NOUVELLES ANALYSES DE L'ENQUÊTE PISA 2012 EN MATHÉMATIQUES

Un autre regard sur les résultats

Éric Roditi
Sorbonne Paris Cité, université Paris Descartes, laboratoire EDA (Éducation Discours Apprentissages)

Franck Salles
MENESR-DEPP, bureau de l'évaluation des élèves

Les enquêtes PISA visent un suivi des acquis scolaires des élèves de 15 ans. En ce qui concerne ceux de la culture mathématique, le choix de l'OCDE est d'évaluer des compétences, c'est-à-dire des capacités à mobiliser ses connaissances pour résoudre un problème en lien avec une situation de la vie réelle. Un regard didactique porté sur l'évaluation de 2012 montre que les classifications utilisées par l'OCDE ne permettent ni de recenser précisément les connaissances acquises des élèves ni d'estimer le niveau d'acquisition de ces connaissances.
Les auteurs proposent ici une nouvelle classification des items permettant de distinguer différents niveaux d'utilisation des connaissances mathématiques pour résoudre les problèmes proposés. Ils cherchent ainsi à mieux connaître les acquis des élèves. La présentation de cette classification et de son intérêt s'appuie sur l'analyse de quelques exemples extraits de PISA 2012.
Une étude complète de l'ensemble des items PISA 2012 à l'aune de cette nouvelle classification est ensuite proposée. Elle confirme la pertinence de la classification, notamment par une mise en lien du niveau d'exigence des items et de la réussite des élèves à ces items.
Puis les auteurs procèdent à un examen particulier du cas de la France. En s'appuyant sur cette même classification, ils enrichissent et nuancent les résultats de l'OCDE concernant les inégalités de performances des élèves selon le sexe, l'origine sociale ou le retard scolaire. Leurs analyses montrent notamment que les filles sont d'autant plus pénalisées que les tâches leur demandent de l'initiative, et que les difficultés des élèves en retard scolaire ou de milieu populaire ne sont pas accrues lorsque les activités attendues d'eux sont plus exigeantes.

Les enquêtes PISA (programme international pour le suivi des acquis des élèves) visent à mettre en lumière ce que les élèves de 15 ans ont appris à l'école, avec quelles différences suivant les pays participants comme au sein de chacun d'entre eux. Ces enquêtes conduisent à un classement international, mais pas seulement. Elles visent aussi à rendre compte du niveau atteint par les élèves les plus performants comme par les plus faibles, à pointer les inégalités d'acquis entre les filles et les garçons ou selon les catégories sociales. Les connaissances issues de PISA dépendent de ce qui est précisément mesuré. En mathématiques, par exemple, les élèves ne sont pas testés sur leur capacité à restituer leur connaissance des définitions, des notions ou des énoncés des règles. Ce sont leurs compétences qui sont évaluées, c'est-à-dire ce qu'ils mobilisent pour comprendre et résoudre un problème. Les organisateurs de PISA cherchent également à évaluer des compétences variées : les questions n'ont pas le même niveau de difficulté ; elles ne font pas appel aux mêmes processus psycho-cognitifs ; elles correspondent à des domaines mathématiques différents ; et elles sont posées dans des contextes diversifiés de la vie réelle.

Néanmoins, les analyses ne différencient pas, par exemple, les questions qui nécessitent l'application directe d'une règle mathématique de celles qui exigent une prise d'initiative. Une nouvelle catégorisation des items est proposée dans cet article ; elle distingue les compétences en fonction de différents niveaux concernant les activités mathématiques requises. Sur quelques items, des informations présentées dans le rapport de l'OCDE et des analyses auxquelles conduit cette nouvelle catégorisation sont mises en regard. Puis une étude des données concernant la France conduit à une réinterprétation des connaissances apportées par PISA quant aux difficultés en mathématiques, aux inégalités filles-garçons, à l'effet des différences sociales ou du retard scolaire sur les acquis en mathématiques.

COMMENT DÉCRIRE LES COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES DES ÉLÈVES DE 15 ANS ?

Piloté par l'OCDE (Organisation pour la coopération et le développement et économique), PISA fait référence, quant à l'évaluation des acquis des élèves, à la fin de la scolarité obligatoire. À travers l'opinion publique ou les décideurs, il influence les politiques éducatives de nombreux pays et notamment celle de la France depuis le début des années 2000. Ainsi peut en effet s'interpréter la conception et la mise en œuvre du socle commun des connaissances et des compétences de 2005. En 2012, comme pour la dernière fois en 2003, le domaine majeur de l'évaluation PISA fut la culture mathématique. Mais qu'évalue vraiment PISA en mathématiques ? Qu'est-ce que la culture mathématique et comment est-elle représentée dans les items du test ?

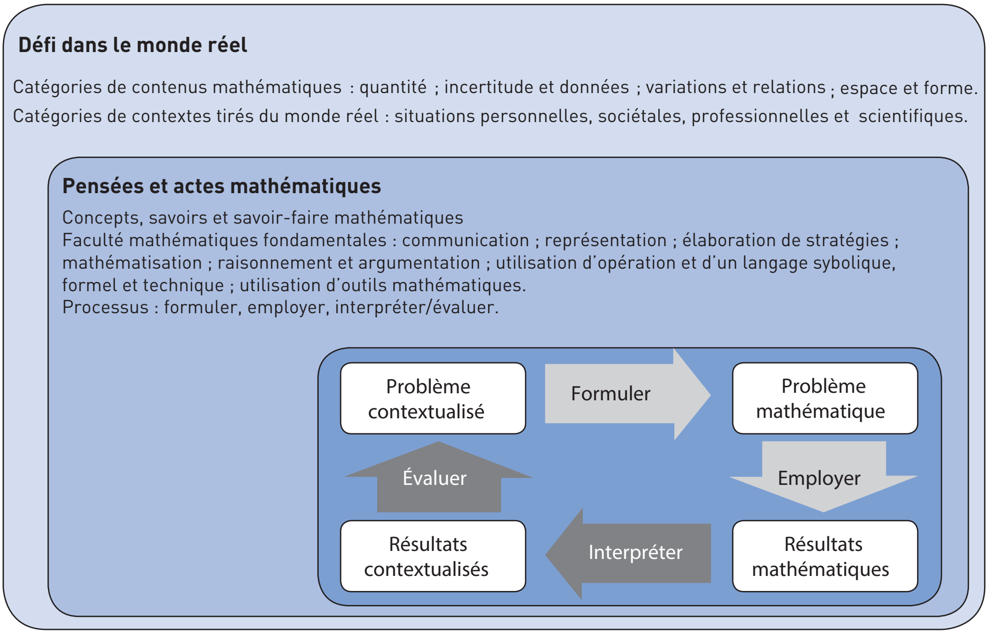
Dans cette première partie, nous nous attachons à répondre à ces questions. Nous décrivons les objectifs de l'OCDE et des concepteurs internationaux du test, puis nous proposons une étude nouvelle des items et des activités qu'ils conduisent à réaliser. Cette étude a été effectuée au sein de la DEPP (direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance) par un groupe d'experts de l'enseignement des mathématiques.

Cadre défini par l'OCDE pour l'évaluation de la culture mathématique
L'OCDE, à travers la documentation qu'elle publie sur PISA, énonce les principes directeurs du programme d'évaluation. En particulier, elle définit les connaissances que les élèves doivent mobiliser, les processus qu'ils doivent mettre en œuvre pour répondre aux questionnaires ainsi que les contextes dans lesquels leurs savoirs et savoir-faire sont évalués. Le cadre d'évaluation de la culture mathématique est fondé sur une approche psychologique de l'activité mathématique des élèves répondant aux items du test. Il a été élaboré pour l'OCDE conjointement par l'*Australian Council for Educational Research* (ACER) et par une organisation de recherche pédagogique basée aux États-Unis, *Achieve Inc*. [OCDE, 2013]. Indiquons-en les éléments essentiels à partir de quelques extraits de cette documentation.

> « L'enquête PISA se fonde sur une conception de l'évaluation des connaissances, des compétences et des attitudes qui reflète l'évolution des programmes d'enseignement : elle va au-delà des acquis purement scolaires et se concentre sur la mise en œuvre des savoirs et savoir-faire dans des tâches et des défis quotidiens, que ce soit en famille ou dans le monde du travail. […] L'enquête PISA cible des activités que les élèves âgés de 15 ans auront à accomplir dans l'avenir et cherche à identifier ce qu'ils sont capables de faire avec ce qu'ils ont appris […]. Les épreuves sont conçues à la lumière du dénominateur commun des programmes scolaires des pays participants, sans toutefois s'y cantonner. Elles servent à évaluer les connaissances des élèves, certes, mais aussi leur faculté de réflexion et leur capacité à appliquer leurs connaissances et leurs expériences dans des situations qui s'inspirent du monde réel. » [OCDE, 2013, p. 13]
> « La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à formuler, employer et interpréter des mathématiques dans un éventail de contextes, c'est-à-dire à raisonner en termes mathématiques et à utiliser des concepts, procédures, faits et outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Elle aide les individus à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde et à se comporter en citoyens constructifs, engagés et réfléchis, c'est-à-dire à poser des jugements et à prendre des décisions en toute connaissance de cause. » [OCDE, 2013, p. 27]

Afin de mesurer les acquis des élèves en mathématiques, retenons que l'OCDE catégorise les items suivant quatre grands domaines mathématiques (*quantité*, *incertitude et données*, *variations et relations*, *espace et forme*), suivant quatre types de contextes (*personnel*, *sociétal*, *professionnel, scientifique*) et suivant trois processus psycho-cognitifs en jeu dans la résolution d'un problème. Ces processus peuvent se décrire comme suit : *formuler* (mathématiser les situations de vie réelle), *employer* (travailler au sein du modèle mathématique) et *interpréter/évaluer* (mettre un résultat mathématique à l'épreuve d'une situation réelle). Ils sont considérés comme constitutifs d'un cycle [OCDE, 2013, p. 29] ▸ **Figure 1 p. 238**.
Les experts s'accordent pour penser qu'il ne serait toutefois pas pertinent de construire un dispositif d'évaluation portant, pour toutes les questions de ce dispositif, sur chacun des processus du cycle. Il est ainsi fréquent, dans les items de l'enquête PISA, que plusieurs d'entre eux soient déjà pris en charge dans l'énoncé

Figure 1 **Les catégories retenues par PISA pour classer des items**



Source : OCDE, 2013.

et que l'élève qui cherche à résoudre le problème n'en ait qu'un ou deux à mettre en œuvre [OCDE, 2013, p. 28].
Les références psychologiques qui ont conduit à définir les facultés mathématiques fondamentales comme les processus cognitifs confèrent à ces catégories une relative indépendance de la discipline mathématique. Cela correspond sans doute à une volonté de l'OCDE puisque PISA n'évalue jamais la capacité des élèves à appliquer une connaissance ou une technique mathématique isolément. Il convient à ce propos de remarquer une certaine évolution par rapport aux précédents cycles de l'évaluation. Le processus « *employer* » qui a été introduit dans PISA 2012 renouvelle le regard porté par l'OCDE sur les acquis des élèves dans leur utilisation des outils mathématiques : application de théorèmes, techniques de calcul arithmétique, algébrique, etc.

Ainsi, bien que tous les problèmes soient posés dans un contexte de vie réelle, ce dernier n'a pas toujours d'influence effective sur l'activité de l'élève. En outre, même lorsque l'élève doit « *formuler* » en langage mathématique la situation issue de ce contexte de la vie réelle et/ou « *interpréter/évaluer* » les résultats obtenus par rapport à ce contexte, il reste toujours une partie de l'activité de résolution qui consiste à « *employer* » des connaissances mathématiques. C'est donc la subdivision des étapes de la résolution du problème en différents items qui permet aux experts de PISA de classer chaque item dans une et une seule de ces trois catégories ; et ce classement témoigne, non pas d'une seule activité, mais plutôt de l'activité dominante. Il reste que tous les items ne sont pas équivalents quant au niveau de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques, et qu'ils ne reflètent donc pas le même niveau d'acquisition. C'est justement pour se donner les moyens de distinguer ces niveaux qu'une étude a été menée en 2013. D'autres études complémentaires avaient d'ailleurs déjà été menées, en France, après PISA 2003, pour étudier la correspondance entre les items du questionnaire et les pratiques usuelles d'enseignement en fonction des programmes scolaires en vigueur en France [Bodin, 2009].

Différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques dans les items de mathématiques de PISA 2012

L'étude complémentaire dont il est question a été réalisée par un groupe d'experts de la DEPP ; c'est elle en effet qui, en France, administre le test PISA. Le groupe était composé d'enseignants, de formateurs, d'inspecteurs académiques et généraux de l'Éducation nationale et d'un professeur des universités, didacticien des mathématiques[1]. Ce dernier et l'enseignant responsable du groupe sont les deux auteurs de cet article.

Les analyses produites se fondent sur des apports de la recherche en didactique des mathématiques ; elles s'appuient sur une classification différente des items du test et conduisent à des interprétations nouvelles des résultats de l'enquête PISA. Cette classification s'applique à tous les items du questionnaire. Elle repose sur une analyse de l'énoncé visant à déterminer la nature de la mise en fonctionnement des connaissances mathématiques nécessaires pour répondre à la question posée dans l'item. Elle est par conséquent indépendante des passations préalables qui permettent de déterminer la difficulté relative des items et leur pouvoir discriminant, en référence à la théorie de la réponse à l'item utilisée par les experts de PISA. Précisons enfin que depuis les années 1970, la recherche en didactique des mathématiques s'est développée en se dotant d'un corpus théorique et méthodologique spécifique afin d'étudier les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage de contenus mathématiques précis dans des institutions données [Brousseau, 1998 ; Chevallard, 1992 ; Vergnaud, 1990]. Les didacticiens se sont encore peu consacrés aux questions d'évaluation hormis pour l'analyse des productions d'élèves en situations scolaires afin de comprendre les conceptions que produit l'enseignement quant aux notions dont les recherches sont l'objet [Roditi, 2012]. De tels travaux ont par exemple mis en évidence différentes conceptions d'élèves, difficiles à faire évoluer, à propos des nombres décimaux, d'éléments d'algèbre élémentaire (la lettre, le signe d'égalité, etc.), de la symétrie orthogonale, etc.

Il est intéressant toutefois de tirer profit des travaux produits en didactique pour l'analyse de situations d'enseignement afin d'étudier des questions d'évaluation. Les items peuvent ainsi être différenciés selon deux premières catégories de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques : ceux pour lesquels la réponse repose uniquement sur la compréhension qualitative de contenus – concepts, théorèmes, etc. – sans réalisation de la part de l'élève, et ceux qui

1. En plus des auteurs, ont participé à ce groupe : A.-M. Camper (enseignante), A. Diger (IA-IPR), N. Grapin (formatrice), S. Herrero (enseignant), M.-C. Obert (IA-IPR), J. Yebbou (IGEN).

nécessitent effectivement la mise en œuvre d'une procédure reposant sur des contenus mathématiques. Les questions posées dans PISA émergent toujours de situations liées à la vie réelle. Les items de la première catégorie évaluent ainsi la compréhension d'un savoir mathématique en contexte, mais seulement en tant qu'objet, les élèves n'ayant pas à l'utiliser. Les items de la seconde catégorie évaluent, en revanche, l'acquisition de ces savoirs en tant qu'outils, c'est-à-dire la capacité à les mettre en œuvre pour résoudre un problème. Cette distinction entre les caractères *objet* et *outil* des savoirs mathématiques avait été effectuée par Douady [1986], didacticienne, pour rendre compte de la dynamique à l'œuvre lors de la construction de nouvelles connaissances mathématiques, ces deux caractères entretenant une relation dialectique au cours de l'activité.

Ainsi, certaines questions d'évaluation portent sur des contenus mathématiques pour attester de leur compréhension pour eux-mêmes ; elles visent le caractère *objet* de ces contenus. Il en va ainsi de nombreux exercices classiques d'entraînement de calcul numérique ou algébrique où les élèves attestent de leur capacité à effectuer une opération sans même que soit interrogée l'opportunité de poser cette opération dans un problème. Comme cela a déjà été expliqué, il n'y a pas d'items de la sorte dans PISA. Il y a, en revanche, des items qui portent sur le caractère *objet* d'un concept, et où les élèves doivent témoigner d'une compréhension de ce concept sans avoir à le mettre en œuvre, ce que certains auteurs appellent une *compréhension conceptuelle* [Kilpatrick, Swafford, Findel, 2001]. Ce serait le cas, par exemple, d'un item demandant si un enfant qui jette un dé qui est tombé sur « 6 » la première fois possède plus ou moins de chance d'obtenir « 6 » la deuxième fois. Sans demande de justification, aucune technique ou méthode n'est requise, il s'agit seulement d'exprimer par une réponse sa compréhension de l'indépendance des événements aléatoires. Les savoirs ainsi évalués dans PISA concernent souvent la probabilité, la notion de moyenne, les fonctions et les grandeurs. Nous avons réuni ces items dans une même catégorie appelée « compréhension qualitative de concepts » ou plus simplement « concept ».

D'autres questions évaluent le caractère *outil* des savoirs, l'élève doit alors mettre une connaissance mathématique en fonctionnement après s'être assuré de la pertinence de cette connaissance pour traiter la question posée dans le contexte indiqué. Nous distinguons ces mises en fonctionnement suivant qu'elles sont plus ou moins suggérées par l'énoncé, suivant aussi le degré d'initiative demandé à l'élève. Cela correspond en effet, selon nous, à différents niveaux d'acquisition des connaissances. En nous inspirant de travaux déjà effectués sur ce sujet en didactique [Robert, 1998], nous considérons trois niveaux de mise en fonctionnement des contenus mathématiques.

Le premier niveau est celui où l'élève effectue une tâche courante et obtient directement le résultat attendu par la mise en œuvre d'une procédure, souvent unique, qui est indiquée ou suggérée par l'énoncé, et dont les programmes scolaires permettent de penser qu'elle est automatisée pour les élèves. Dans les items PISA, de tels items conduisent généralement à l'application d'une propriété géométrique, d'une règle de calcul, d'une lecture graphique directe, etc. Il peut s'agir également d'une simple mise en lien de connaissances mathématiques avec le contexte de la situation. Les items correspondant à ce premier niveau de mise en fonctionnement sont regroupés dans une catégorie appelée « mise en fonctionnement directe d'une procédure » ou plus simplement « directe ».

Les items qui relèvent du second niveau nécessitent que l'élève adapte ou transforme l'énoncé – les données ou la question posée – avant d'appliquer ses connaissances. La transformation peut prendre la forme d'une transformation d'information : convertir, par exemple, une donnée dans une autre unité de mesure. Il peut s'agir d'un changement de point de vue sur des objets mathématiques ou sur une relation entre des objets : isoler, par exemple, une figure plane d'une figure de l'espace ; ou, ayant à établir que trois points sont alignés, considérer la droite qui passe par les deux premiers et montrer que le troisième appartient à cette droite. L'élève peut aussi avoir à changer de cadre [Douady, 1986] ou de registre de représentation [Duval, 1995] : passer, par exemple, dans le cadre graphique pour résoudre un problème numérique ; convertir une procédure indiquée dans le registre langagier en un calcul appartenant au registre numérique ou algébrique. Tous ces items ont été regroupés dans une catégorie appelée « mise en fonctionnement d'une procédure avec adaptation de l'énoncé » ou plus simplement « adaptation ».

Dans les items du troisième niveau, la mise en fonctionnement des contenus nécessite que l'élève, de manière autonome, introduise un ou plusieurs intermédiaires. Ils peuvent concerner le processus de résolution lui-même : décomposer une question en plusieurs étapes ; introduire une notation pour traiter le problème (par exemple en attribuant une lettre à différentes variables), etc. Il peut s'agir également d'intermédiaires ajoutés aux données : considérer une nouvelle variable combinant, par exemple, deux variables déjà explicitées dans un problème numérique ; utiliser un nouvel objet géométrique pour résoudre un problème, par exemple en considérant une droite ou un cercle qui n'apparaît pas dans l'énoncé ; introduire une fonction là où deux variables étaient indiquées avec une relation numérique les reliant, etc. Parce qu'il s'agit d'un intermédiaire qui n'est pas suggéré par l'énoncé, l'introduction correspond à une initiative de la part de l'élève ; elle est totalement à sa charge. Les items de ce type sont regroupés dans une catégorie appelée « mise en fonctionnement d'une procédure avec introduction d'intermédiaires » ou plus simplement « intermédiaires ».

La distinction de ces quatre catégories de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques, qui portent sur leur dimension *objet* comme sur leur dimension *outil*, conduit à poser un nouveau regard sur les items de PISA, ainsi que sur les résultats produits par ce programme.

APPORTS DE LA NOUVELLE CLASSIFICATION À L'ANALYSE D'UN ITEM DE MATHÉMATIQUES DE PISA 2012

Illustrons l'intérêt de cette nouvelle classification pour l'étude des items du questionnaire de culture mathématique de PISA 2012. Dans cette partie, nous proposons une analyse détaillée de quelques items rendus publics (les experts parlent d'items « libérés »). Dans la partie suivante, nous présentons une étude synthétique de l'ensemble des items du questionnaire. Précisons que l'analyse complète a été possible parce que le groupe d'experts de la DEPP a accès à l'ensemble des items du test, qu'ils soient libérés ou non.

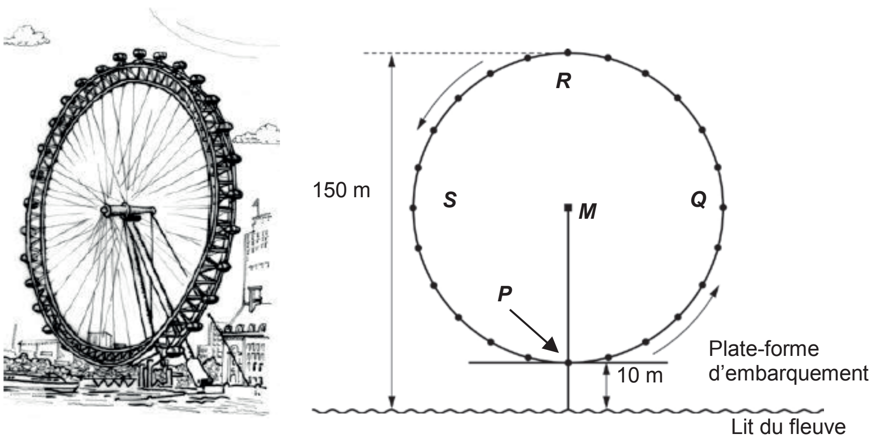
Intérêt des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances pour l'analyse des items PISA 2012

Les items de PISA sont tous liés à des contextes de la vie réelle. Néanmoins, comme nous l'avons déjà signalé, ce contexte n'a pas toujours d'influence sur l'activité de l'élève. Ces items sont regroupés dans la catégorie « *employer* » selon le cadre de PISA. C'est le cas dans l'exemple de la **figure 2**, où l'étude d'une roue de manège est proposée, mais où l'activité de l'élève porte essentiellement sur la figure géométrique représentée dans l'illustration figurant dans l'énoncé.

Dans cet item, l'élève peut appliquer les propriétés du diamètre et du rayon d'un cercle à une figure où les mesures sont de simples nombres entiers puis tenir compte de la longueur séparant le bas de la roue avec le lit du fleuve. La figure proposée rend possible une utilisation implicite de ces connaissances puisque le point *M*, défini comme le centre du cercle, est placé au milieu du segment [*PR*] qui en est un diamètre. Différentes procédures directes et équivalentes sont envisageables : calculer la moitié de 140 et ajouter 10, enlever la moitié de 140 à 150, etc. Ce qui est important ici, c'est de

Figure 2 **Item libéré, PISA 2012**

Une grande roue est installée sur les rives d'un fleuve.
En voici une image et un schéma :



Le diamètre externe de la grande roue est de 140 mètres et son point le plus élevé se situe à 150 mètres au-dessus du lit de la Tamise, sur la rive du fleuve. Elle tourne dans le sens indiqué par les flèches.

Question : LA GRANDE ROUE

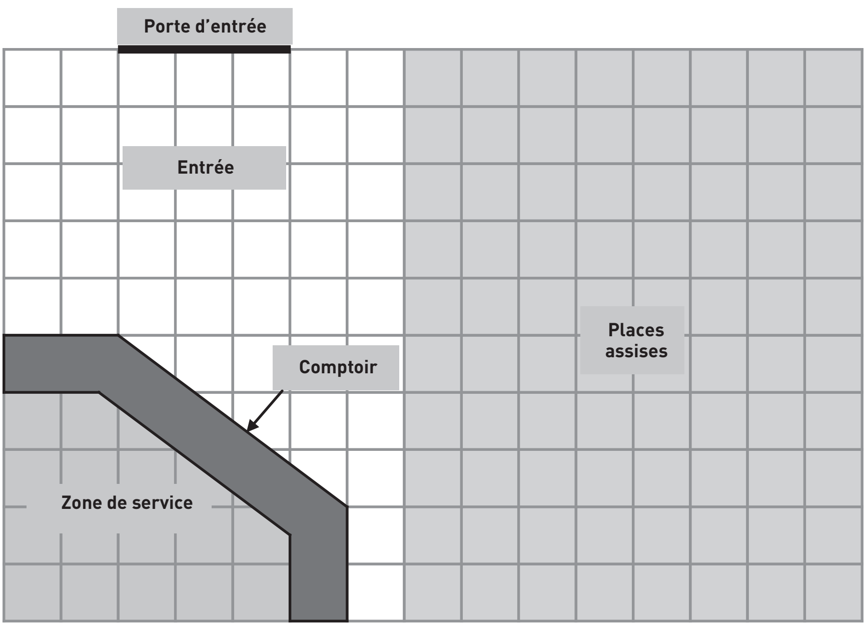
La lettre *M* dans le diagramme indique le centre de la roue.
À combien de mètres (m) au-dessus du lit du fleuve se trouve le point *M* ?
Réponse : .... m

noter que l'activité de l'élève n'est pas influencée par le contexte de la situation (fleuve, plate-forme d'embarquement, sens de rotation de la roue, etc.), elle porte seulement sur la figure géométrique donnée dans l'énoncé. Ces faits expliquent pourquoi les concepteurs de PISA ont associé à cet item le processus psycho-cognitif « *employer* » et le domaine mathématique « *espace et formes* ».
Examinons maintenant un autre item portant lui aussi sur une situation du champ géométrique et ne demandant pas non plus à l'élève d'utiliser le contexte dans son activité de résolution du problème posé ▸ **Figure 3**.

Détaillons l'analyse *a priori* de cette activité. Après lecture de l'énoncé et identification de la paroi extérieure du comptoir sur le plan, plusieurs méthodes de résolution sont possibles pour un élève en fin de scolarité obligatoire en France, qui reposent sur des connaissances mathématiques différentes. Par exemple une méthode par mesure et application d'échelle est possible : déterminer l'échelle en mesurant à la règle graduée la longueur de deux carreaux sur le dessin qui représentent un mètre dans la réalité ; mesurer la longueur sur le plan de la paroi extérieure ; appliquer

▸ **Figure 3** **Item libéré, PISA 2012**

Voici le plan du magasin de glaces de Marie, qu'elle est en train de rénover.
La zone de service est entourée d'un comptoir.



Remarque : chaque carré de la grille représente 0,5 mètre sur 0,5 mètre.

Question 1 : CHEZ LE GLACIER

Marie veut installer une nouvelle bordure le long de la paroi extérieure du comptoir.
Quelle est la longueur totale de bordure dont elle a besoin ? Montrez votre travail.

enfin l'échelle précédemment déterminée pour calculer la longueur réelle recherchée. Il est à noter qu'une valeur approchée de la réponse sera acceptée par le correcteur, les consignes de correction internationales étant appliquées. L'élève peut également travailler tout autrement et mener un raisonnement géométrique fondé sur le théorème de Pythagore après avoir introduit sur le plan un triangle rectangle dont l'hypoténuse est la partie oblique du comptoir. Il devra tenir compte de l'échelle de 1 carreau pour 0,5 mètre, ce qui peut être fait avant ou après application du théorème de Pythagore. Ce qui doit être remarqué ici, encore une fois, c'est que le contexte du magasin de glace n'intervient en rien sur l'activité permettant de trouver la bonne réponse. C'est pourquoi les concepteurs de PISA ont associé à cet item le processus psycho-cognitif *« employer »* et le domaine de connaissances mathématiques *« espace et formes »*.

Poursuivons l'analyse. Dans les deux items que nous venons d'examiner, on ne peut être certain de la connaissance mathématique mobilisée pour répondre aux questions posées. L'enquête PISA ne cherche donc pas à connaître précisément les connaissances mathématiques acquises par les élèves, mais seulement leur domaine parmi les quatre qui sont distingués pour cette discipline. Elle ne vise pas non plus à rendre compte des différentes modalités d'expression des connaissances mathématiques acquises par les élèves. Les deux items, qui se retrouvent en effet classés dans les mêmes catégories *« employer »* et *« espace et formes »* par les experts PISA, requièrent pourtant des modalités d'expression des connaissances mathématiques très différentes. Dans le premier, l'élève effectue un calcul explicitement demandé dans la consigne, ce calcul portant sur deux longueurs clairement indiquées sur une figure elle-même fournie dans l'énoncé. Dans le second, l'emploi d'un calcul d'échelle ou d'un raisonnement basé sur le théorème de Pythagore nécessite des étapes qui, n'étant absolument pas induites par l'énoncé, sont entièrement à la charge de l'élève. Ces deux items évaluent donc bien la capacité à *« employer »* des connaissances dans des situations géométriques déjà mathématisées, mais ils ne sont absolument pas équivalents quant au niveau de mise en fonctionnement de ces connaissances. L'échec ou la réussite à ces deux items ne témoigne donc pas du même niveau d'acquisition. C'est ce dont la classification que nous proposons permet de justement rendre compte.

Analyse qualitative de quelques items à l'aide de la nouvelle classification

L'analyse de quelques items libérés permet de rendre compte des informations que la classification élaborée par le groupe d'experts de la DEPP peut apporter en complément de celles déjà produites par PISA. Une analyse systématique de tous les items a également été effectuée. Elle conduit à un nouveau regard sur l'évaluation de la culture mathématique en 2012.

Commençons par un item posé pour, selon notre classification, évaluer la compréhension qualitative d'un concept mathématique. Cet item porte sur le caractère *objet* du concept, il ne conduit à la mise en œuvre d'aucune procédure ▸ **Figure 4**. Pour répondre à cette question, l'élève doit manifester sa compréhension de la relation entre le temps et le débit lors d'une perfusion, en utilisant éventuellement la formule donnée. Si une justification précise devait être apportée à la réponse, l'élève pourrait convoquer la notion de proportionnalité inverse et en déduire, soit à partir du contexte

Figure 4 **Item libéré, classé dans la catégorie « concept », PISA 2012**

Les perfusions servent à administrer des liquides et des médicaments aux patients.
Les infirmières doivent calculer le débit D d'une perfusion en gouttes par minute.

Elles utilisent la formule $D = \frac{f \times V}{60 \times n}$ où

f est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre (mL)
V est le volume (en mL) de la perfusion
n est le nombre d'heures que doit durer la perfusion.

Question 1 : DÉBIT D'UNE PERFUSION

Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.
Décrivez avec précision la façon dont D change si n est doublé et si f et V ne changent pas.

de vie réelle (toutes choses égales par ailleurs, si le temps d'écoulement est deux fois plus long, c'est que le débit est deux fois moins important) soit algébriquement (si le dénominateur est doublé, les autres variables restant constantes, le quotient est divisé par 2). Dans le cas de l'item étudié, l'élève de 15 ans n'a pas à justifier sa réponse, il n'applique donc vraisemblablement aucune procédure ou technique : la procédure qui conduit à penser D en fonction de n, à remplacer n par $2n$ et à établir par calcul littéral que $D(2n) = D(n)/2$ est très rare chez les élèves de 15 ans, comme le confirment leurs productions **Figures 5a et 5b**.

Selon le cadre de PISA, cet item correspond à des connaissances du domaine « *variations et relations* », il évalue le processus « *employer* ». Les résultats obtenus après passation nous apprennent qu'il n'est réussi que par 22,2 % des élèves scolarisés dans les pays de l'OCDE (17,7 % en France), et que 27,3 % d'entre eux ne répondent pas à la question posée (30,8 % en France). Ni le domaine mathématique évalué, ni le processus en jeu ne suffisent à expliquer ces résultats qui témoignent de la difficulté de cet item.
La classification proposée par la DEPP et issue de la recherche en didactique des mathématiques complète l'analyse. Elle met en relief le fait que l'activité requise repose sur la compréhension d'un concept – le débit comme grandeur, quotient du volume et de la durée – sans procédure type associée pour le mettre en œuvre comme un outil. Cela n'est pas encore suffisant pour expliquer précisément les performances des élèves. Leur origine est multifactorielle : il faudrait également prendre en compte la familiarité avec la situation, la notion mathématique précisément en jeu, la difficulté du texte de l'énoncé, etc. Cela permet néanmoins de mieux comprendre à la fois le faible score de réussite et le pourcentage élevé de non-réponses.

Analysons maintenant des items qui visent l'évaluation du caractère *outil* des savoirs mathématiques, c'est-à-dire où l'élève doit mettre une connaissance en fonctionnement après s'être assuré de la pertinence de cette connaissance pour traiter la question posée dans le contexte indiqué. Nous avons distingué trois niveaux différents de mise en fonctionnement. Commençons par illustrer le premier où les élèves ont à mobiliser une procédure directe ou bien simplement, comme c'est le cas présenté **figure 6**, à mettre leurs connaissances en relation avec le contexte de la situation.

Figure 5a **Réponse d'un élève à l'item portant sur le débit d'une perfusion, PISA 2012**

PM903Q01 - 0 1 2 9

Question 36 : DÉBIT D'UNE PERFUSION

Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.

Décrivez avec précision la façon dont D change si n est doublé et si f et V ne changent pas.

l'écoulement et le volume ne change pas mais la perfusion mettra deux fois plus de temps à s'écouler. D gouttera deux fois moins vite.

Figure 5b **Réponse d'un autre élève à l'item portant sur le débit d'une perfusion, PISA 2012**

PM903Q01 - 0 1 2 9

Question 36 : DÉBIT D'UNE PERFUSION

Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.

Décrivez avec précision la façon dont D change si n est doublé et si f et V ne changent pas.

Le débit sera divisé par 2 car n est un dénominateur et donc si n augmente D diminue

Après avoir lu l'énoncé et reconnu une situation de proportionnalité, l'élève doit appliquer ses connaissances sur cette notion dans un cas numériquement simple. La reconnaissance du savoir en jeu ici est fortement suggérée par la situation de la recette : elle est très familière pour les élèves et toujours reliée – souvent implicitement – à la notion de proportionnalité. Plusieurs méthodes sont possibles, mais toutes relèvent de la même procédure et du même registre numérique : passage à l'unité, coefficient de proportionnalité, produit en croix, etc. Il n'y a pas de conversion à effectuer. Cet item relève donc de la catégorie des questions nécessitant la mise en fonctionnement directe d'une procédure connue.

La documentation produite par PISA [OCDE, 2014] nous apprend que cet item du domaine « *quantité* » évalue le processus « *formuler* » et que les élèves de l'OCDE l'ont réussi à 63 % d'entre eux (56,2 % en France) avec 3 % de non-réponses (5,6 % en France). Bien que les problèmes de proportionnalité soient toujours difficiles pour beaucoup d'élèves, le fait que la réponse à la question ne nécessite que la mise en œuvre d'une procédure classique, de manière directe et sans doute déjà appliquée de nombreuses fois au cours de la scolarité, explique, par une analyse indépendante des passations du questionnaire, les résultats globaux que les élèves obtiennent sur cet item, qui sont à la fois bien meilleurs que ceux évoqués pour l'item précédent et avec une absence de réponse beaucoup plus faible.

L'exercice suivant demande davantage aux élèves quant à la mise en fonctionnement des connaissances : sa résolution repose sur une adaptation de l'énoncé ▸ **Figure 7**. Cet item est ancien, mais les items libérés de l'enquête de 2012 ne permettent pas de couvrir l'ensemble de la classification que nous proposons.

▸ Figure 6 Item libéré, classé dans la catégorie « directe », PISA 2012

Question 1 : SAUCE

Vous préparez votre propre vinaigrette pour une salade.
Voici une recette pour préparer 100 millilitres (m L) de vinaigrette:

Huile pour salade	60 mL
Vinaigre	30 mL
Sauce soja	10 mL

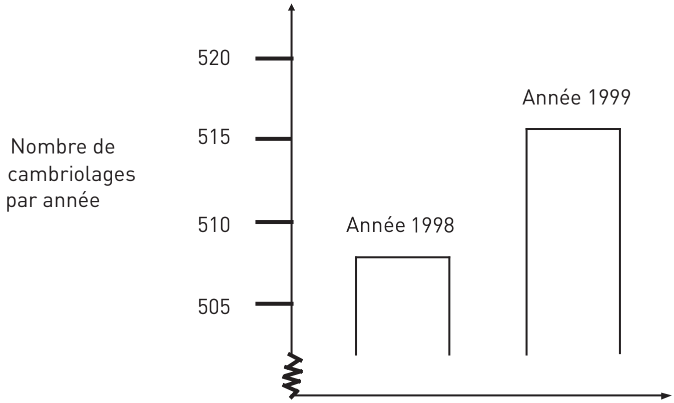
De combien de millilitres (m l) d'huile pour salade avez-vous besoin pour préparer 150mL de cette vinaigrette ?

Réponse : .... mL

▸ Figure 7 Item libéré, classé dans la catégorie « adaptation », PISA 2000

Question 1 : CAMBRIOLAGES

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :
« Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de vols entre 1998 et 1999. »



Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ?
Justifiez votre réponse par une explication.

La tâche proposée consiste à croiser deux informations : celle portée par un graphique et celle de l'affirmation d'un journaliste fictif à propos de ce graphique. L'analyse *a priori* de la tâche montre que le graphique laisse apparaître une différence importante de hauteur entre les deux barres représentant les cambriolages en 1998 et en 1999, et que l'élève doit relativiser cette information visuelle en se référant à l'axe des ordonnées dont l'origine n'est pas sur le graphique : le nombre de cambriolages passe de 507 à 516, il augmente de moins de 2 %. L'élève doit donc adapter l'information visuelle du graphique qui devrait être celle à percevoir (c'est en effet le rôle d'un graphique) pour lui associer une variation quantitative précise. L'adaptation est légèrement induite par l'énoncé qui ne demande pas une lecture directe du graphique, mais de juger de la qualité de l'interprétation de ce graphique par un journaliste.

L'item appartient donc à la catégorie de ceux nécessitant la mise en fonctionnement d'une connaissance (la lecture d'un graphique en barres) avec adaptation. Il est associé au domaine *« incertitude et données »* et le processus psycho-cognitif requis est *« interpréter »*. Comme l'analyse précédente le laissait prévoir, bien que la lecture directe des effectifs d'un diagramme en barres soit une connaissance acquise par de nombreux élèves de 15 ans scolarisés en France, l'item n'est pas bien réussi : moins d'un quart des élèves (24 %) trouve le commentaire erroné, et moins de 10 % peuvent expliquer la raison de cette erreur. Ici aussi, les analyses produites en référence à la didactique des mathématiques enrichissent celles de PISA.

Pour terminer l'illustration des catégories de notre classification, analysons un item nécessitant que l'élève, à son initiative, introduise des intermédiaires au cours de la résolution du problème. Cet item est présenté **figure 8**, il s'agit d'une question relative à une situation de vente de CD.

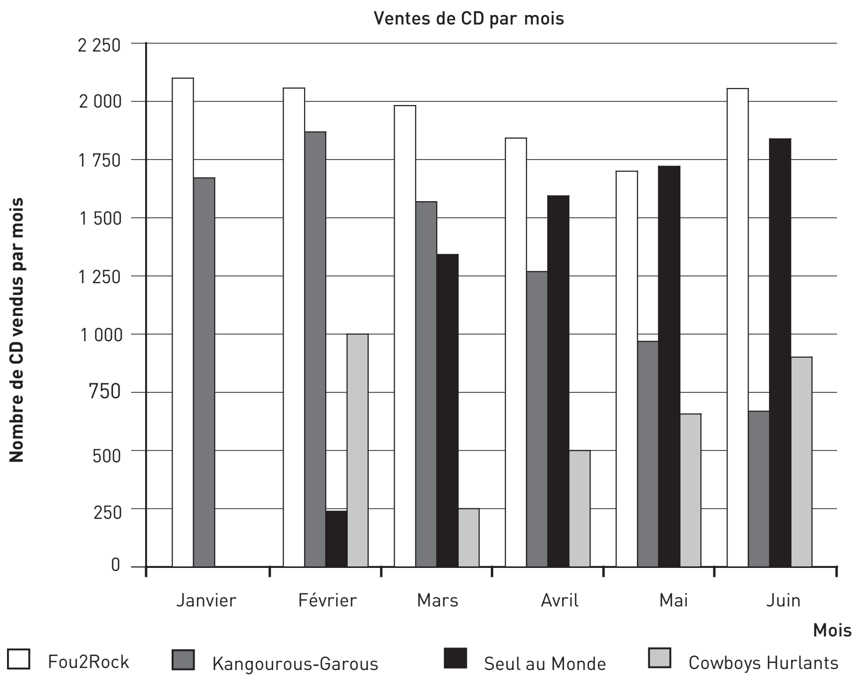
Pour répondre à cette question, l'élève doit obtenir la valeur des ventes à partir de l'extrapolation du graphique, ce qui nécessite l'introduction d'un intermédiaire : tracer une droite de régression si une méthode graphique est mise en œuvre ou, numériquement, effectuer un calcul des différences observées chaque mois, soit par les différences de vente entre chaque mois, soit en divisant la différence globale (environ 1 000) par 4 et l'appliquer au mois de juin. Il est à remarquer que le format QCM peut aussi conduire les élèves à trouver leur réponse par élimination des autres propositions.

En procédant ainsi, après avoir éliminé la réponse D qui ne correspond pas à une baisse, les élèves ont encore à choisir entre les propositions A, B et C. Le fait que les chiffres de ventes proposés en A et C correspondent à une baisse soit trop importante (A) soit pas assez importante (C) invitera sans doute les élèves procédant par élimination à choisir la réponse B qui est la réponse correcte. Il est donc très vraisemblable que les élèves auront choisi cette réponse après calcul de la baisse, à leur initiative, et application de cette baisse. L'item appartient donc bien à la catégorie de ceux nécessitant la mise en fonctionnement d'une connaissance (la lecture d'un graphique en barres) avec introduction d'intermédiaire (la valeur de la baisse). Cet item du domaine *« incertitude et données »* dont le processus psycho-cognitif associé est *« employer »* est réussi par 76,7 % des élèves de l'OCDE (80,6 % en France). Les analyses didactiques permettent de comprendre que l'item ne soit réussi que par les trois quarts des élèves, bien que le calcul à mettre en œuvre soit très élémentaire : l'initiative à prendre rend la tâche d'application de la baisse plus difficile que si la baisse avait été donnée ou explicitement demandée.

Notre classification des items, à partir d'une analyse didactique de la mise en fonctionnement des savoirs mathématiques requise (*concept*, *directe*, *adaptation* ou *intermédiaires*) a permis d'éclairer les résultats des élèves à quelques items analysés. Une étude systématique de l'ensemble du questionnaire a été réalisée afin de mieux connaître les questions posées aux élèves et de mieux comprendre les résultats de l'enquête PISA 2012.

Figure 8 **Item libéré, classé dans la catégorie « intermédiaires », PISA 2012**

En janvier, les groupes *Fou2Rock* et *Kangourous-Garous* ont chacun sorti un nouveau CD. En février, c'était au tour des groupes *Seul au Monde* et *Cowboys Hurlants* de sortir chacun leur CD. Le diagramme suivant montre les ventes de ces CD de janvier à juin.



Question : HIT-PARADE

Le producteur des *Kangourous-Garous* s'inquiète car le nombre de CD qu'ils ont vendus a diminué de fevrier à juin.

À combien peut-on estimer leurs ventes du mois de juillet si cette tendance à la baisse continue ?

A : 70 CD B : 370 CD C : 670 CD D : 1340 CD

ANALYSES COMPLÉMENTAIRES DU QUESTIONNAIRE DE CULTURE MATHÉMATIQUE ET DES RÉSULTATS DE PISA 2012

Nous présentons une étude de l'ensemble des items du questionnaire puis nous examinons les résultats des élèves selon les niveaux requis de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques.

Analyse complémentaire du questionnaire PISA 2012 à l'aide de la classification des items selon les niveaux requis de mise en fonctionnement

La répartition des 85 items de mathématiques de PISA 2012, selon le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances, confirme que l'OCDE vise essentiellement l'évaluation de la capacité à utiliser ses acquis en tant qu'outil dans des situations issues de la vie réelle plutôt que l'acquisition de notions pour elles-mêmes en tant qu'objet d'étude. Seulement 7 items concernent en effet la compréhension qualitative d'un concept. Les 78 autres se répartissent assez équitablement selon les trois niveaux de mise en fonctionnement : on en dénombre 29 de la catégorie regroupant les items nécessitant la mise en œuvre directe d'une procédure connue, 27 exigeant une adaptation de l'énoncé et 22 nécessitant de prendre l'initiative d'introduire des intermédiaires.

Nous avons ensuite mené une analyse croisée de la répartition des items suivant, d'une part, la nouvelle catégorisation proposée par la DEPP et, d'autre part, une catégorie de l'OCDE : le domaine mathématique d'abord, et le processus psycho-cognitif ensuite. Le croisement avec le domaine mathématique conduit au **tableau 1** où figurent, dans chaque case, l'effectif des items, à gauche, et le pourcentage-ligne, entre parenthèses à droite. En cas d'indépendance entre le niveau de mise en fonctionnement des connaissances et le domaine mathématique évalué, nous devrions observer des pourcentages globalement identiques au sein de chaque colonne.

La dernière colonne du tableau montre la volonté des experts de PISA 2012 de répartir les questions mathématiques de manière équivalente suivant chacun des quatre domaines (21 ou 22 items par domaine, soit un quart des 85 items du test complet). Alors que le niveau de mise en fonctionnement des connaissances se détermine indépendamment des contenus mathématiques, les écarts qui apparaissent dans le tableau 1 révèlent que ces différents niveaux ne sont pas évalués indépendamment des champs mathématiques. Inversement, notre nouvelle classification révèle

Tableau 1 Domaines mathématiques et niveaux de mise en fonctionnement

Classifications		DEPP				
		Concept	Directe	Adaptation	Intermédiaires	Total
PISA	Espace et forme	0 (0 %)	2 (10 %)	7 (33 %)	12 (57 %)	21 (100 %)
	Incertitude et données	5 (24 %)	7 (33 %)	7 (33 %)	2 (10 %)	21 (100 %)
	Quantité	0 (0 %)	15 (68 %)	4 (18 %)	3 (14 %)	22 (100 %)
	Variations et relations	2 (9 %)	5 (24 %)	9 (43 %)	5 (24 %)	21 (100 %)
	Total	7 (8 %)	29 (34 %)	27 (32 %)	22 (26 %)	85 (100 %)

que les savoirs en jeu dans les items PISA ne sont pas évalués de manière équivalente puisque les items ne conduisent pas à les mettre tous en fonctionnement aux mêmes niveaux.
Par exemple, ceux du champ « *quantité* » sont essentiellement évaluées par des tâches nécessitant la mise en œuvre directe d'une procédure connue (68 % des items) alors que ceux du champ « *espace et formes* » le sont plus souvent par des problèmes nécessitant l'introduction d'intermédiaires (57 % des items). Une étude analogue a été menée concernant l'évaluation des processus psycho-cognitifs et des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques ▸ **Tableau 2**.
Quelques écarts apparaissent, qui témoignent du fait que le niveau de mise en fonctionnement des connaissances n'est pas évalué indépendamment des processus psycho-cognitifs et inversement. Ainsi, par exemple, la capacité à prendre l'initiative d'introduire des intermédiaires est davantage testée dans les items où le processus attendu est « *formuler* » et pratiquement jamais dans ceux où l'élève doit « *interpréter* ». De même, la capacité à « *employer* » des connaissances mathématiques est surtout évaluée par des items où c'est une mise en fonctionnement directe de procédure qui est requise.

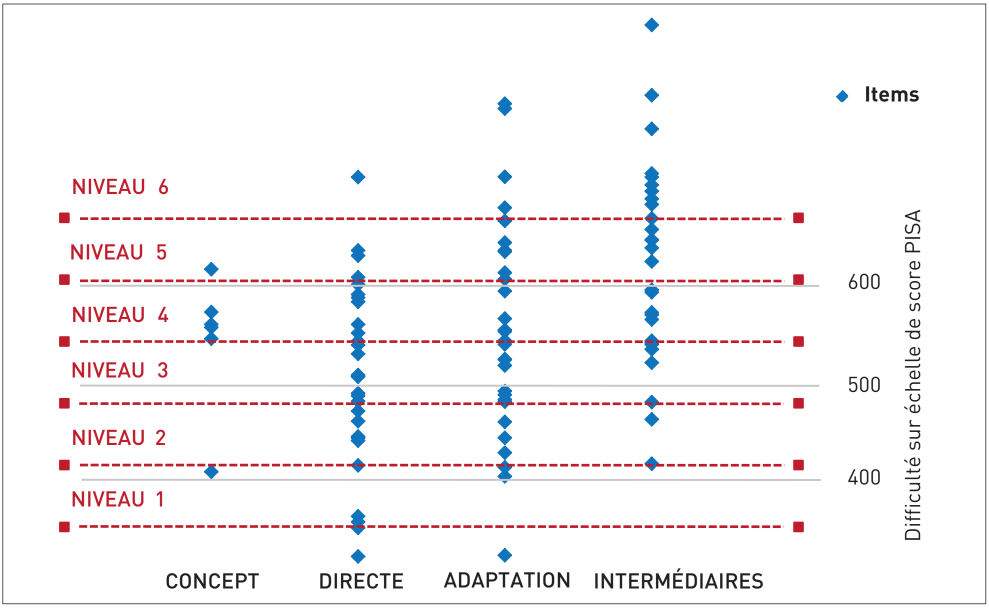
▸ **Tableau 2** **Processus psycho-cognitifs et niveaux de mise en fonctionnement**

Classifications		DEPP				
		Concept	Directe	Adaptation	Intermédiaires	Total
PISA	Employer	1 (3 %)	16 (43 %)	10 (27 %)	10 (27 %)	37 (100 %)
	Formuler	2 (7 %)	6 (22 %)	8 (30 %)	11 (41 %)	27 (100 %)
	Interpréter	4 (19 %)	7 (33 %)	9 (43 %)	1 (5 %)	21 (100 %)
	Total	7 (8 %)	29 (34 %)	27 (32 %)	22 (26 %)	85 (100 %)

Nouveau regard sur les résultats de PISA 2012 apporté par la prise en compte des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

La classification des items selon le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances s'effectue indépendamment de toute mesure de difficulté. Les trois niveaux concernant les items qui portent sur le caractère *outil* des savoirs différencient ces items selon une activité mathématique de plus en plus riche et autonome. Néanmoins, nous avons observé que le niveau de mise en fonctionnement à lui seul ne pouvait expliquer la difficulté d'un item : de nombreux autres facteurs interviennent comme la connaissance en jeu, la familiarité avec le contexte du problème, la lisibilité de l'énoncé, etc. Ainsi, les items de chaque niveau de mise en fonctionnement se répartissent dans presque tous les niveaux de difficulté, tels qu'ils sont définis par PISA. L'étude complète du questionnaire permet de croiser le niveau croissant de mise en fonctionnement des connaissances avec le niveau croissant de difficulté des items ▸ **Figure 9**.
Nous constatons, d'une part, une dispersion relativement importante de la difficulté des items de chaque niveau de mise en fonctionnement, ce qui confirme que ce critère n'est pas suffisant pour prévoir la difficulté d'un item. Le graphique montre aussi, d'autre part, qu'en moyenne les niveaux « directe », « adaptation »

Figure 9 Difficulté des items selon le niveau de mise en fonctionnement des connaissances



Lecture : parmi les 9 items de culture mathématique d'un niveau de difficulté inférieur à 2 sur une échelle de 6 niveaux, on compte 1 item de la catégorie « concept », 5 items « procédures directes », 3 items « adaptation », aucun item « intermédiaire ».
Sources : OCDE ; MENESR-DEPP.

et « intermédiaires », qui correspondent à une exigence croissante de l'activité mathématique, correspondent également à une difficulté croissante pour les élèves. Les items de ces trois niveaux sont en effet réussis en moyenne par respectivement 59,3 %, 46,8 % et 33,9 % des élèves scolarisés en France et, de manière comparable, par 59,8 %, 45,1 % et 34,8 % des élèves scolarisés dans les pays de l'OCDE. Signalons enfin que le cas des items de la catégorie « concept » n'est pas examiné, car leur effectif dans le questionnaire PISA est trop faible pour permettre des interprétations. Complétons cette étude globale par une étude des sous-groupes respectivement définis selon le sexe, la catégorie socioprofessionnelle et le retard scolaire des élèves de 15 ans scolarisés en France.

La publication de PISA sur les réussites aux items de culture mathématique révèle notamment que les filles scolarisées en France, en moyenne, réussissent moins bien que les garçons : la différence de réussite est de 2,5 pp (points de pourcentage) à l'avantage des garçons. L'étude des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances apporte quelques informations supplémentaires. L'écart de performance à la faveur des garçons est de 1,5 pp pour les items qui requièrent la mise en œuvre directe d'une procédure connue et de 3,3 pp pour ceux qui nécessitent l'introduction d'un intermédiaire. Autrement dit, les filles sont d'autant plus en difficulté par rapport aux garçons que le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances est un niveau exigeant. Les travaux de Baudelot et Establet [1992] réalisés il y a plus de vingt ans, notamment à partir des résultats d'évaluations à grande échelle, montraient l'existence d'une double culture (culture du respect des règles chez les filles et culture de la compétition chez les garçons) défavorable aux filles dans l'enseignement secondaire. Les constats indiqués précédemment à partir des résultats de PISA 2012 ne peuvent manquer de conduire à s'interroger sur la capacité du système éducatif français à former de manière équitable les filles et les garçons sur tous les types de tâches mathématiques, et cela d'autant plus que des différences d'attitudes ont été notées vis-à-vis des mathématiques : en France, 42 % des filles déclarent devenir très nerveuses dès qu'il faut résoudre un problème mathématique contre seulement 30 % des garçons, et 58 % des filles pensent que les mathématiques sont importantes pour leurs futures études contre 69 % des garçons [OCDE, 2014].

Une étude analogue a été menée concernant le lien entre les professions et catégories socioprofessionnelles (PCS) des élèves et leur réussite. Un des constats majeurs de l'étude PISA 2012 pour la France est que notre système éducatif est fortement différenciateur : les élèves issus de milieux défavorisés obtiennent une performance moyenne de 39,4 % de réussite contre 57,4 % pour ceux de milieux favorisés, soit un écart de 18 pp. En outre, un tel écart de réussite est constaté pour tous les items, sa valeur allant de 1,9 pp pour le plus faible à 31,9 pp pour le plus élevé. L'étude complémentaire menée par la DEPP montre, contrairement à ce qui a été constaté concernant les différences entre filles et garçons, que les différences de réussite selon les CSP restent stables lorsque le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances augmente.

Autrement dit, les élèves de milieu défavorisé n'apparaissent pas plus désavantagés que ceux de milieu favorisé par l'exigence d'autonomie mathématique requise dans les items. Un tel résultat intéresse les didacticiens des mathématiques qui s'interrogent sur les pratiques enseignantes [Robert et Rogalski, 2002 ; Roditi, 2005 ; Vandebrouck, 2008] et notamment en éducation prioritaire où les élèves de milieux modestes sont particulièrement nombreux [Peltier-Barbier, 2004 ; Charles-Pézard, Butlen, Masselot, 2012]. Les recherches montrent en effet que les enseignants proposent alors davantage de tâches qui requièrent la mise en œuvre de procédures automatisées plutôt que des activités nécessitant une prise d'initiative. Peut-être faudrait-il envisager que ces élèves, pour s'approprier les notions et les méthodes mathématiques, ont au contraire davantage besoin de tâches où ils ont à s'impliquer et des initiatives à prendre.

Le dernier aspect étudié ici est celui du retard scolaire. L'étude PISA révèle que les élèves ayant redoublé au moins une fois dans leur scolarité obtiennent une réussite moyenne de 28,9 % aux 85 items de mathématiques, alors qu'elle est de 56,0 % pour les autres, soit un écart moyen de 27,2 pp. Pour tous les items, les élèves « à l'heure » réussissent mieux que les élèves « en retard », la différence de réussite allant de 3,1 pp pour la plus faible à 46,7 pp pour la plus élevée. L'étude menée par la DEPP met en lumière le fait que la différence de réussite entre les élèves scolairement « en retard » et les élèves « à l'heure » n'est pas constante lorsque varie le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances. Ainsi, et peut-être contre l'idée que l'on pourrait avoir *a priori*, l'écart de performance est d'autant plus faible que le niveau de mise en fonctionnement est élevé : il est de 22,3 pp pour les tâches nécessitant l'introduction d'un intermédiaire et de 30,6 pp pour celles qui se réalisent par la mise en œuvre directe d'une procédure connue. Autrement dit, les élèves « en retard » sont plus souvent mis en difficulté par des tâches routinières que par celles qui nécessitent davantage d'initiative. Ici encore, ces résultats invitent à s'interroger sur le système éducatif français et les pratiques des enseignants, en particulier sur les activités proposées aux élèves ayant rencontré des difficultés qui ont conduit à un redoublement au cours de leur scolarité.

CONCLUSION

Les enquêtes PISA visent donc un suivi des acquis scolaires des élèves de 15 ans. En ce qui concerne ceux de la culture mathématique, le choix de l'OCDE est d'évaluer des compétences, c'est-à-dire des capacités à mobiliser ses connaissances pour résoudre un problème en lien avec une situation de la vie réelle. Le cadre théorique qui sous-tend ces enquêtes est déterminant sur la conception des items et sur la nature des acquis effectivement évalués. Différents critères sont définis, auxquels ces items doivent satisfaire, pour que chaque enquête puisse couvrir un large spectre de compétences et qu'elle puisse être un outil efficace de positionnement et de distinction des élèves comme des systèmes éducatifs. Un regard didactique porté sur l'évaluation de 2012 ne peut manquer de pointer que l'OCDE ne se donne les moyens ni de recenser précisément les connaissances acquises des élèves (toutes les connaissances géométriques, par exemple, sont confondues au sein d'un même domaine) ni d'estimer le niveau d'acquisition de ces connaissances. Inversement, les didacticiens qui ont concentré leurs recherches sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des savoirs n'ont pas suffisamment développé d'outils théoriques et pratiques pour étudier la question de l'évaluation des connaissances des élèves.

Les auteurs de cet article proposent une nouvelle classification des items permettant de distinguer différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques et donc, d'une certaine manière, d'évaluer le niveau d'acquisition de ces connaissances. Ils distinguent ainsi quatre catégories d'items suivant qu'ils nécessitent de faire preuve d'une compréhension qualitative d'une notion, de mettre en œuvre une procédure connue de façon directe, d'adapter les données ou la question de l'énoncé pour pouvoir y répondre, ou bien de faire preuve d'initiative en introduisant des intermédiaires pour résoudre le problème posé. L'analyse de quelques exemples extraits de PISA 2012 montre que cette nouvelle classification permet de différencier des items que les catégories définies par les experts de l'OCDE ne permettent pas de distinguer, qui requièrent pourtant des niveaux différents de mise en fonctionnement des connaissances évaluées et qui conduisent à des scores de réussite significativement différents.

Une étude complète de l'ensemble des items de PISA 2012 a été menée à l'aune de cette nouvelle classification. Elle montre d'une part que l'OCDE évalue peu la compréhension qualitative des concepts mathématiques. Elle montre également que les trois autres niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, qui correspondent à une exigence croissante de richesse et d'autonomie de l'activité, correspondent également, en moyenne, à un niveau de difficulté croissant pour les élèves. Puis les auteurs ont focalisé leur attention sur le cas de la France, ils se sont interrogés sur l'enseignement des mathématiques dans leur pays en examinant les inégalités de performances selon le sexe, l'origine sociale ou le retard scolaire. L'OCDE, dans son rapport, indique une meilleure réussite des garçons ; les auteurs, en s'appuyant sur leur classification, montrent en outre que les filles sont d'autant plus pénalisées que les tâches demandent de l'initiative. Concernant les élèves de milieux populaires comme les élèves en retard scolaire, l'étude s'appuyant sur cette même classification révèle enfin que ces élèves ne sont pas mis davantage en difficulté lorsque les activités attendues d'eux sont plus exigeantes.

Cette étude, réalisée à partir de quelques outils issus de la didactique des mathématiques, apporte des résultats qui permettent de poser un regard nouveau sur PISA et ses conclusions. Ce croisement d'approche – didactique et évaluative – sur les apprentissages scolaires s'avère fructueux. Certains chercheurs tentent depuis quelques années d'approfondir une telle démarche [Vantourout et Goasdoué, 2011 ; Sayac, 2012 ; Chesné, 2014], gageons qu'ils ouvriront de nouvelles perspectives pour notre système éducatif.

BIBLIOGRAPHIE

Baudelot C., Establet R., 1992, *Allez les filles !* Paris, Seuil.

Bodin A., 2009, « L'étude PISA pour les mathématiques. Résultats français et réactions », *La Gazette des Mathématiciens*, n° 120, *Société mathématique de France*, p. 53-67.

Brousseau G., 1998, *La théorie des situations didactiques,* Grenoble, La Pensée Sauvage.

Charles-Pézard M., Butlen D., Masselot P., 2012, *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble, La Pensée Sauvage.

Chesné J.-F., 2014, *D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental*, Thèse de doctorat, université Paris-Diderot.

Chevallard Y., 1992, « Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 12, n° 1, La Pensée Sauvage, p. 73-112.

Douady R., 1986, « Jeux de cadre et dialectique outil-objet », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7, n° 2, La Pensée Sauvage, p. 5-31.

Duval R., 1995, *Semiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Berne*,* Peter Lang.

Kilpatrick J., Swafford J., Findel B., 2001, *Adding it up: Helping children learn mathematics,* Washington, National Academy Press, p. 115-135.

OCDE, 2014, *Résultats du PISA 2012 : savoirs et savoir-faire des élèves. Performance des élèves en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences,* vol. 1, Paris, OCDE.

OCDE, 2014, *PISA 2012 Results: Ready to Learn: Students' Engagement, Drive and Self-Beliefs,* vol. 3, Paris, OCDE, p. 98-106.

OCDE, 2013, *Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012,* Paris, OCDE.

Peltier-Barbier M.-L. (dir.), 2004, *Dur d'enseigner en ZEP,* Grenoble, La Pensée Sauvage.

Robert A., 1998, « Outil d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 18, n° 2, La Pensée Sauvage, p. 139-190.

Robert A., Rogalski J., 2002, « Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche », *La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol. 2, n° 4, IEPO/Université de Toronto, p. 505-528.

Roditi É., 2012, « Un point de vue didactique sur les questions d'évaluation en éducation » *in* Lattuati M., Penninckx J., Robert A., *Une caméra au fond de la classe de mathématiques,* Besançon, Presses universitaires de Franche-Comté, p.275-289.

Roditi É., 2005, *Les pratiques enseignantes en mathématiques - Entre contraintes et liberté pédagogique,* Paris, L'Harmattan.

Sayac N., 2012, « Évaluations nationales ou internationales : limites et perspectives », a*ctes en ligne du colloque sociologie et didactiques*, Lausanne.

Vandebrouck F., (coord.), 2008, *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse, Octarès.

Vantourout M., Goasdoué R., 2011, « Correction de dissertations en SES », *Idées économiques et sociales,* n° 63, CNDP, p. 71-78.

Vergnaud G., 1990, « La théorie des champs conceptuels », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 10, n° 2-3, La Pensée Sauvage, p. 133-169.