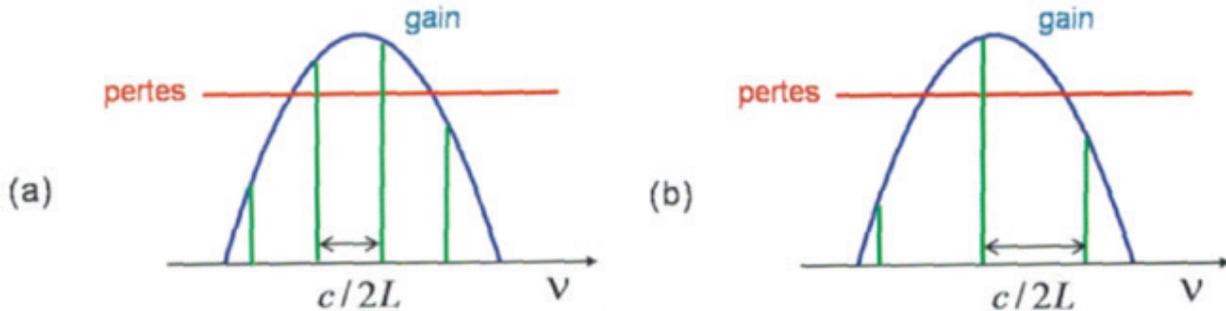


FIGURE 5 – Gain du milieu amplificateur en fonction de la fréquence (courbe bleue) et modes de la cavité (traits verts), les pertes du système (en rouge) étant supposées constantes.

(a) Si la condition « gain supérieur aux pertes » est vérifiée pour plusieurs modes de la cavité, le laser fonctionne en multimode.

(b) Si cette condition n'est vérifiée que pour un seul mode, le laser fonctionne en monomode.

Données

- Charge élémentaire $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C
- Masse du proton $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg
- Masse de l'électron $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg
- Permittivité du vide $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F · m⁻¹
- Perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H · m⁻¹
- Célérité de la lumière dans le vide $c = 3,00 \times 10^8$ m · s⁻¹
- Constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J · s
- Constante de Planck réduite $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \times 10^{-34}$ J · s
- Constante de Boltzmann $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ J · K⁻¹
- Constante d'Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol⁻¹
- Constante des gaz parfaits $R = 8,31$ J · K⁻¹ · mol⁻¹
- Constante de Faraday $F = 96,5 \times 10^3$ C · mol⁻¹
- Constante de Stefan Boltzmann $\sigma_{SB} = 5,67 \times 10^{-8}$ W · m⁻² · K⁻⁴
- Masse molaire du néon $M_{Ne} = 20,2$ g · mol⁻¹

Formules mathématiques

$$\int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta = \frac{4}{3}$$

Formules trigonométriques :

$$\cos p \times \cos q = \frac{1}{2} (\cos(p+q) + \cos(p-q)) \text{ et } \cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \times \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \times \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \text{ et } \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \times \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

Sinus cardinal :

$$\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x}$$

f et g sont transformées de Fourier (en cosinus) l'une de l'autre si :

$$g(x) = \int_{k=-\infty}^{\infty} f(k) \cos(kx) dk \Leftrightarrow f(k) = \int_{x=-\infty}^{\infty} g(x) \cos(kx) dx$$

I La source lumineuse

La source lumineuse utilisée dans un spectroscope IRTF est un corps chauffé qui émet un rayonnement dépendant de sa température.

I.A La lumière

1) Rappeler l'époque à laquelle il a été prouvé que la lumière était une onde. Inventorier quelques repères historiques associés à cette mise en évidence (dates, physiciens, expériences). Lister quelques repères historiques relatifs à la période où cette onde a été associée à une particule.

I.B Les domaines des ondes électromagnétiques

2) Donner l'expression des champs électrique et magnétique d'une onde lumineuse plane progressive monochromatique de pulsation ω polarisée suivant \vec{e}_x et se propageant dans le vide illimité suivant la direction \vec{e}_z .

3) Énoncer les relations liant les grandeurs suivantes en rappelant les unités de chacune d'entre elles : la pulsation ω , la fréquence ν et la période T . Faire de même pour le vecteur d'onde \vec{k} , le nombre d'onde σ et la longueur d'onde λ . Rappeler la relation entre λ et ν pour une propagation dans le vide.

4) Rappeler l'expression de l'énergie E d'une particule associée à cette onde ainsi que celle de sa quantité de mouvement \vec{p} .

5) Sur un axe, faire apparaître, sans souci d'échelle, les intervalles des différents types de rayonnement utilisés en spectroscopie, en notant les limites approximatives en longueur d'onde en μm et énergie en eV. Ajouter sur l'axe la position des intervalles de fréquence des ondes correspondant à des transitions électroniques dans les entités chimiques et celui correspondant à des transitions vibrationnelles.

I.C Le rayonnement du corps noir

L'émission de la source lumineuse utilisée dans un spectroscope IRTF est bien modélisée par les courbes de la figure 6. Chaque courbe de la figure 6 présente un maximum à une longueur d'onde qu'on notera $\lambda_{max}(T)$.

6) En utilisant la figure 6, montrer que cette longueur d'onde $\lambda_{max}(T)$ obéit à la loi suivante :

$$T \cdot \lambda_{max}(T) = C$$

Citer le nom de cette loi. Déterminer la valeur de la constante C et estimer l'incertitude de cette valeur. Ce type de source est-il adapté à la spectroscopie dans le domaine infra rouge ?

7) Montrer qualitativement que les puissances totales par unité de surface (notées ϕ) émises par la source utilisée, sont compatibles avec la loi de Stefan-Boltzmann

$$\phi = \sigma_{\text{SB}} T^4$$

où σ_{SB} est une constante appelée constante de Stefan-Boltzmann.

On cherche à exprimer la constante de Stefan-Boltzmann σ_{SB} en fonction de constantes fondamentales sous la forme

$$\sigma_{\text{SB}} = A c^\alpha k_{\text{B}}^\beta \hbar^\gamma$$

où A est une constante sans dimension.

8) Vérifier que la valeur de A est proche de l'unité.

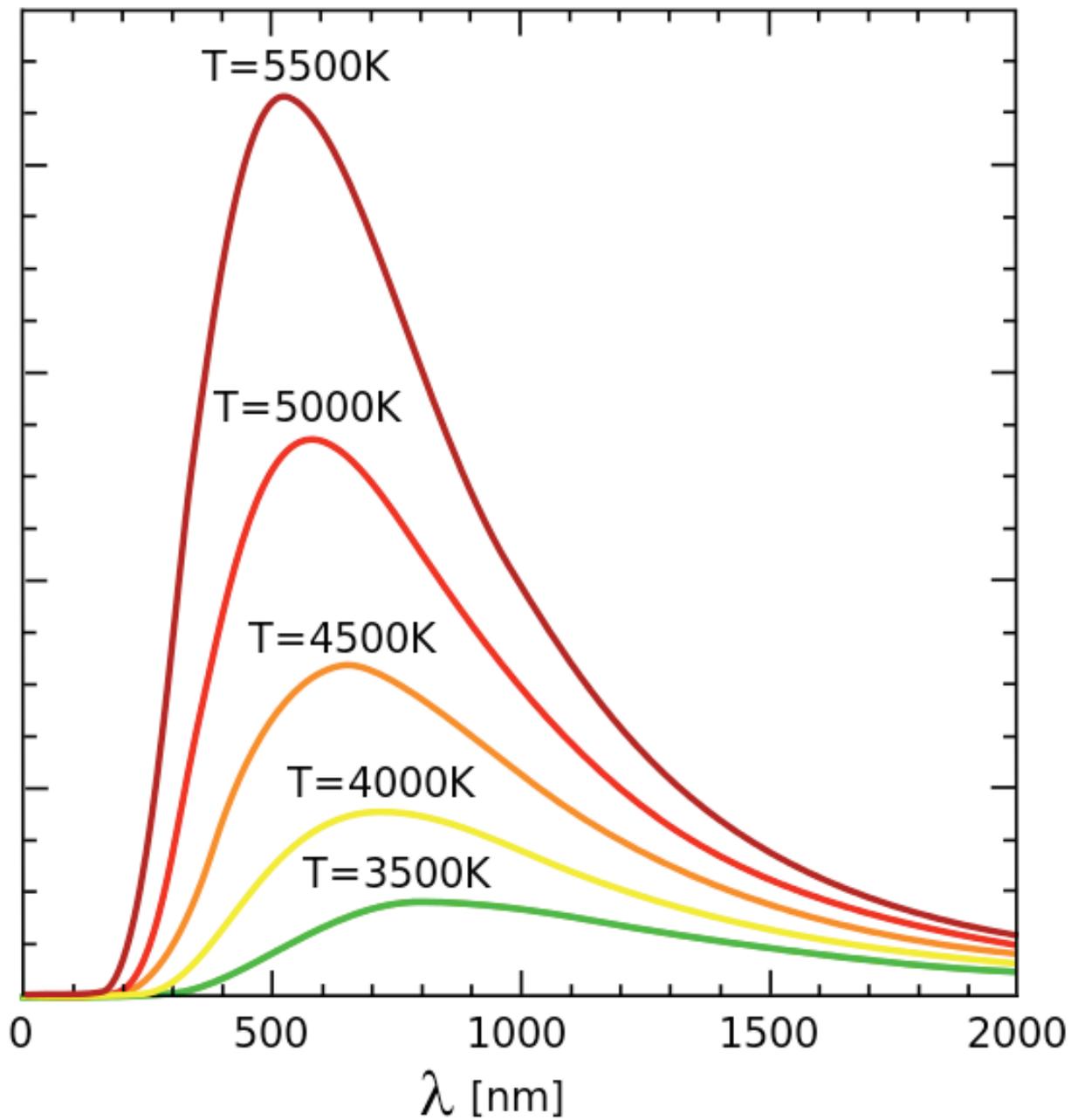


FIGURE 6 – Spectre d'émission de « corps noir » chauffé à différentes températures T en fonction de la longueur d'onde.

II L'échantillon analysé

On supposera que l'échantillon contient des molécules de chlorure d'hydrogène HCl dont le spectre infrarouge présente une raie d'absorption autour de 2900 cm^{-1} .

II.A Une modélisation de la molécule HCl

On peut modéliser de façon classique la molécule HCl , formée d'un atome d'hydrogène et d'un atome de chlore, par deux masses ponctuelles situées à une certaine distance ℓ l'une de l'autre.

L'ensemble des interactions entre les deux particules est complexe, mais pour simplifier on suppose qu'elles sont modélisées par un ressort liant les deux atomes, de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k .

9) Donner l'ordre de grandeur de la distance d'équilibre ℓ_0 entre les deux atomes. Estimer la valeur de la constante de raideur k en prenant soin d'explicitier les hypothèses retenues et les ordres de grandeur utilisés.

II.B Intensité lumineuse diffusée par la vibration de la molécule HCl

On envoie une onde incidente sur un échantillon contenant des molécules HCl . Cette onde électromagnétique plane progressive monochromatique (\vec{E}, \vec{B}) , de pulsation ω polarisée suivant \vec{e}_x , se propage. On associe à l'expression $E_x = E_0 \cos(\omega t)$ du champ électrique perçu par la molécule la notation complexe $\tilde{E}_x = E_0 e^{j\omega t}$.

10) Justifier que l'atome de chlore Cl est quasiment fixe dans un référentiel R que l'on définira. L'étude qui suit se fera dans ce référentiel R .

11) Expliciter la condition permettant de négliger la partie magnétique de la force de Lorentz qui s'applique sur l'atome d'hydrogène.

Par la suite, on supposera cette condition vérifiée. Du fait de sa charge partielle δe , l'atome d'hydrogène est soumis à une interaction de la part du champ électrique, qui entraîne un déplacement suivant \vec{e}_x . Lors de son mouvement, l'atome d'hydrogène est soumis à une force de frottement fluide. On note x l'abscisse de l'atome d'hydrogène à partir de sa position d'équilibre.

12) Montrer que l'équation différentielle à laquelle obéit x s'écrit :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{\delta e}{m} E_x(t)$$

Indiquer pourquoi il est possible d'utiliser l'expression complexe $\tilde{x} = X_0 e^{j(\omega t + \Phi)}$ pour résoudre cette équation différentielle. Exprimer X_0 en fonction de E_0 , δe , m , ω_0 , ω et Q .

13) Montrer que la molécule HCl se comporte comme un dipôle électrique oscillant et exprimer le moment dipolaire \vec{p} en fonction de δe , ω , ω_0 , Q , ℓ_0 et Φ .

On rappelle qu'un dipôle oscillant rayonne une onde, à une distance r , dans une direction faisant un angle θ (dans les coordonnées sphériques, par rapport à l'axe défini par \vec{p}) :

$$\vec{E}(r, t) = \frac{\mu_0 \ddot{p}(t - \frac{r}{c})}{4\pi r} \sin \theta \cdot \vec{u}_\theta \text{ et } \vec{B}(r, t) = \frac{\mu_0 \ddot{p}(t - \frac{r}{c})}{4\pi c r} \sin \theta \vec{u}_\varphi$$

14) Faire un schéma du dipôle et le légèrer avec les grandeurs \vec{p} , r et θ . Exprimer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ de l'onde émise par la molécule HCl en fonction des différents paramètres du système.

15) Montrer que la puissance totale moyenne rayonnée par la molécule est de la forme :

$$I(\omega) = \frac{I_0 \omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega \omega_0}{Q}\right)^2}$$

Exprimer I_0 . Tracer l'allure de la courbe représentant la puissance totale moyenne rayonnée $I(\omega)$ en fonction de ω , en précisant quelques points et tendances caractéristiques.

16) Comparer le spectre de l'onde transmise à l'issue de la traversée de l'échantillon contenant HCl au spectre de l'onde incidente.

III L'interféromètre de Michelson

Le spectroscope IRTF contient un interféromètre de Michelson (dont le principe est rappelé figure 7).

On néglige l'effet de la compensatrice (non représentée sur la figure 7) et on suppose que la séparatrice laisse passer 50% du rayonnement, en réfléchit 50%, et n'induit pas de déphasage supplémentaire de π .

La position du miroir mobile $z = 0$ correspond au cas où le symétrique du miroir mobile par rapport à la séparatrice est superposé avec le miroir fixe. Un moteur permet de déplacer le miroir mobile de telle façon que sa position évolue avec le temps suivant : $z(t) = v_0 t$ avec v_0 , une vitesse constante.

On positionne à la sortie de l'interféromètre une lentille convergente et on enregistre l'intensité lumineuse $I(t)$ au foyer image de la lentille convergente, grâce au détecteur lumineux dont l'étude est faite dans une autre partie.

L'enregistrement par le détecteur de l'intensité lumineuse $I(t)$ en fonction de la date t est appelé interférogramme. Des calculs effectués par un ordinateur permettent de transformer cet interférogramme en spectre de la lumière avec laquelle a été éclairé l'interféromètre de Michelson.

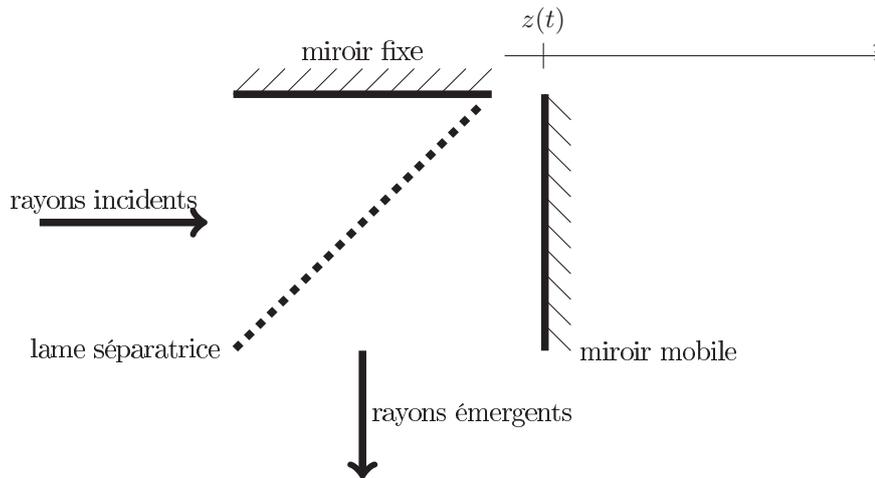


FIGURE 7 – Principe de l'interféromètre de Michelson

III.A Éclairage par des lumières de spectres connus

On va supposer connu le spectre de la lumière avec laquelle est éclairé l'interféromètre de Michelson. Cet éclairage s'effectue dans un premier temps par une source monochromatique dont le rayonnement est caractérisé par le nombre d'onde σ .

17) Citer un exemple d'une telle source. Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse $I(t)$ enregistrée à l'instant t dans le détecteur lumineux en sortie de l'interféromètre, lorsque la position du miroir mobile est repérée par $z(t)$. Tracer l'allure de l'interférogramme obtenu, en identifiant quelques points caractéristiques.

Dans un second temps, l'éclairage de l'interféromètre de Michelson est réalisé avec une source dont le spectre présente un doublet : deux raies monochromatiques de même intensité et de nombres d'onde $\sigma_0 \pm \frac{\Delta\sigma}{2}$. On supposera $\Delta\sigma \ll \sigma$.

18) Citer un exemple d'une source proche d'une telle modélisation. Montrer que l'expression de l'intensité lumineuse $I(t)$ enregistrée à la date t pour une telle source, lorsque la position du miroir mobile est repérée par $z(t)$, peut s'écrire :

$$I(t) = \frac{I_{max}}{2} [1 + \cos(2\pi \Delta\sigma v_0 t) \cos(4\pi \sigma_0 v_0 t)]$$

Tracer dans le cas d'une telle source l'allure de l'interférogramme, en identifiant quelques points caractéristiques.

L'éclairage de l'interféromètre de Michelson a lieu enfin avec une source dont le spectre présente une même intensité pour tous les nombres d'onde compris entre $\sigma_{min} = \sigma'_0 - \frac{\Delta\sigma'}{2}$ et $\sigma_{max} = \sigma'_0 + \frac{\Delta\sigma'}{2}$. L'allure de l'interférogramme obtenu est donné figure 8.

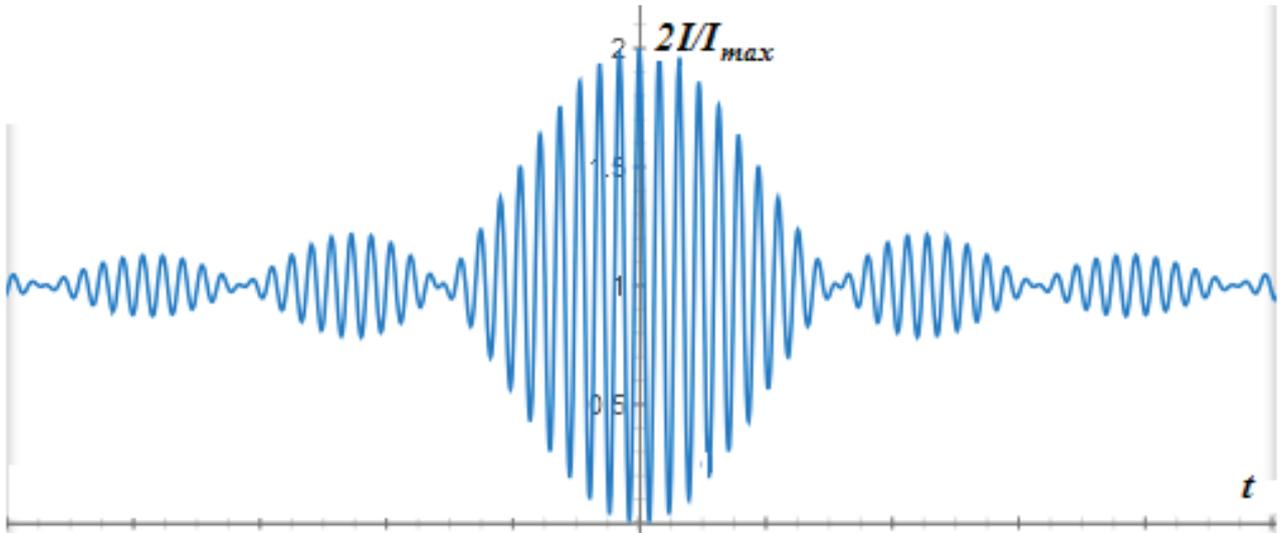


FIGURE 8 – L'allure de l'interférogramme quand l'interféromètre de Michelson est éclairé par une source lumineuse dont le spectre présente une même intensité pour tous les nombres d'onde compris entre σ_{min} et σ_{max} .

19) Citer un exemple d'une source proche d'une telle modélisation. Montrer que l'expression de l'intensité lumineuse $I(t)$ enregistrée à l'instant t , lorsque la position du miroir mobile est $z(t)$ peut s'écrire

$$I(t) = \frac{I_{max}}{2} [1 + \text{sinc}(2\pi \Delta\sigma' v_0 t) \cos(4\pi \sigma'_0 v_0 t)]$$

Les trois exemples précédents illustrent le fait que l'interférogramme est caractéristique de la source lumineuse.

20) Discerner ce qui, dans la courbe de l'intensité $I(t)$ tracée en fonction de la date t , permet d'accéder aux caractéristiques du spectre de la source lumineuse.

III.B Éclairage par une lumière de spectre inconnu

L'interférogramme enregistré par le spectroscopie IRTF permet d'accéder aux caractéristiques du spectre de la lumière issue du corps noir et transmise par l'échantillon. L'intensité lumineuse de la lumière transmise servant à l'éclairage de l'interféromètre de Michelson est $I_i = \int_{\sigma=0}^{\infty} S(\sigma) d\sigma$ où la fonction $S(\sigma)$ est inconnue.

On prolonge, sur tout l'ensemble des réels, la fonction S ($S(\sigma) = 0$ si $\sigma < 0$) et on définit la fonction $S'(\sigma) = \frac{S(\sigma) + S(-\sigma)}{2}$ définie sur $]-\infty; +\infty[$.

21) Montrer que l'intensité lumineuse $I(t)$ enregistrée à l'instant t dans le détecteur lumineux en sortie de l'interféromètre est :

$$I(t) = I_0 + \int_{\sigma=-\infty}^{\infty} S'(\sigma) \cos(4\pi \sigma v_0 t) d\sigma$$

avec I_0 une constante. Expliquer pourquoi un spectroscopie IRTF effectue un calcul de transformée de Fourier pour déterminer le spectre de la lumière émise par le corps chaud après traversée de l'échantillon à analyser.

III.C Résolution spectrale du spectroscope IRTF

La figure 9 présente un exemple d'interférogramme effectué par le spectroscope IRTF.

22) Décrire l'allure des spectres B) et C) de la figure 9. Distinguer le spectre qui a été obtenu avec l'intervalle de temps de mesure le plus important. En déduire la caractéristique de l'interféromètre de Michelson qui est directement reliée à la résolution spectrale du spectroscope IRTF.

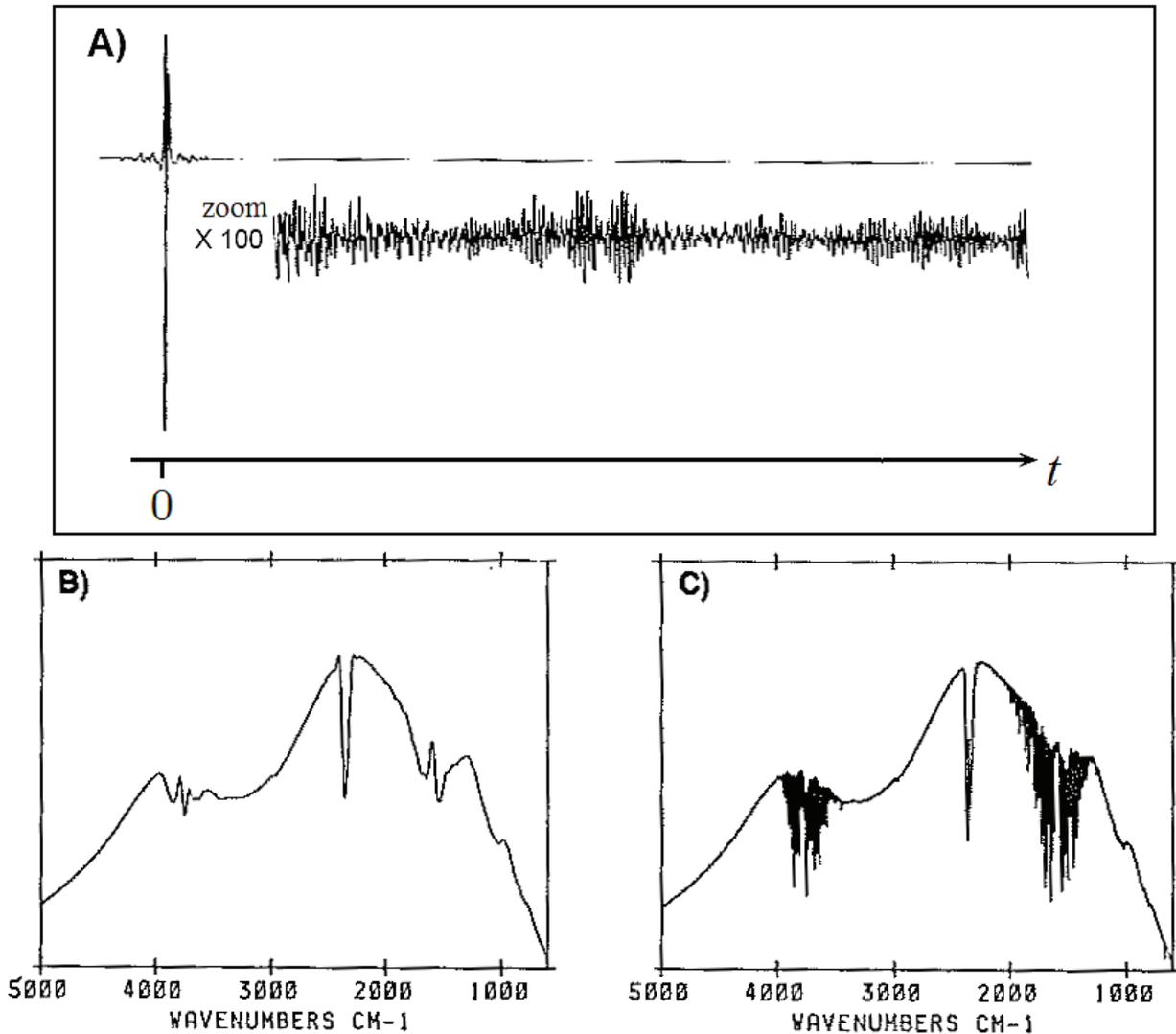


FIGURE 9 – A) Interférogramme mesuré par le spectroscope IRTF (exemple). La partie inférieure est un agrandissement de $I(t)$. B) et C) Spectres obtenus après calculs de transformées de Fourier sur des intervalles de temps différents.

IV La chaîne de détection

IV.A Détecteur infra-rouge

Les photo-détecteurs infrarouges les plus courants sont des photodiodes (jonctions PN).

Quand une photodiode reçoit une lumière de puissance lumineuse Φ , la tension u à ses bornes et le courant d'intensité i qui la traverse sont donnés, en convention récepteur (figure 10), par l'expression :

$$i = i_0 \left(e^{\frac{u}{u_0}} - 1 - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)$$

où Φ_0 , i_0 et u_0 sont des constantes strictement positives.

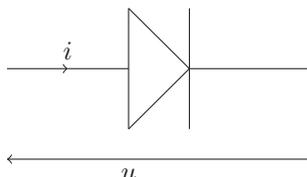


FIGURE 10 – Schéma électrique d'une photodiode en convention récepteur.

23) Tracer, sur un même graphique, l'allure des caractéristiques $i = f(u)$ du photo détecteur infra rouge pour des lumières de puissances lumineuses croissantes Φ_1 , Φ_2 , et Φ_3 telles que : $\Phi_1 = 0$, $\Phi_2 > 0$, et $\Phi_3 > \Phi_2$. Faire apparaître sur le graphique les expressions littérales de i au croisement des courbes avec l'axe des ordonnées et les expressions littérales de u au croisement des courbes avec l'axe des abscisses.

24) Justifier, parmi les adjectifs suivants, ceux qui conviennent pour rendre compte des propriétés du photo-détecteur en tant que dipôle : actif ou passif ; linéaire ou non linéaire ; symétrique ou polarisé.

IV.B Traitement analogique du signal

Pour traiter le signal électrique produit par la photodiode en présence de lumière, on peut se servir d'un montage comportant un amplificateur opérationnel (figure 11).

Ce composant sera considéré comme parfait, c'est-à-dire que : $i_+ = i_- = 0$.

De plus, si la sortie de l'amplificateur opérationnel est reliée à l'entrée $-$ de l'amplificateur opérationnel par un dipôle ohmique ou un fil, on a :

$$V_+ = V_-$$

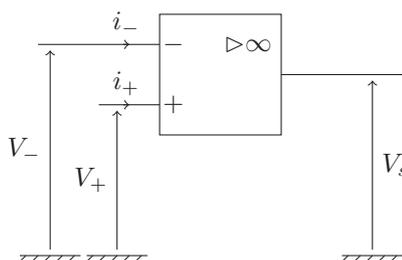


FIGURE 11 – Schéma électrique d'un amplificateur opérationnel.

Un exemple de montage possible est donné figure 12.

25) Montrer que la tension V_s est alors proportionnelle au logarithme d'une fonction affine de la puissance lumineuse Φ reçue par la photodiode.

En fait, pour pouvoir traiter le signal et accéder au spectre (partie précédente), il faut obtenir un signal électrique (que ce soit une tension ou une intensité de courant) proportionnel à Φ .

26) Proposer un montage permettant d'y parvenir.

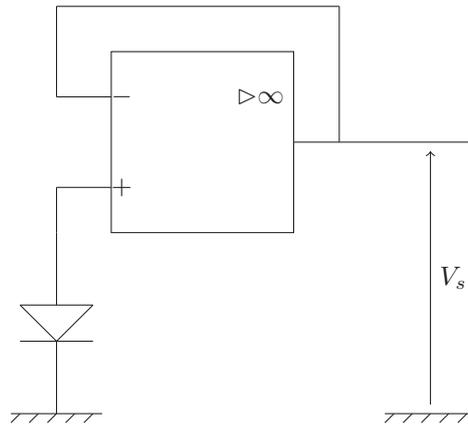


FIGURE 12 – Montage électrique utilisant un amplificateur opérationnel pour traiter le signal de la photodiode

IV.C Conversion analogique - numérique du signal

Il s'agit ensuite de numériser le signal électrique et d'envoyer le signal numérique vers un ordinateur qui effectuera les calculs de transformée de Fourier.

Dans cette partie, on considère une tension $u_m(t)$ en sortie du montage électrique du photo-détecteur, dont la figure 13 présente un exemple caractéristique d'oscillogramme.

Les différentes gammes du convertisseur analogique numérique (CAN) présent dans le spectroscopie IRTF sont les suivantes : $[-10 \text{ V} ; +10 \text{ V}]$; $[-5 \text{ V} ; +5 \text{ V}]$; $[-1 \text{ V} ; +1 \text{ V}]$.

27) Expliquer quelle gamme il convient de choisir pour convertir le signal analogique $u_m(t)$ en signal numérique.

28) Le spectroscopie IRTF est équipé d'un CAN à 12 bits. En déduire l'incertitude absolue Δu introduite par la conversion.

29) Estimer ensuite, en justifiant, une valeur de fréquence d'échantillonnage adaptée pour la conversion analogique - numérique du signal $u_m(t)$.

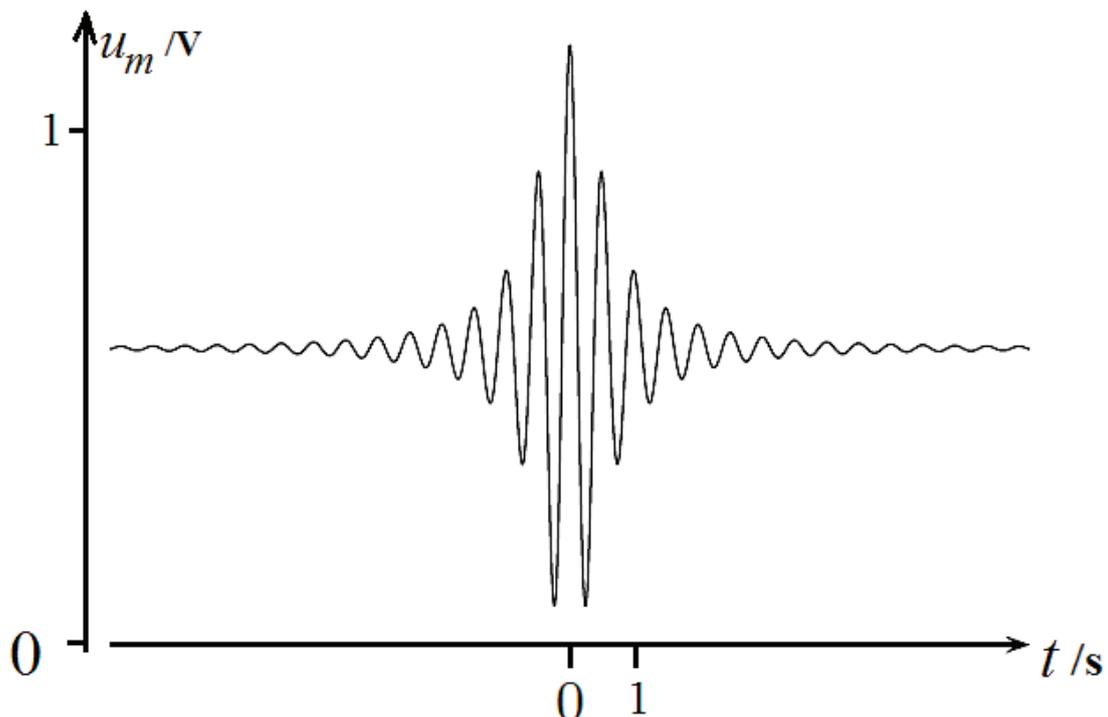


FIGURE 13 – Signal $u_m(t)$ obtenu après détection du rayonnement par le photo-récepteur et amplification du signal par le spectroscopie IRTF (exemple).

V La calibration du spectroscopie IRTF grâce au laser hélium-néon

En spectroscopie IRTF, la précision du spectre est directement liée à la connaissance de la position du miroir mobile dans l'interféromètre au cours de son déplacement. La vitesse du miroir étant fluctuante, on utilise un laser hélium - néon (He-Ne) de longueur d'onde connue ($\lambda = 633 \text{ nm}$) pour effectuer une calibration du spectroscopie : le dénombrement des franges produites par ce laser permet de déterminer d'autant plus précisément la position du miroir mobile que la raie du laser est plus fine.

V.A Élargissement Doppler de la raie du néon

A cause de l'effet Doppler, la raie du néon subit un élargissement. En effet, le photon émis par un atome de néon a une fréquence ν_e dans son propre référentiel. Si l'atome de néon se rapproche de l'observateur à la vitesse v , le photon a pour fréquence ν_r dans le référentiel de l'observateur telle que :

$$\nu_r = \nu_e \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

30) Calculer la fréquence ν du faisceau du laser hélium-néon. Estimer l'ordre de grandeur de l'élargissement $\Delta\nu_1$ de la raie du néon pour un gaz à la température ambiante.

V.B Caractéristiques du laser hélium-néon

31) En s'aidant si nécessaire du document sur le laser, proposer un schéma présentant les différents éléments d'un laser à gaz hélium-néon. Faire le lien entre les différents éléments du schéma proposé et les concepts suivants :

- cavité
- pompage
- milieu amplificateur

32) Rappeler les principales caractéristiques du faisceau d'un laser.

33) Reproduire la figure 5(b) du document sur le laser et y faire figurer les différentes largeurs spectrales :

- celle due à l'élargissement Doppler $\Delta\nu_1$;
- celle séparant deux modes de la cavité $\Delta\nu_2$;
- celle d'un unique mode de la cavité $\Delta\nu_3$.

V.C Effet de la cavité sur la monochromaticité

On admet que le nombre d'aller - retours N d'une onde dans la cavité du laser, avant qu'elle n'en sorte, est donné par l'expression :

$$N = \frac{-2 \ln 2}{\ln R} = \frac{\Delta\nu_2}{\Delta\nu_3}$$

avec R , coefficient de réflexion du miroir de sortie.

34) En s'appuyant sur le document relatif au laser, estimer la valeur de $\Delta\nu_2$ et en déduire une estimation de la valeur de $\Delta\nu_3$. Conclure sur l'effet de la cavité dans l'élargissement de la raie du laser.

V.D Calibration du spectroscopie

L'intensité mesurée par le détecteur lorsque l'interféromètre est illuminé par le laser (de longueur d'onde λ est de la forme

$$I(t) = I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2z(t) \right) \right]$$

où $z(t)$ repère la position du miroir mobile de l'interféromètre.

35) Montrer, de manière concise, comment le dénombrement des franges produites par le laser permet de calibrer le spectroscopie IRTF et justifier en quoi la finesse de la raie du laser permet d'améliorer la précision de la calibration.

VI Le refroidissement du détecteur

Le détecteur infrarouge du spectroscope IRTF est refroidi grâce à de l'azote liquide à 77 K.

Il est pour cela inclus (à travers une fenêtre) dans un cylindre d'acier de 5 mm d'épaisseur environ, typiquement d'une quinzaine de centimètres de haut et de 5 ou 6 cm de diamètre (figure 14). Avant l'utilisation du spectroscope IRTF, ce cylindre creux est rempli d'azote liquide par une ouverture à son sommet.

L'azote liquide s'évapore peu à peu, mais cette évaporation est suffisamment lente pour permettre d'utiliser le spectroscope IRTF pour réaliser quelques spectres avant de devoir remplir à nouveau le récipient.

36) Estimer l'ordre de grandeur du temps d'utilisation du détecteur avant que l'azote liquide se soit intégralement évaporé. Dans le cadre de cette résolution de problème, prendre soin d'explicitier la démarche, même si le raisonnement n'aboutit pas, en précisant :

- les hypothèses retenues ;
- l'analyse du problème posé ;
- la résolution proprement dite ;
- l'argumentation permettant de valider ou non le résultat trouvé.



FIGURE 14 – Photographie d'un cylindre contenant un détecteur utilisé dans des spectroscopes IRTF et refroidi à l'azote liquide.

On rappelle :

- la loi de Fourier, qui donne le vecteur densité de flux thermique (puissance thermique surfacique) dans le cas de la conduction thermique :

$$\vec{j}_{th} = -\kappa \overrightarrow{grad}(T)$$

où κ est la conductivité thermique ;

- la loi de Newton, qui donne le vecteur densité de flux thermique pour un corps (dans l'espace $x < x_0$) en contact avec un écoulement fluide à une température T_0 :

$$\vec{j}_{th} = h (T(x_0, t) - T_0) \cdot \vec{u}_x$$

où h est le coefficient de transfert thermique par convection.

Données :

- point d'ébullition de l'azote liquide : -196°C (77 K) à 1 atm ;
- chaleur latente de vaporisation de l'azote liquide : $198,38 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- densité de l'azote liquide (relative à l'eau) : 0,8 ;
- conductivité thermique de l'acier normal : $\kappa = 50,2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- coefficient de transfert thermique par convection pour l'air, aux alentours de la température ambiante et en convection naturelle : $h \approx 5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

VII Étude globale de l'interférométrie à transformée de Fourier

VII.A Autres techniques spectroscopiques

37) Proposer, avec le matériel de laboratoire habituellement disponible dans un lycée, un protocole d'étude du spectre d'absorption visible d'une espèce chimique choisie. On fera clairement apparaître :

- la liste du matériel nécessaire à la réalisation de l'expérience ;
- le schéma du montage optique ;
- toutes indications permettant une réalisation facilitée de ce dernier (sur la mise au point, les alignements, etc) ;
- l'allure du spectre attendu.

VII.B Avantages de la spectroscopie à transformée de Fourier

38) Les spectroscopes IRTF, comparés aux spectroscopes à éléments dispersifs, plus classiques, présentent de nombreux avantages :

- avantage de Fellgett : l'information concernant toutes les longueurs d'onde est recueillie simultanément ;
- avantage de Jacquinot : le débit lumineux de l'interféromètre est uniquement déterminé par le diamètre du faisceau en provenance de la source ;
- avantage de Connes : la mesure des longueurs d'onde est calibrée en permanence.

Expliquer, par comparaison à la technique proposée dans la question précédente, à partir du principe de fonctionnement du spectroscopie IRTF :

- l'origine de chacun des avantages décrits ci-dessus ;
- les atouts du point de vue expérimental.

VII.C Synthèse

39) Présenter une synthèse (d'une page maximum) qui explique le fonctionnement et les avantages d'un spectroscopie à transformée de Fourier.