

SESSION 2014

**CAPET
CONCOURS EXTERNE
ET CAFEP**

**Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
Option : ÉNERGIE**

**ÉTUDE D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ
OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

- **Dossier technique** pages 2 à 10
- **Sujet** (*mise en situation et questions à traiter par le candidat*)
 - **partie 1** pages 11 à 20
 - **partie 2** pages 21 à 24
 - **partie 3** page 24
- **Document réponse** page 25

Les parties 1 et 2 sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre indifférent.

Dossier technique

1. La méthanisation

1.1 Contexte de la méthanisation en France

En cette période charnière pour le développement des énergies renouvelables, la méthanisation recèle un potentiel important par sa double capacité de valorisation énergétique des déchets organiques et de réduction des émissions de gaz à effet de serre. Pourtant, si le procédé de méthanisation est utilisé dans le nord de l'Europe (Allemagne, Danemark, Suède, Suisse, etc.) depuis de nombreuses années, il a connu en France un développement très mesuré et principalement axé sur le secteur des boues d'épuration urbaines et industrielles.

Mais sous l'effet de la directive européenne du 19 novembre 2008 sur les déchets et des incitations financières - notamment la revalorisation en 2006, puis 2011 des tarifs d'achat de l'électricité produite à partir du biogaz - mises en place dans le cadre de la politique française de lutte contre l'effet de serre et de développement des énergies renouvelables, ce procédé fait aujourd'hui l'objet d'un fort regain d'intérêt, surtout dans le monde agricole. La méthanisation devrait donc contribuer à atteindre l'objectif du Grenelle de l'environnement de 23 % d'énergie renouvelable en 2020.

1.2 Principe de la méthanisation

La méthanisation est la dégradation partielle de la matière organique (les **intrants** : substrats entrants) en l'absence d'oxygène sous l'action combinée de plusieurs types de micro-organismes. Une suite de réactions biologiques conduit à la formation de **biogaz** (composé majoritairement de méthane et de CO₂) et d'un **digestat**. Cette réaction a lieu dans un digesteur fermé confiné, ce qui empêche tout contact du gaz produit avec l'air extérieur : pas d'odeur due au procédé lui-même.

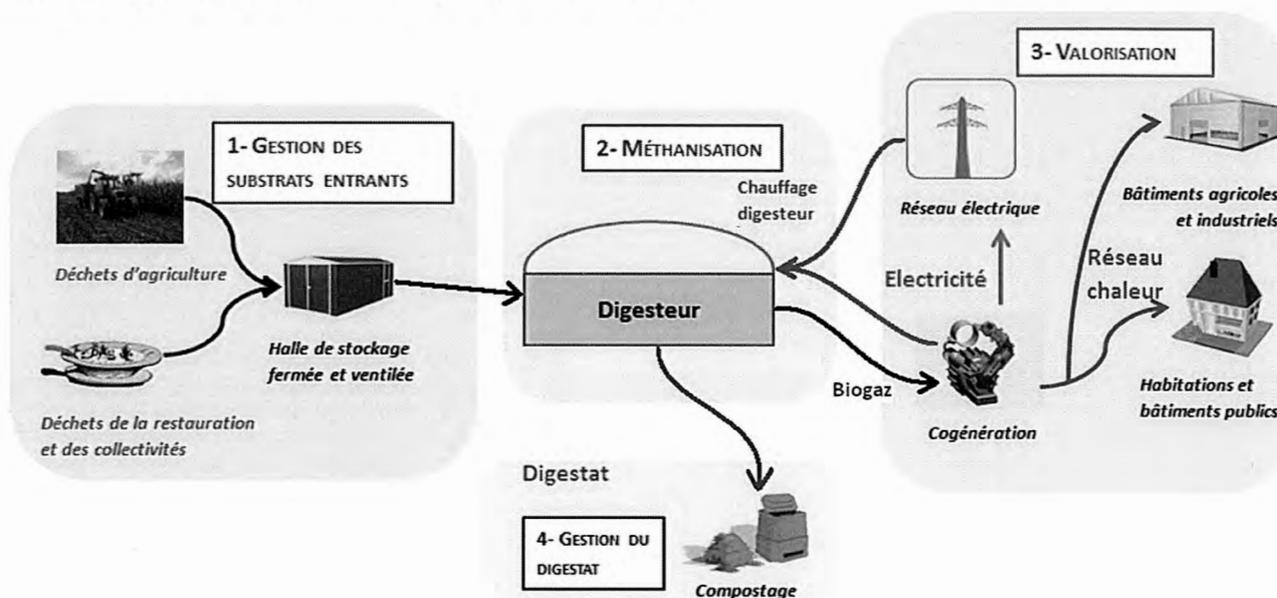


Schéma général de la méthanisation avec différentes filières d'intrants et de valorisation.

Les avantages d'une usine de méthanisation sont multiples :

- **réduction des émissions de gaz à effet de serre** ; les matières organiques en fermentation dans des conditions anaérobies (sans oxygène) émettent naturellement du méthane, dont l'effet de serre est 20 à 25 fois plus important que celui du CO₂ émis lors de la combustion de celui-ci ;
- **production d'énergie renouvelable à l'échelle locale** ; l'énergie produite à partir du biogaz est une énergie renouvelable car le méthane n'est pas d'origine fossile, mais produit à partir de déchets organiques. Plus important encore, il s'agit d'une énergie produite localement ;
- **respect du cycle de vie des matières méthanisées** ; pendant sa croissance, la biomasse puise des ressources dans le sol et capte du CO₂. Après méthanisation, la matière est retournée au sol qu'elle enrichit, limitant ainsi l'usage d'engrais chimiques ;
- **gestion durable des déchets organiques sur le territoire** ; depuis le 1^{er} janvier 2012, les « gros producteurs » de déchets fermentescibles, y compris les collectivités, seront tenus de les faire traiter en vue de faciliter leur retour à la terre sous forme d'amendements organiques. La méthanisation s'inscrit parfaitement dans ce schéma tout en ayant l'avantage de produire de l'énergie renouvelable ;
- **autonomie énergétique et maîtrise du coût de l'énergie** ; le biogaz constitue une énergie facilement stockable (gazomètre du digesteur, bouteilles de gaz, réseau de gaz), flexible, qui permet une production stable et prédictible sur court ou long terme. De plus, l'énergie produite grâce au biogaz est la seule énergie renouvelable valorisée sous forme multiple en remplacement du pétrole, du gaz naturel, du fioul, du nucléaire ;
- **avantage agronomique de la méthanisation** ; le digestat issu de la méthanisation a une excellente qualité agronomique, meilleure que celle des matières non méthanisées ; les éléments fertilisants sont sous forme minérale plus facilement assimilables par les plantes, ce qui améliore le rendement dans la plupart des cas. Le digestat intéresse donc fortement les agriculteurs parce qu'il évite des engrais azotés chimiques et a aussi une valeur amendante. Il présente aussi l'avantage d'être jusqu'à 98% moins odorant que la matière brute méthanisée. Les germes pathogènes sont réduits ainsi que les graines de mauvaises herbes.

2. L'unité de biométhanisation du site de Calais

Pour répondre dès aujourd'hui au plan départemental d'élimination des déchets, dont l'objectif est la valorisation de plus de 50 % des déchets collectés, le **SEVADEC** a entrepris la construction d'un ensemble d'infrastructures dont notamment une usine de biométhanisation (ou CVO pour « Centre de Valorisation Organique »).

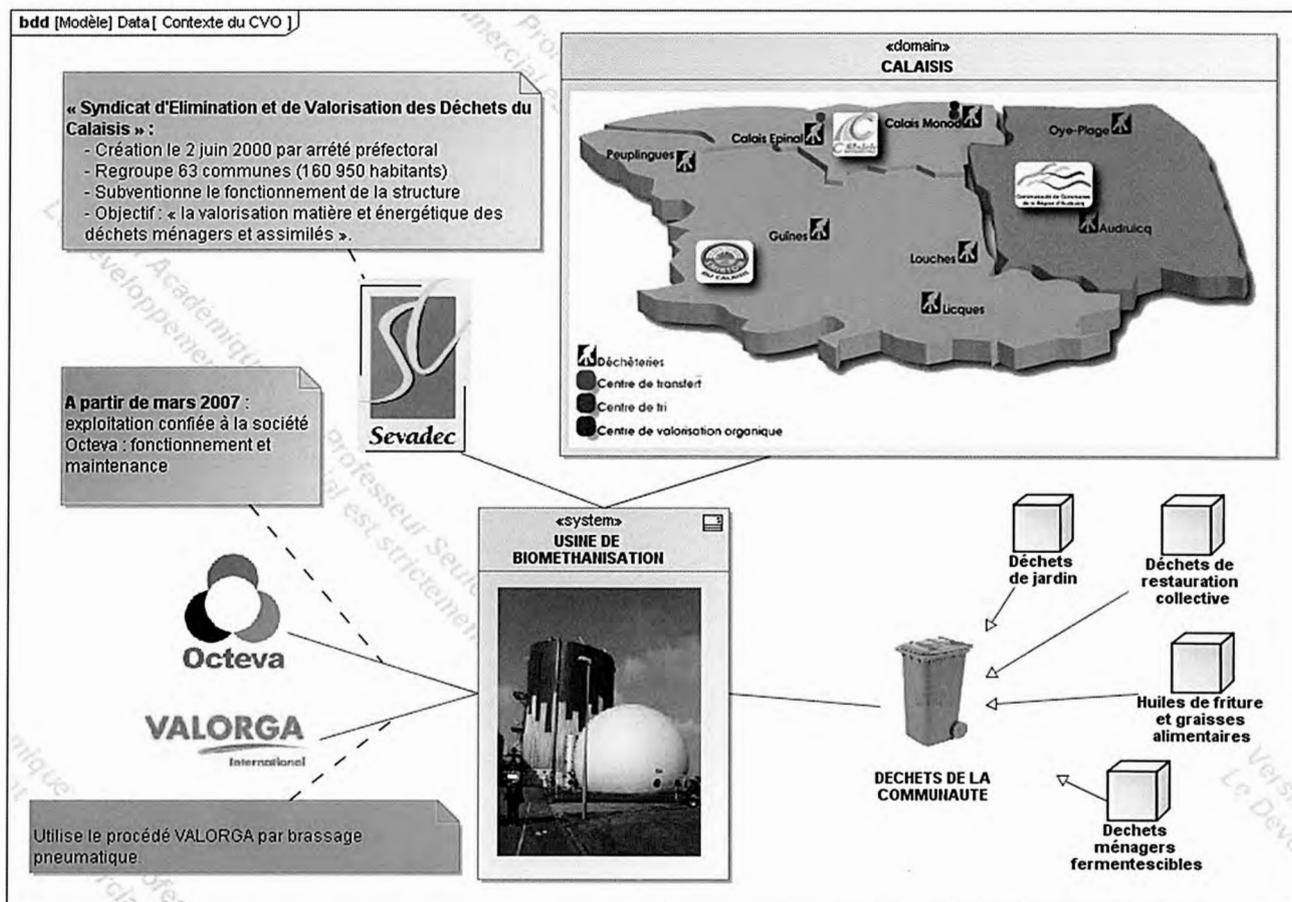


Diagramme de contexte du CVO de Calais

L'unité de biométhanisation de Calais utilise le procédé **VALORGA**, à savoir :

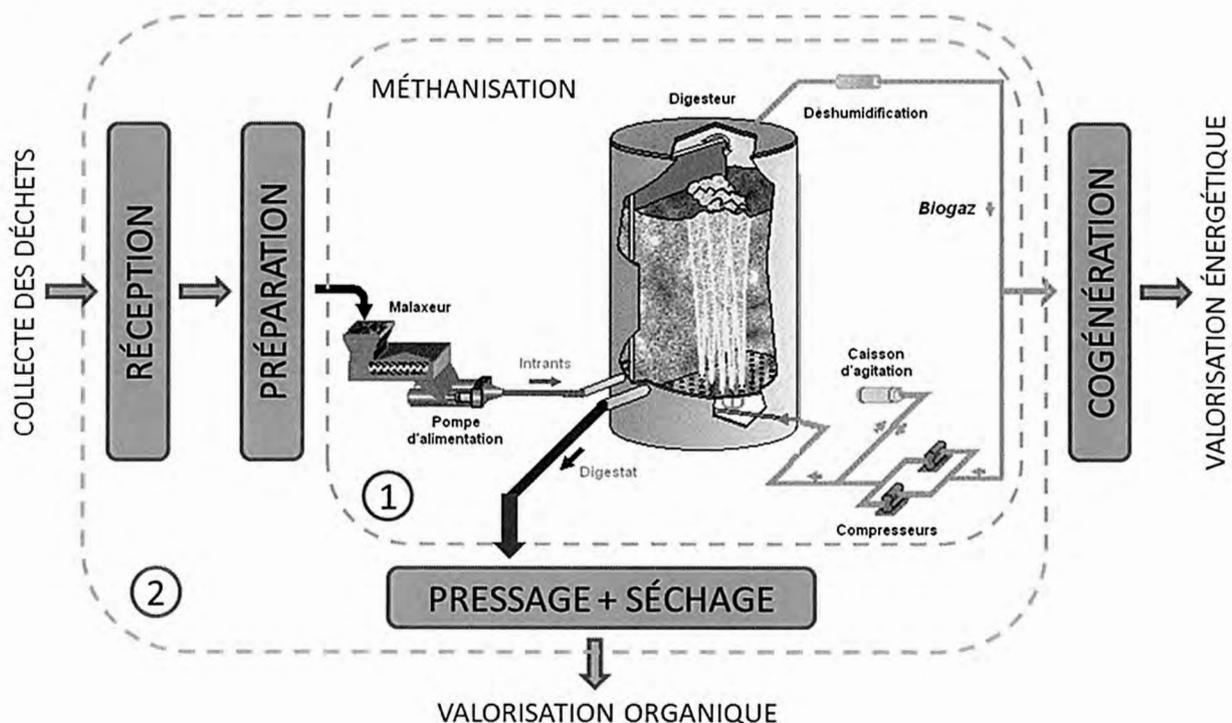
- **une digestion sèche** ; la digestion sèche est une technique qui permet de maintenir les résidus dans leur état d'origine sans d'importants ajouts d'eau. Elle se caractérise par une teneur en matière sèche entre 20 et 40%, ce qui confère au milieu de fermentation une consistance non pas sèche, mais pâteuse (ou semi-solide), avec une faible quantité d'eau libre. Le prétraitement nécessaire est simplement un criblage à une taille de l'ordre de 60 mm ;
- **une méthanisation thermophile** ; le processus de digestion anaérobique, pour se dérouler dans les meilleures conditions, peut se situer dans 2 gammes de température : 35-40°C (mésophile) et 50-55°C (thermophile). Le contrôle de la température au sein du digesteur doit donc être précis (système de mesure fiable et étalonné régulièrement), régulier et représentatif de l'ensemble du digesteur ;
- **un brassage pneumatique** ; une recirculation du biogaz produit dans le digesteur permet d'agiter la matière en digestion et, selon un cycle d'injection bien défini ainsi qu'une disposition adéquate des injecteurs, permet d'assurer la circulation de la matière durant 21 jours en moyenne (voir document technique DT3). Pour ce faire, les injecteurs sont orientés dans le sens du prochain secteur, afin de déplacer la matière de proche en proche, d'un secteur à l'autre.

Ce brassage est une condition nécessaire et indispensable au bon fonctionnement de l'unité de biométhanisation car il permet, en plus de créer un mouvement de circulation de la matière, de maintenir quasiment en permanence (par intermittence) la matière en mouvement, et donc :

- d'éviter la formation de mousses et de croûtes ;
- d'éviter la sédimentation, liée à une stagnation pendant un temps prolongé, pouvant générer des « zones mortes » dans la cuve ;
- de dégager les bulles de gaz, afin de les faire remonter à la surface et assurer ainsi une parfaite homogénéité de la matière.

De plus, c'est lui qui constitue l'apport énergétique nécessaire pour compenser les déperditions thermiques dans le digesteur.

L'avantage du système VALORGA réside en l'**absence de pièces mécaniques en mouvement** à l'intérieur du digesteur. En effet, les procédés mécaniques subissent une usure forte en raison des micro-éléments abrasifs contenus dans la matière. Leur changement implique un arrêt de l'équipement, l'ouverture du digesteur, voire sa vidange, ce qui peut représenter un arrêt maintenance d'au moins 3 mois.



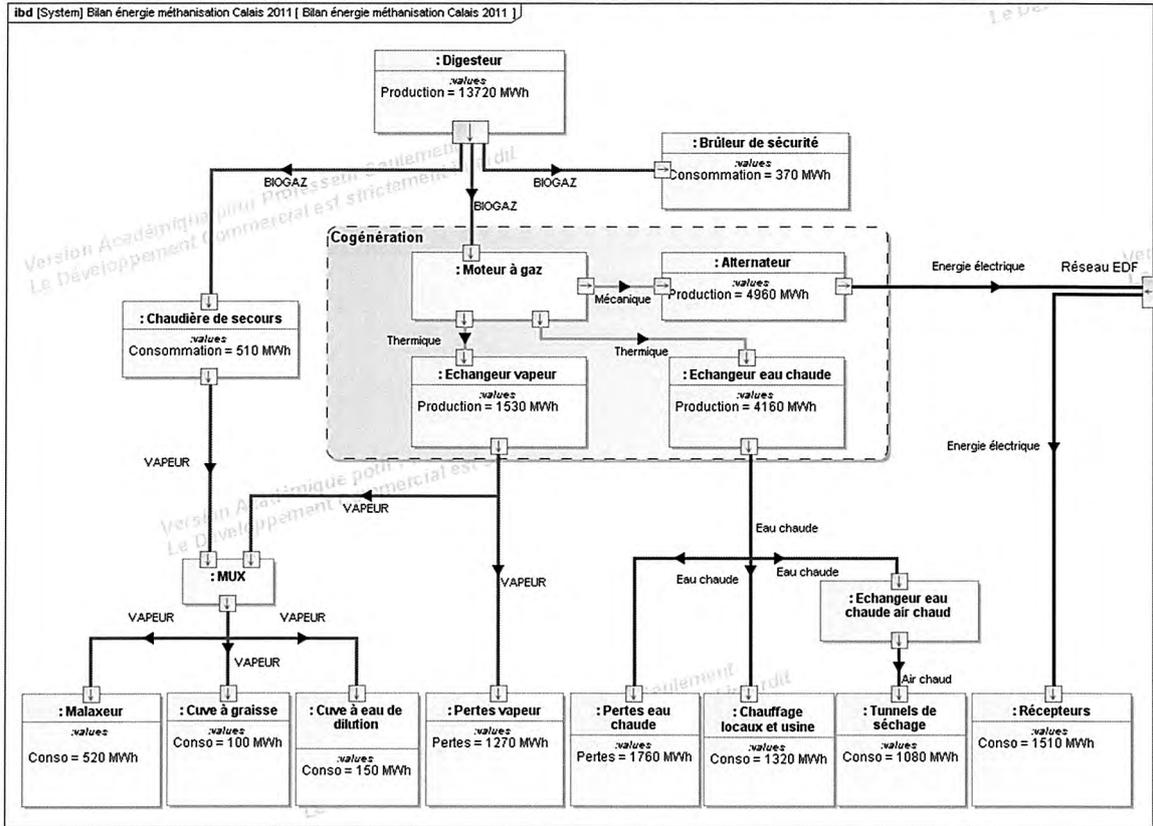
Synoptique général du CVO avec mise en évidence des frontières de chaque étude

L'usine de biométhanisation étant très complexe à traiter dans sa globalité, son étude se limitera à :

- l'évaluation de la consommation énergétique propre au fonctionnement de la méthanisation (partie 1) ;
- l'étude des perturbations engendrées sur le réseau électrique, liées aux nombreux récepteurs présents dans l'usine, et les solutions mises en place pour y remédier (partie 2).

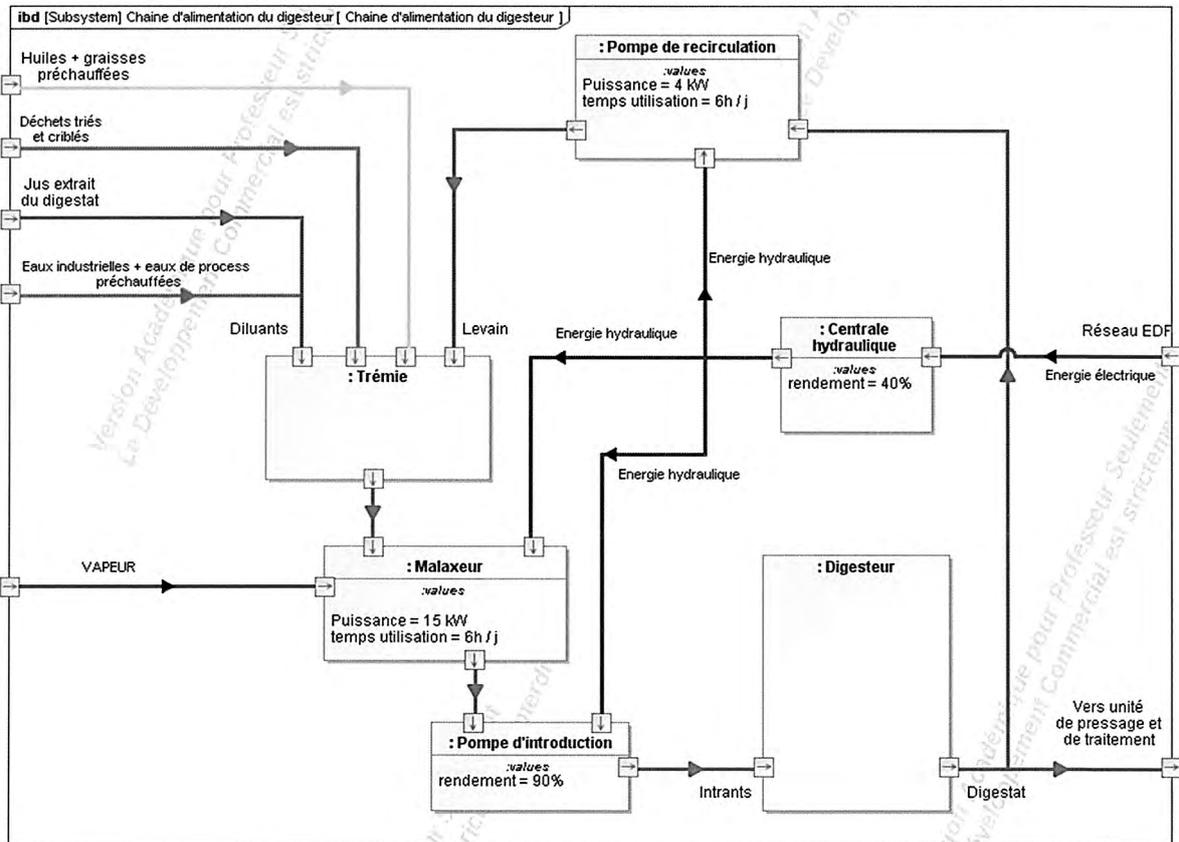
Document Technique DT1

Bilan énergétique de l'unité de biométhanisation de Calais en 2011



Document Technique DT2

Diagramme de blocs internes de la chaîne d'alimentation du digesteur



Document Technique DT3

Fiche technique du digesteur du Sevadec.

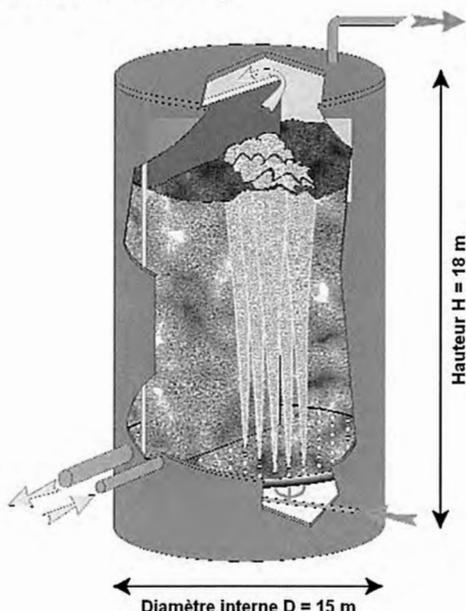
Type de déchets entrants

En 2011, le site de méthanisation a pris en charge **25 993 tonnes** de déchets :

- 22 193 tonnes de déchets fermentescibles et déchets verts ;
- 1 477 tonnes d'huiles alimentaires ;
- 2 322 tonnes de déchets tiers.

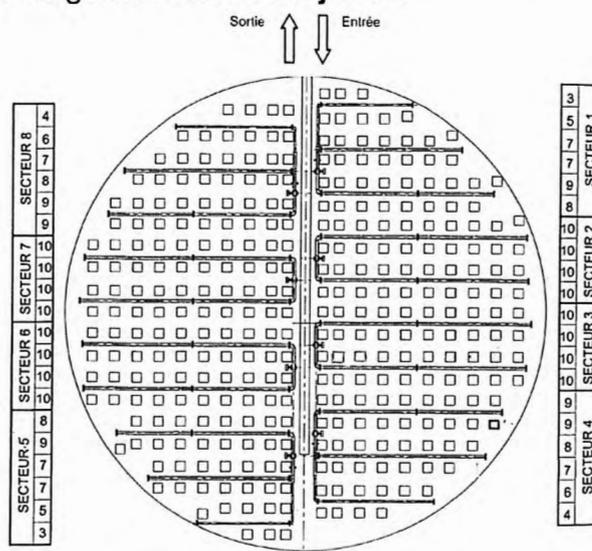
Type de digesteur

La matière est introduite par une pompe à pistons dans le digesteur, cuve verticale cylindrique en béton armé (d'épaisseur 30 cm) d'un volume de **3 100 m³**. L'isolation de la cuve est assurée par une couche isolante de 10 cm. Ce digesteur utilise le procédé VALORGA, fonctionnant en mode thermophile (**55 °C**), avec **30 %** de matière sèche (procédé dit « sec »).



Une paroi médiane verticale sépare le digesteur sur environ les 2/3 de son diamètre. La matière est introduite, par une pompe d'introduction, et extraite, par gravitation, à la base du digesteur de chaque côté de cette paroi. Elle est agitée grâce à la réinjection périodique et cyclique d'une partie du biogaz produit. 8 secteurs comportant chacun environ 40 injecteurs se relaient pour des injections se déroulant toutes les 5 à 10 minutes, créant ainsi un brassage pneumatique de

la matière en digestion. Le temps moyen de digestion est de **21 jours**.



Plan de masse des injecteurs - Source : OCTEVA

Une part du digestat (appelée « levain ») recircule, fournissant l'apport nécessaire en bactéries à la matière introduite.

Valorisation du biogaz

Le biogaz produit est collecté en partie haute du digesteur, pour être séché et filtré.

Une partie du biogaz passe par 2 compresseurs (fonctionnant en alternance) pour alimenter le système d'agitation du digesteur, fonctionnant entre 5 et 7 bar.

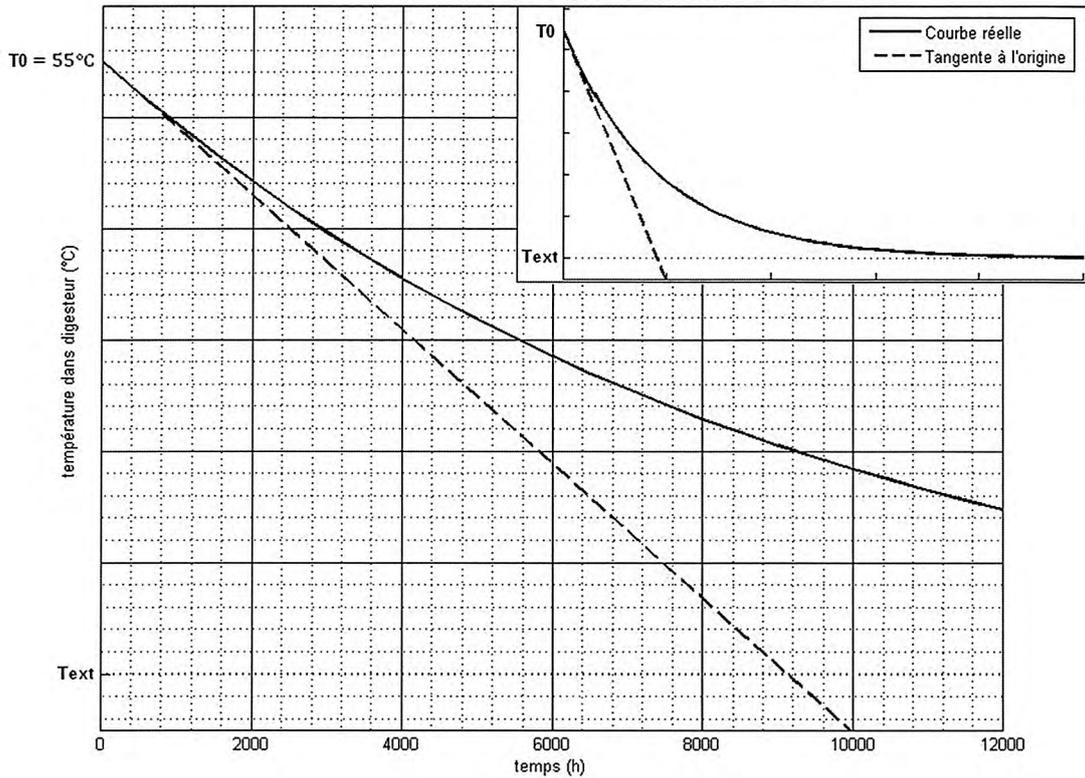


Digesteur et gazomètre - Source: OCTEVA

Un gazomètre, bûche souple double enveloppe de 570 m³ permet le stockage tampon du biogaz à 25 mbar.

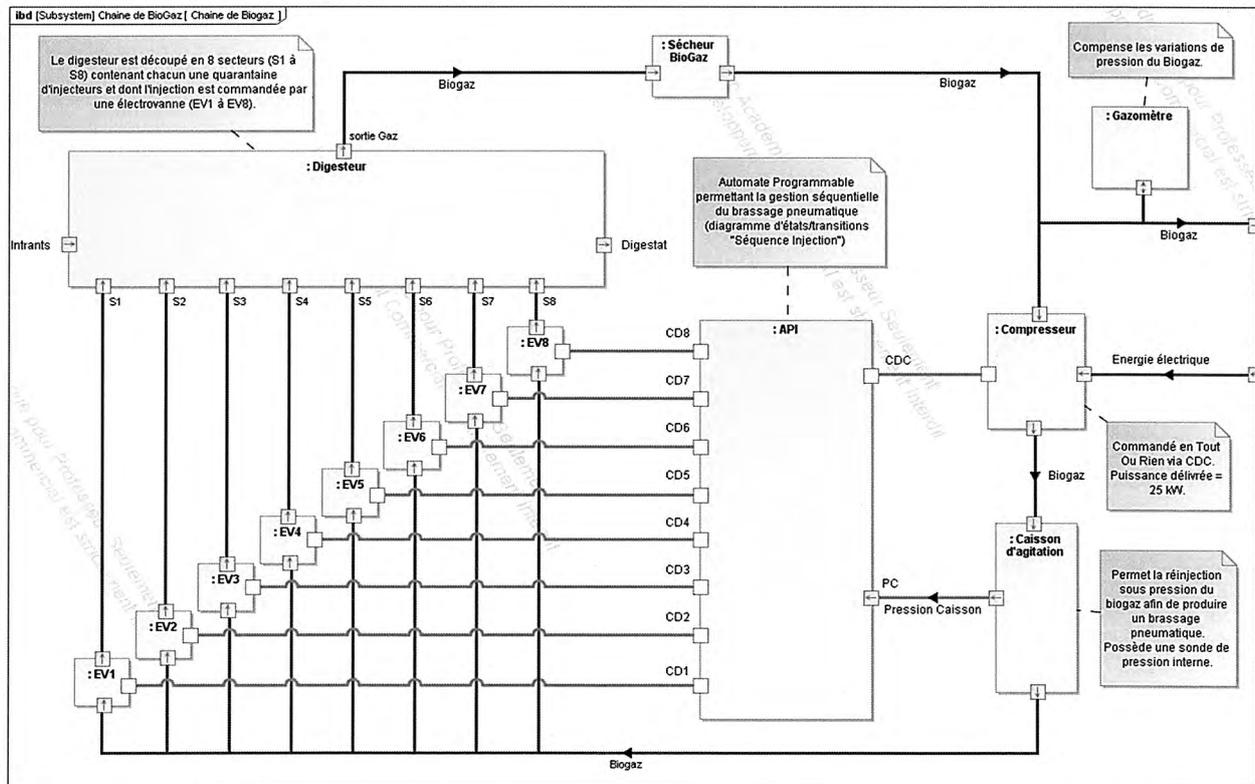
Document Technique DT4

Dépensements thermiques dans le digesteur obtenues par simulation



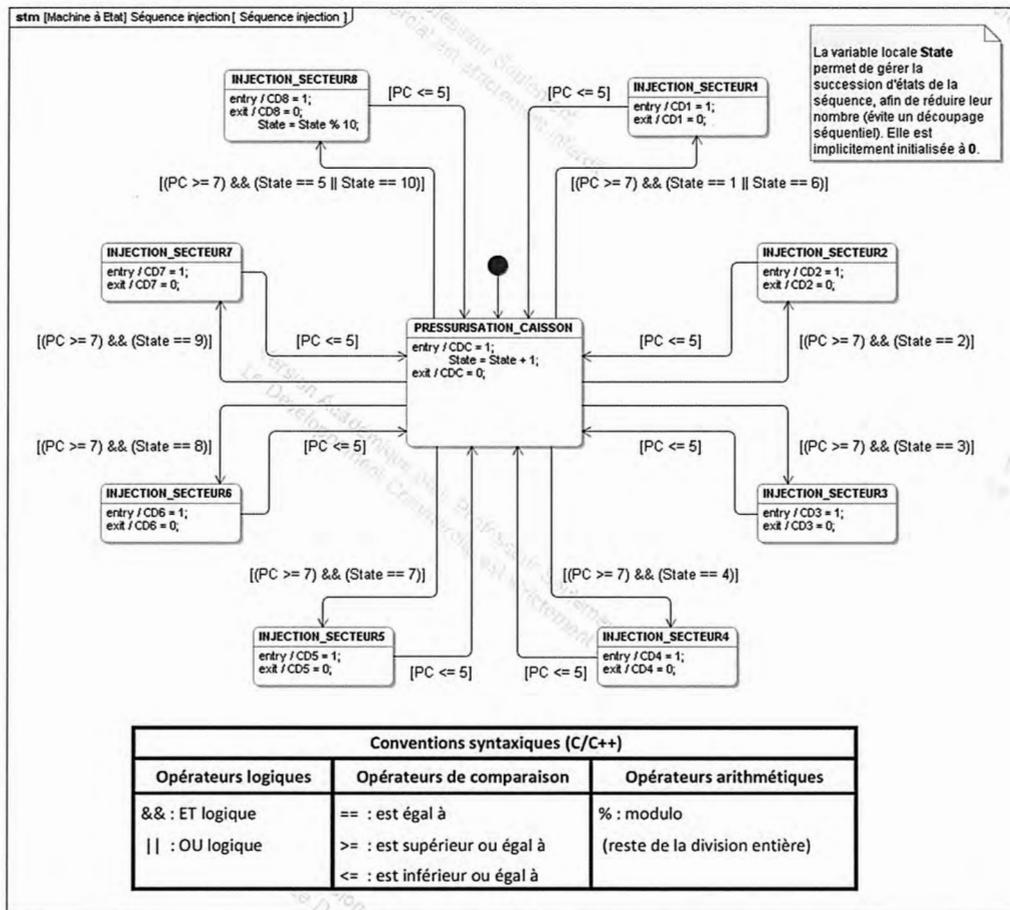
Document Technique DT5

Diagramme de blocs internes de la chaîne de biogaz



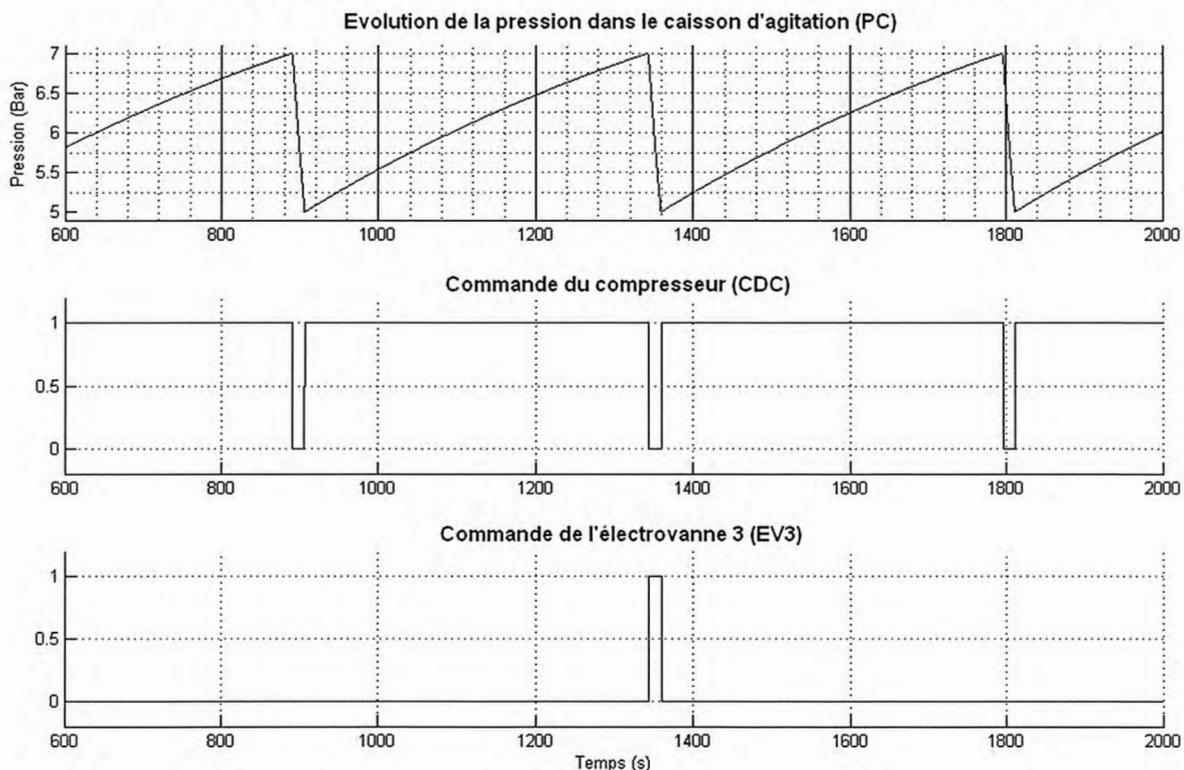
Document Technique DT6

Diagramme d'états/transitions de la séquence d'injections



Document Technique DT7

Chronogrammes partiels obtenus durant une séquence d'injections



Document Technique DT8

puissance assignée (kVA)	50	100	160	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500
tension assignée	primaire 15 ou 20 kV													
	secondaire à vide 410 V entre phases, 237 entre phases et neutre													
niveau d'isolement assigné au primaire	17,5 kV pour 15 kV, 24 kV pour 20 kV													
réglage (hors tension)	± 2,5% et/ou ± 5%													
couplage	Yzn 11 (version 50 kVA uniquement), Dyn 11													
tension de court-circuit (%)	4	4	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	6
Minera standard														
pertes (W)	à vide													
standard	dûes à la charge à 75 °C													
courant à vide (%)	1	1	1,5	2,6	2,5	2,3	2,2	2,0	1,6	1,5	1,3	1,1	1,1	1,0
courant d'enclenchement	le/In valeur crête													
	constante de temps													
chute de tension à pleine charge (%)	cos φ = 1													
	cos φ = 0,8													
rendement	charge cos φ = 1													
	100% cos φ = 0,8													
	charge cos φ = 1													
	75 % cos φ = 0,8													
bruit dB (A) (2)	puissance acoust. LWA													
	pression acoust. LpA à 1 m													

Document Schneider

Document Technique DT9

Protection contre les risques de résonance

La connaissance du type d'installation (nature de la charge) est un élément fondamental pour la définition du choix d'une batterie de compensation. Les condensateurs ayant par définition une impédance faible leur utilisation en milieu perturbé nécessite certaines précautions. Sont considérés comme perturbateurs des générateurs d'harmoniques ou systèmes d'électroniques de puissance tels que : variateurs de vitesse, convertisseurs de fréquence, redresseurs ou tout autre système de charge dit non linéaire.

Préconisations d'utilisation

• **Gamme ha :** réseau propre, ne présentant pas de perturbation
Exemple : industrie avec force motrice classique sans variation de charge.

• **Gamme hb :** Réseau moyennement perturbé
Exemple : supermarché, industrie avec force motrice mixte (classique – asservissement par système électronique).

• **Gamme hc :** Réseau fortement perturbé
Exemple : industrie avec prédominance de force motrice à système électronique, présence d'harmonique de rang 5 et plus.

• **Gamme hd :** Réseau très fortement perturbé
Exemple : application avec charges monophasées essentiellement, présence d'harmonique de rang 3 en majorité (poste à souder, informatique)

GAMME HA

Puissance (kVAR)	Courant nominal (A) sous 400 V	Puissance (kVAR)	Courant nominal (A) sous 400 V
220	318	605	873
240	346	660	953
275	397	715	1032
300	433	770	1111
330	476	825	1191
360	520	880	1270
385	556	935	1350
400	577	990	1429
440	635	1045	1508
495	714	1100	1588
550	794		

GAMME HB

Puissance (kVAR)	Courant nominal (A) sous 400 V	Puissance (kVAR)	Courant nominal (A) sous 400 V
165	238	495	714
206,3	298	536,3	774
247,5	357	577,5	834
288,8	417	618,8	893
300	433	660	953
330	476	701,3	1012
371,5	536	742,5	1072
412,5	596	783,8	1131
453,5	655	825	1191

GAMME HC

Puissance (kVAR)	Courant nominal (A) sous 400 V	Puissance (kVAR)	Courant nominal (A) sous 400 V
25	36	400	577
50	72	450	650
75	108	500	722
100	144	550	794
125	181	600	866
150	217	650	938
175	253	700	1010
200	289	750	1083
250	361	800	1155
300	433	850	1227
350	505	900	1299

GAMME HD

Puissance (kVAR)	Courant nominal (A) sous 400 V	Puissance (kVAR)	Courant nominal (A) sous 400 V
20	29	240	346
40	58	280	404
60	87	320	462
80	115	360	520
100	144	400	577
120	173	440	635
140	202	480	693
160	231	560	808
180	260	640	924
200	289	720	1039
220	318		

Partie 1. Étude du digesteur

L'objectif de cette étude porte sur l'évaluation de l'énergie consommée nécessaire au bon fonctionnement de l'unité de biométhanisation.

Paramètres de bon fonctionnement :

- maintenir une température homogène proche des 55°C dans le digesteur ;
- assurer un brassage permanent et régulier ;
- assurer l'introduction de la matière dans le digesteur à la pression nécessaire.

Au final un bilan énergétique global du procédé de méthanisation sera établi.

1. Caractérisation des déperditions thermiques du digesteur

L'objectif de cette partie est de modéliser les transferts thermiques entre le digesteur et l'environnement extérieur afin d'obtenir l'équation d'état des déperditions thermiques au sein de la matière en digestion (la deuxième partie permettra d'évaluer quantitativement ces transferts).

L'étude porte donc sur :

- la modélisation des transferts thermiques entre le digesteur et l'environnement extérieur (étude en régime permanent) ;
- l'obtention de l'équation d'état des déperditions thermiques (étude en régime variable).

1.1. Modélisation statique des transferts thermiques

L'enceinte du digesteur étant cylindrique, il est possible d'établir un modèle équivalent de type mur multicouche afin de simplifier le modèle.

Dans cette partie, de par les faibles gradients de température rencontrés a priori, on se placera en régime de conduction permanente (flux thermique constant).

On rappelle que le flux thermique ϕ (en W) à travers un mur monocouche de surface latérale S (en m²), d'épaisseur e (en m) et de conductivité thermique λ (en W·m⁻¹·K⁻¹) est donné par la relation suivante :

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot S}{e} (T_1 - T_2) \quad (\text{équation 1})$$

où T_1 et T_2 sont les températures (en K) aux interfaces de la paroi (voir figure 1).

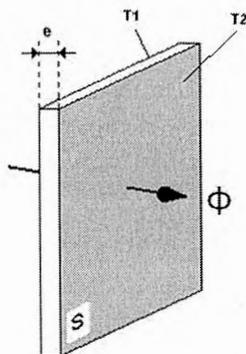


Figure 1 : flux thermique à travers un mur monocouche

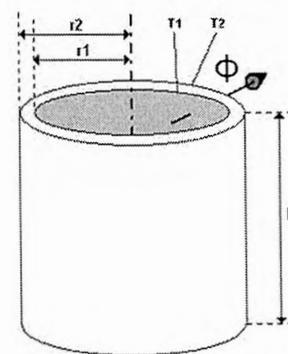


Figure 2 : flux thermique à travers un cylindre creux

Cette même équation peut se symboliser par sa résistance thermique R_{th} , par analogie avec une résistance électrique :

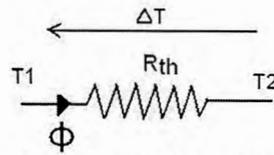


Figure 3 : représentation symbolique d'un flux thermique par sa résistance thermique

Question 1 Donner l'expression de la résistance thermique R_{th} en fonction de e , et S . Donner son unité.

1.1.1. Simplification de la géométrie

Le flux thermique radial traversant un cylindre creux en régime permanent est donné par la relation suivante :

$$\Phi = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot H}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} (T_1 - T_2) \quad (\text{équation 2})$$

r_1 et r_2 sont respectivement les diamètres internes et externes du cylindre, en m (voir figure 2).

Question 2 Dans le cas du digesteur, en ne considérant dans un premier temps que l'épaisseur de béton sans isolant, **montrer** qu'au vu de ses dimensions (voir document technique DT3) cette équation peut se simplifier et se mettre sous la forme de l'équation 1 ; avec comme surface équivalente S_p la surface intérieure du cylindre et e l'épaisseur de béton (rappel : pour $x \ll 1$, $\ln(1 + x) = x$).

Au vu de ce résultat, et en considérant que cette approche est valable tant pour un mur monocouche que multicouche (la simplification est toujours valable en considérant maintenant l'épaisseur cumulée de béton et d'isolant), on obtient les schémas équivalents suivants, où tous les flux sont dirigés parallèlement au plan de coupe :

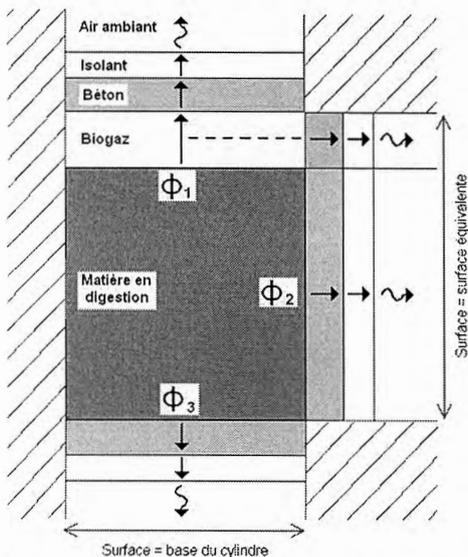


Figure 4 : schéma des flux de conductions et convections surfaciques

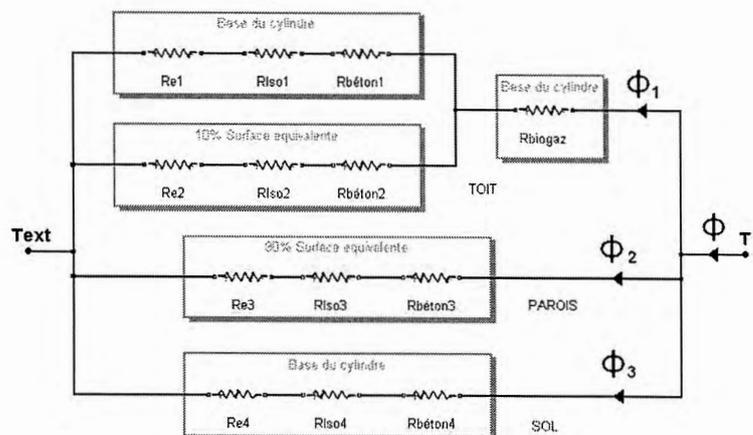


Figure 5 : schéma électrique équivalent (les encadrés précisent les surfaces d'échanges).

où :

- **la matière en digestion** intervient en tant que capacité thermique (on fait l'hypothèse d'une température homogène dans toute la matière), caractérisée par sa masse m_{dig} , sa capacité calorifique massique C_{dig} et sa température interne T ;
- **le biogaz** est vu comme un matériau purement conducteur (les mouvements de convection sont négligés car la pression et la température sont quasi constantes dans le digesteur), de conductivité thermique λ_{biogaz} , échangeant par conduction avec la matière en digestion à travers la surface de base du cylindre (on considère alors une épaisseur e_{biogaz} égale à la hauteur du volume de biogaz dans le cylindre). Les échanges par conduction avec le béton s'effectuent à travers 2 surfaces : par le toit (base du cylindre) et par les parois (10 % de la surface équivalente aux parois S_p , puisque le volume de biogaz occupe 10 % du cylindre) ;
- **le béton et l'isolant** sont le siège de transferts par conduction thermique (conductivités thermiques $\lambda_{béton}$ et λ_{iso}) à travers les différentes surfaces rencontrées (on considère la matière en digestion directement en contact avec la paroi de béton : aucun mouvement de convection surfacique interne) ;
- **l'air extérieur** génère des phénomènes de convection surfacique sur la paroi extérieure, équivalents à une résistance thermique surfacique externe R_{SE} , et possède une température T_{ext} constante.

Remarque : on fait l'hypothèse simplificatrice que le même flux ϕ_1 traverse des surfaces différentes entre l'entrée dans le biogaz et sa sortie dans le béton, ce qui correspond au cas le plus défavorable. En effet, en réalité, de par la géométrie du digesteur autour du biogaz, il faudrait appliquer un facteur de forme inférieur à 1 pour le calcul du flux, ce qui sort du cadre de cette étude. La conduction dans les coins (ponts thermiques), relevant aussi d'un facteur de forme, encore plus petit, est négligée.

On appellera par la suite S_d la surface du disque constituée par la base du cylindre.

1.1.2. Simplification du schéma électrique équivalent

Soit deux résistances thermiques R_1 et R_2 d'un même matériau, de mêmes épaisseurs, traversées respectivement par 2 flux ϕ_1 et ϕ_2 à travers 2 surfaces S_1 et S_2 (voir figure 6).

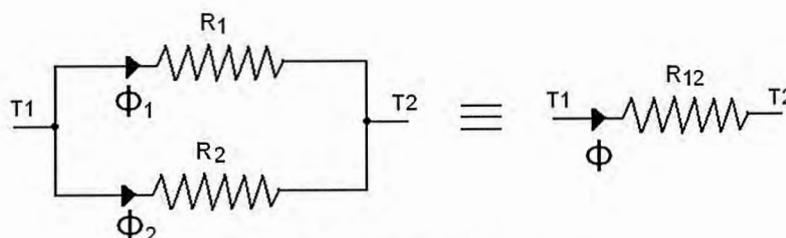


Figure 6 : résistances en parallèle

Question 3 Montrer que ce schéma est équivalent à une résistance thermique de ce même matériau, de même épaisseur, à travers une surface $S = S_1 + S_2$.

En utilisant ce résultat, le schéma électrique équivalent peut se simplifier en ne faisant plus apparaître que 2 branches (voir figure 7).

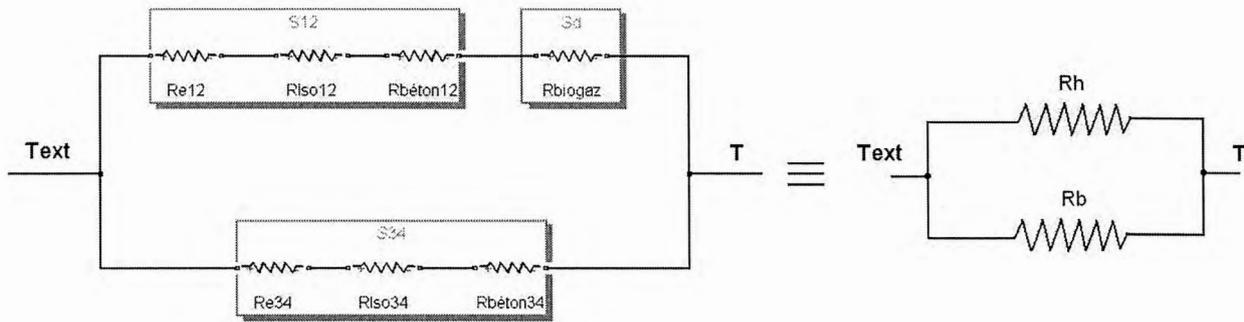


Figure 7 : schéma électrique simplifié

Question 4 Donner l'expression littérale des surfaces équivalentes S_{12} et S_{34} , en fonction de S_d et S_p .

R_h et R_b sont respectivement les résistances séries équivalentes de la branche du haut et du bas (voir figure 7).

Les différentes conductivités thermiques nécessaires, ainsi que la résistance thermique surfacique des phénomènes de convection avec l'air extérieur sur les parois, sont données ci-dessous :

- $\lambda_{béton} = 1,75 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- $\lambda_{isolant} = 0,036 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ (polystyrène expansé) ;
- $\lambda_{biogaz} = 0,0304 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ à 55°C (60% CH_4 + 40% CO_2) ;
- $R_{SE} = 0,04 \text{ m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$ (\forall orientation du mur).

Question 5 Donner l'expression littérale des résistances thermiques R_h et R_b en fonction des différentes résistances thermiques concernées, puis en fonction des différentes épaisseurs ($e_{béton}$, $e_{isolant}$ et/ou e_{biogaz}), conductivité thermiques ($\lambda_{béton}$, $\lambda_{isolant}$ et/ou λ_{biogaz}), de la résistance surfacique externe R_{SE} et des surfaces S_d et S_p . À l'aide du document technique DT3, **effectuer** les applications numériques pour ces 2 résistances.

1.1.3. Interprétation des premiers résultats

La résistance R_h est la résistance équivalente à tous les transferts thermiques de la matière en digestion à travers le biogaz, puis à travers les parois hautes et le toit.

La résistance R_b est celle équivalente à tous les transferts thermiques de la matière en digestion à travers les parois et le sol.

Question 6 Au vu des valeurs numériques obtenues, **déterminer** où vont se situer principalement les déperditions thermiques.

Question 7 Si la résistance R_h correspondait à une couche d'isolant en polystyrène expansé, située au-dessus du digesteur, **calculer** alors son épaisseur.

Question 8 **Conclure** quant au comportement thermique du volume de biogaz. Cela était-il prévisible ? **Justifier**.

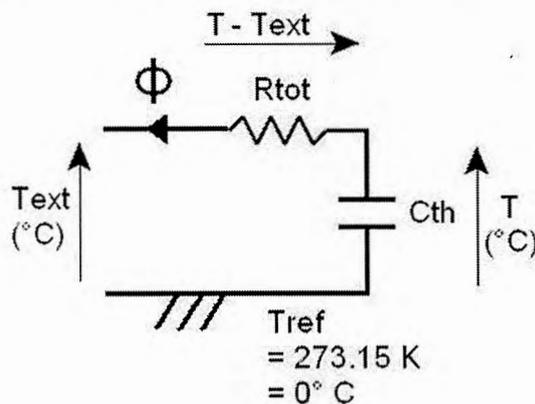
Finalement, l'ensemble Biogaz + digesteur est équivalent à une résistance thermique R_{tot} .

Question 9 Donner l'expression littérale de R_{tot} en fonction de R_h et R_b . Au vu des valeurs de R_h et R_b , **simplifier** l'expression de R_{tot} et donner sa valeur.

1.2. Étude en régime variable

L'objectif est de compléter le modèle afin d'obtenir l'équation d'état de la température au sein de la matière en digestion, et par la suite l'équation d'état de ses déperditions thermiques.

La matière étant caractérisée par sa capacité thermique, nous pouvons maintenant modéliser l'**ensemble digesteur + matière en digestion** par son équivalent électrique :



Analogies électrique – thermique :

U (V)	→	T (°C)
I (A)	→	(W)
R (Ω)	→	R_{th} (K·W ⁻¹)
C (F)	→	C_{th} (Wh·K ⁻¹)
q (C)	→	Q (Wh)

Figure 8 : Schéma électrique équivalent en régime variable

Dans ce modèle, toutes les températures sont maintenant exprimées en °C (car la référence de température est prise à 0 °C = 273,15 K) et où C_{th} symbolise la capacité thermique de la matière en digestion.

Ce réseau se résout comme un réseau électrique classique en considérant les analogies électriques représentées sur le schéma (figure 8).

Question 10 Établir les équations temporelles de ce réseau et **montrer** que la température T vérifie l'équation suivante :

$$T + \tau \frac{dT}{dt} = T_{ext} \quad (\text{équation 3})$$

Donner l'expression littérale de τ en fonction de R_{tot} et C_{th} .

Un relevé théorique de la solution de cette équation est donné dans le document technique DT4.

Question 11 À l'aide du document technique DT4 (éventuellement par le calcul), **donner** la valeur de τ (arrondir à la centaine d'heure près). **Justifier** votre mesure.

Sachant que les déperditions sont compensées régulièrement chaque jour, il est possible d'approximer la courbe des déperditions par la droite tangente à l'origine.

Question 12 À l'aide du document technique DT4, **déterminer** l'équation de T (°C) en fonction de t (en h), τ , T_0 et T_{ext} .

Question 13 Pour avoir un premier ordre de grandeur, **calculer** la chute de température de la matière en digestion durant une journée, pour une température extérieure de -20°C (cas extrême). **Conclure** quant à l'utilité d'une régulation de température.

Question 14 **Exprimer** l'énergie thermique Q (en Wh) emmagasinée par la matière en digestion, en fonction de C_{th} et de T . **En déduire** l'énergie perdue $\Delta Q(t)$, différence d'énergie entre les températures $T(0)$ et $T(t)$, en fonction de C_{th} , T_0 et $T(t)$.

Question 15 **Démontrer** finalement que l'énergie perdue $\Delta Q(t)$ par la matière en digestion peut se mettre sous la forme

$$\Delta Q(t) = \frac{(T_0 - T_{ext})}{R_{tot}} t \quad (\text{équation 4})$$

2. Étude du brassage pneumatique

Outre le fait de créer le brassage de la matière en digestion, OCTEVA assure que seule cette réinjection de biogaz apporte l'énergie nécessaire au maintien en température du digesteur (agitation de la matière + biogaz réinjecté à température supérieure à 55°C).

L'objectif de cette étude est :

- *d'évaluer le temps durant lequel les déperditions thermiques se produisent en analysant le brassage à partir du cycle de compression/injection ;*
- *de quantifier les déperditions thermiques et d'effectuer le bilan énergétique du maintien en température du digesteur.*

2.1. Étude du cycle de compression/injection

Question 16 À l'aide des documents techniques DT5 et DT6, **identifier** la séquence des secteurs injectés durant un cycle (10 injections par cycle).